

地质出版社

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



怎样辅导孩子学习数学

图书馆

段云鑫 乔家瑞

段炳燮 任中文

编著

怎样辅导孩子学习数学

段云鑫
段炳燮

乔家瑞
任中文

编著

怎样辅导孩子学习数学

段云鑫 乔家瑞 编著
段炳燮 任中文

*

地质矿产部书刊编辑室编辑

责任编辑：刘品德

地质出版社出版

(北京西四)

地质出版社印刷厂印刷

(北京海淀区学院路29号)

新华书店北京发行所发行·全国新华书店经售

*

开本：787×1092¹/₃₂印张：7¹/₂字数：161,000

1982年12月北京第一版·1982年12月北京第一次印刷

印数：1—75,200册 定价：0.72元

统一书号：7038·新83

前 言

为什么要进行课外辅导

较之以往的初中数学教材，现行教材内容多、难度大，象指数和常用对数、解三角形、函数和它的图象等原来属于高中教材的内容都下放到初中，教学进度势必安排很紧，教师每天又都忙于讲新课，很少有时间帮助学生进行系统复习，所以学生的学习负担比较重，有些学生一旦对某一部分知识产生疑难，而又不能及时得到补救，便有可能掉队，这是造成当前初中学生严重分化的原因之一。因此，家长单纯地对学生从思想上和生活上进行教育和管理已经远远不够，教育形势的发展，需要家长深入学科领域，对学生进行具体的家庭辅导，对学习上有困难的学生，就更需要进行个别辅导。这个工作教师应该承担，如果家长也能配合进行家庭辅导，就会获得更好的效果。就是对于学习成绩突出的学生，有时也需要家长的配合，使之能进一步提高。

总之，课外辅导是课堂教学的继续，是当前教育中的重要组成部分。

怎样进行课外辅导

课外辅导的目的决不只是单纯地帮助学生做作业，解答他们提出的问题，而是要帮助他们学习、理解、记忆，一方面要会运用所学过的知识，另一方面要学习新知识做好充

分准备。另外还要根据学生实际情况，帮助他们扩展知识范围。总之，课外辅导要注重加强基础，培养能力，发展智力。

为了使课外辅导取得成效，首先要检查学生的学习情况，了解他们的学习目的、态度、方法和成绩，了解他们对老师的看法，了解他们的希求。当然这不可能一次完成，而是要做为一个连续不断的过程来进行。这主要体现在每天要检查学生对新课程是不是理解和掌握了？考试或作业有没有错误？今天留的作业数量和难度怎样？明天要讲什么新课？家长不但可以向学生本人了解情况，而且可以和学校建立密切联系，向学校的任课教师了解情况，必要时还可以到学生所在班级去听课。掌握并分析这些情况，就能进一步掌握学生思维方法的可取之处和漏洞在什么地方，以便有针对性地进行辅导。

课外辅导的经常性工作是督促学生按时完成作业。作业不困难时，要指导学生独立完成；作业比较困难时，家长也不能包办代替，而是要培养他们独立思考的能力。同时，要经常提醒他们改正作业或试卷中的错误，并帮助他们分析产生这些错误的根源。要反复向学生说明改正错误就是要消灭这些错误；分析错误就是要防止这些错误再次出现。这项工作的重要性并不亚于学习新知识，要舍得下功夫，花力气。另外，要帮助学生按时复习，复习不是简单地重复，而是通过复习使所学知识深化、发展、系统、完整。总之，在家庭辅导中，要引导和培养学生养成良好的学习习惯，不断地改进学习方法。

在进行课外辅导时，对于学习较差的学生，不能急于求成，主要是帮助他们掌握基础知识，辅导次数可以适当多地多

一些；对于中等水平的学生，要逐步提高要求，使他们深入理解并熟练掌握所学知识，经过努力，这些学生是不难跨进优良学生的行列的；对于学习成绩突出的学生，可以进行适当的综合和提高，让他们学习新内容，解答新问题，为参加区、市各级数学竞赛创造条件。

在课外辅导中，应该注意以下几个问题：

1 课外辅导仅仅是学校教学的辅助手段，要注意不能过多地给学生讲解而使 学生产生依赖思想，即使 需要讲解时，也要由学生首先提出问题，家长用启发诱导的方法，让他们进行思考之后再予讲解，因为即使家长能够给学生讲明白，那也只能给他们解决一个具体的疑难问题；而如果学生养成了独立思考的好习惯，具备了自学能力，他们就可以独立地解决许多疑难问题，从而使学习处于主动地位。在课外辅导时，要特别注意通过复习、预习或专门的训练，培养学生的自学能力，要多给他们介绍自学方法，多检查他们的自学情况。

2 在课外辅导时，一定要根据需要，有目的地进行练习，切不可盲目地让学生大量演算习题，搞题海战术。因为练习是使学生掌握所学知识的一种实践活动，它的效果不能从做题数量的多少去简单划分。在练习过程中，要根据学生的实际情况，具体选择重点练习的内容。例如在检查作业和分析试卷后，可以进行针对性练习；为了帮助他们透彻理解所学知识，可以进行对比练习和多种解法练习；在适当的时候，还可以安排必要的综合练习，而决不能让学生盲目陷入题海而毫无所获。

3 课外辅导的气氛比课堂教学的气氛轻松、活跃，家长应当充分利用这个有利条件，鼓励学生大胆提出问题，这一点很重要，因为提出问题的过程，就是积极思维的过程。

他们提出的问题越多，质量越高，就说明他们对所学知识理解的越深刻。但是，在解答问题时，要避免有问必答，把答案和盘托出；而是要和他们一起讨论、分析，对比去寻求答案。在订正他们提出问题中的错误时，也要与提高分析问题和解决问题的能力结合起来进行分析。如果学生一时提不出什么问题，或提出的问题水平不高，家长要积极引导、耐心等待，不能操之过急，千万不要强迫学生去提出问题。

4 进行课外辅导时，要注意激发学生的进取心和求知欲，根据他们的实际水平、年龄特征以及思维特点，提出切合实际的要求，而不能过高过急，这样会挫伤他们的积极性。

还要看到，随着所学知识的难易变化以及其它原因，学生的学习成绩，会时起时伏，有时甚至会发生学习成绩下降现象。此时，家长不要采取训斥态度，要多鼓励他们，帮助他们认真分析原因，采取有效措施加以解决。如果方法对头，学生就会愿意参加课外辅导，也才能收到预期效果。

基于上述思想，我们将初中一年级数学教科书中每一章内容分为五个部分进行介绍，供辅导时参考。

一、辅导目的及方法

根据全日制教学大纲，介绍辅导的目的要求以及学校教学时的进度安排；同时提出了如何使学生掌握重点，突破难点的具体措施。

二、易犯错误及补救措施

为了克服家庭辅导的盲目性，加强针对性，在这部分中列举了学生在学习过程中的主要想法、常犯错误及补救方法。

三、阅读提纲

学生可根据这一部分给出的具体的、详细的阅读提纲进行自学，家长也可以据此检查学生掌握知识的情况。

四、检查题

检查题分为A、B两组。A组是基本要求，能够顺利解答A组，就说明学生基本上掌握了这章内容。B组要求较高，重点检查学生的思维能力和灵活运用知识的能力。检查题备有详细答案及评分标准。

五、课外选读

可作为学生的自学读物，也可以做为家长向学生补充讲解的材料。其中有的内容比较浅显，有的较难，可供学生参加各种数学竞赛做准备之用。

目 录

第一章 有理数	1
一 辅导目的及方法	1
二 常见错误及补救措施	4
三 阅读提纲	7
四 检查题	11
五 课外选读：最早认识负数的是谁？	21
第二章 整式的加减法	24
一 辅导目的及方法	24
二 常见错误及补救措施	27
三 阅读提纲	30
四 检查题	32
五 课外选读：用字母表示数以后	38
第三章 一元一次方程	42
一 辅导目的及方法	42
二 常见错误及补救措施	48
三 阅读提纲	60
四 检查题	63
五 课外选读：“错车”问题	73
第四章 一元一次不等式	78
一 辅导目的及方法	78
二 常见错误及补救措施	82
三 阅读提纲	86
四 检查题	87
五 课外选读：带有绝对值符号的代数式和方程	96

第五章 二元一次方程组	103
一 辅导目的及方法	103
二 常见错误及补救措施	107
三 阅读提纲	110
四 检查题	114
五 课外选读: 用行列式法解一次方程组	122
第六章 整式的乘除	134
一 辅导目的及方法	134
二 常见错误及补救措施	139
三 阅读提纲	144
四 检查题	150
五 课外选读: 二项式平方公式的推广	160
第七章 因式分解	167
一 辅导目的及方法	167
二 常见错误及补救措施	171
三 阅读提纲	176
四 检查题	180
五 课外选读: 一般二次三项式的因式分解和双十字相乘法	186
第八章 分式	191
一 辅导目的及方法	191
二 常见错误及补救措施	202
三 阅读提纲	206
四 检查题	213
五 课外选读: 部分分式	224

第一章 有 理 数

一、辅导目的及方法

1 “有理数”这一章在初中代数中占有十分重要的地位。它是从算术过渡到代数迈出的第一步，也是最重要的一步。本章内容是学习代数的必不可少的基础知识，要学好代数，首先必须学好有理数。参照全日制教学大纲，在家庭辅导时，应使学生达到以下要求：

（1）理解有理数的概念，有理数绝对值的意义及其表示法；

（2）会用数轴上的点表示有理数，能够比较有理数的大小；

（3）掌握有理数四则运算的法则和运算律，能够熟练地进行有理数的四则运算；

（4）理解有理数乘方的意义，会查平方表和立方表；

（5）初步理解近似数的有关概念。

2 本章的主要内容是有理数的概念及其运算。有理数的运算是代数中一切运算的基础，只有熟练地掌握有理数运算，才能为以后的学习打好基础。在这一章里，必须引导学生注意以下几个问题：

（1）正确理解负数和绝对值的概念。这是掌握有理数运算法则的关键，因为运算法则的叙述都要涉及到负数和绝对值的概念。同时要使学生明确在进行有理数运算时，必

须先决定性质符号，再求绝对值。

(2) 有理数运算是算术里学过的整数和分数(包括小数)四则运算的延伸。由于数的范围扩充了，数量之间的运算关系也随之发展了。实际上，小学算术里学过的整数和分数四则运算，只是正有理数和零的计算，现在增加了负有理数。因此，在有理数的运算法则中，有一部分是直接承袭算术中的一些运算法则，有一部分则是对原有的那些法则进行调整。而前者往往对后者产生促进作用，后者常常对前者发生干扰。也就是说，在有理数运算中，那些与算术四则运算不一致的地方，是学生最容易算错的地方。例如： $-5-2$ ，他们可能等于 $+3$ ，这是受 $5-2=3$ 的影响而造成的错误。因此，在辅导时，要特别给学生强调那些与算术四则运算不一致的法则。

(3) 本章的重点是有理数的四则运算。运算能力的培养不是一朝一夕所能完成的，有些学生一算就错，遇到这种情况时，我们不要一味批评斥责孩子，而应当耐心地帮助他们寻找发生运算错误的根源。例如，有的学生小数或分数运算不过关，有的学生有理数运算不过关，有的学生是某一个法则(如加法符号法则、去括号法则)不过关，等等。家长可以通过分析他们的作业和考卷，找出学生学习中漏洞所在。这样就可以有的放矢地进行辅导。

(4) 在有理数的四则运算中，首先要抓好加法与乘法的训练，使之达到熟练程度。因为减法是加法的逆运算，除法是乘法的逆运算。在有理数运算中，减与除都要转化为加与乘后再进行计算。所以熟练掌握了加法与乘法，减法与除法也就随着解决了。另外，还要注意辅导学生在运算中使用运算律，因为这常常能使运算简便。

(5) 在整个辅导过程中, 加强混合运算和有足够的练习是使学生达到熟练运算必不可少的步骤。

3 本章的难点是理解负数的概念, 有效数字的概念和有理数的运算法则。特别是异号两数相加的法则和乘法中的“负负得正”的符号法则。突破难点的方法是帮助学生明确引入这些概念的必要性, 并且通过实例让学生理解这些概念和法则的实际意义。例如, 为什么要引入负数? 可以通过实例说明许多量除了要表示大小以外, 同时还要表示出它们的方向, 如温度计上零上3度和零下3度, 除了都是3度以外, 还有零上与零下的方向上的区别。而只用算术中的数, 已不能表示它们之间的区别, 必须引入新的数——负数。又如绝对值概念, 首先要解决为什么要讲数的绝对值, 可以先考察具体实例: 两个同学从校门口出发, 甲往正东走100米, 乙往正西走200米, 问他们谁走得远? 如果规定向东走为正, 则向西走为负, 用有理数来表示就是+100和-200, 但要问他们谁走得远, 就必须同按正的量考虑, 才能得出正确答案。由此可见, 在解决某些实际问题时, 常常要运用到绝对值的概念。

其次, 要抓住突破难点的关键, 帮助学生反复认识。例如, 对于异号两数相加的法则, 可以让学生自己画出图形, 通过图形说明法则加深认识。又如在学习“负负相乘为正”的法则时, 让学生通过对比认识“把一个乘数换成它的相反数, 所得的积是原来的积的相反数”, 再辅之以“反面的反面等于正面”这类的实例, 就可以使学生比较顺利地突破难点。

4 请家长参照学校的教学进度进行辅导:

- | | | |
|------------|---|--------|
| 1.1 相反意义的量 | } | 约 3 课时 |
| 1.2 正数和负数 | | |
| 1.3 有理数 | | |

1.4	数轴	}	约 4 课时
1.5	相反数和绝对值		
1.6	有理数大小的比较		
1.7	有理数的加法	}	约 6 课时
1.8	加法的运算律		
1.9	有理数的减法		
1.10	加减法统一成加法		
1.11	有理数的乘法	}	约 8 课时
1.12	乘法的运算律		
1.13	有理数的除法		
1.14	有理数的乘方		
1.15	近似数和有效数字	}	约 8 课时
1.16	平方表和立方表		
1.17	有理数的混合运算		
	综合练习及测验		约 2 课时

二、常见错误及补救措施

1 遗忘符号，特别是遗忘性质符号，如 $2-3=1$ 。如果在辅导中发现了这种错误，就说明学生对正数和负数的意义没有真正理解，他们还没有突破小学算术只计算绝对值不管符号的习惯的束缚。有的学生一说起来也知道要考虑符号，但一算题就忘记写符号，这反映出他们还没有把符号看作是有理数的一个组成部分。

为了纠正这种错误，首先要让学生真正理解正数和负数的意义。可以辅导学生口答下面一组题目。

(1) 举出一些具有相反意义的量，怎样表示相反意义

的量？

(2) 零是正数还是负数？

(3) “温度上升 -3 度”表示什么意思？

(4) 在数轴上记出下列各数：

$+3, -5, 0, 1.$

(5) 下列各对数中，哪些是相等的数？哪些是互为相反的数？

① $-(+3)$ 和 $+(-3)$ ；

② $-(-3)$ 和 $+(+3)$ ；

③ $+(-3)$ 和 $+(+3)$ 。

(6) 计算：

① $2-4$ ；

② $4 \times (-2)$ ；

③ $-7+3$ ；

④ $6 \div (-3)$ ；

⑤ $-3-8$ ；

⑥ $(-2) \times (-3)$ 。

2 加减混淆。在有理数的运算法则中，有时作的是加法，实际按减法算，如 $(+5)+(-2)=+3$ ；有时作的是减法，实际按加法算，如 $(+2)-(-3)=+5$ 。这对初学有理数的学生来说，是很不习惯的。统一成加法省略加号以后，该加还是该减更不易掌握。实践证明，算术四则运算对有理数加减法的干扰比对有理数乘除法的干扰要大得多。

为了纠正这种错误，可以辅导学生练习下面一组对比练习题。

(1) 计算：

① $(+2)+(-5)$ ；

② $(-2)+(+5)$ ；

③ $(+2)-(-5)$ ；

④ $(-2)-(+5)$ ；

⑤ $(-2)+(-5)$ ；

⑥ $(-2)-(-5)$ 。

(2) 计算：

$$\textcircled{1} 2-3;$$

$$\textcircled{2} -2+3;$$

$$\textcircled{3} -2-3;$$

$$\textcircled{4} -2-(-3).$$

(3) 计算:

$$\textcircled{1} -4+\frac{3}{4};$$

$$\textcircled{2} -4-\frac{3}{4};$$

$$\textcircled{3} -4\times\frac{3}{4};$$

$$\textcircled{4} -4\div\frac{3}{4}.$$

3 乘方中的错误. 乘方是相同因数乘法的缩写, 这个缩写过程是在学生上中学以后才完成的, 他们对此还很不习惯, 常把指数与底数乘起来当作幂, 如把 2^3 算成 $2\times 3=6$. 对于负数的乘方, 出现的错误就更多了, 如 $(-2)^4=-16$; $-2^2-(-2)^2=0$, 等等. 前者是因为学生忽略了指数为偶数的条件或错误地认为“把负号提出来”; 后者是学生分不清 -2^2 与 $(-2)^2$ 的区别造成的. 如果发现学生出现了这样的错误, 可以让他们做下面一组练习题.

(1) 为什么负数的奇数次幂为负数, 负数的偶数次幂为正数?

(2) $\textcircled{1}$ 3^2 和 3×2 有什么区别?

$\textcircled{2}$ $(-3)^2$ 和 -3^2 有什么区别?

$\textcircled{3}$ $(2\times 3)^2$ 和 2×3^2 有什么区别?

(3) 说出下列各式的结果:

$$-3^2, -5^3, -(-3)^2, -(-5)^3, (-3)^2, (-5)^3.$$

(4) 计算:

$$\textcircled{1} -5^2;$$

$$\textcircled{2} -(-3)^2;$$

$$\textcircled{3} -2^2+(-2)^2;$$

$$\textcircled{4} (-2)^3+2\times 3.$$

4 运算顺序错误. 算术里的运算顺序可以直接推广到有理数运算中, 即先乘方、再乘除、最后加减; 如果有括

号，就先算括号里面的。但有时性质符号与运算符号掺杂在一起，就容易造成运算顺序上的差错。比方把 $3 + (+2)(-3)$ 错写成 $3 + 2 - 3 = 2$ ，就是由于丢掉性质符号前面的括号而算错。也有时由于省略乘号后弄不清运算顺序而出错，如 $8 - 3(-2) = 5(-2) = -10$ （或 $= 3$ ）。这些错误都是由于不清楚性质符号与运算符号的关系与区别而造成的。

为了纠正这方面的错误，可以辅导学生计算下面一组练习。

(1) 计算：

- ① $2 - (-3)(-2)$;
- ② $[2 - (-3)](-2)$;
- ③ $(-7) - (-3) - 5$;
- ④ $(-7) - (-3)(-5)$;
- ⑤ $[(-7) - (-3)](-5)$;
- ⑥ $(-7)[-(-3)](-5)$ 。

(2) 计算：

- ① $[(-3) + (-2)] \div (-5)$;
- ② $(-3) + (-2) \div (-5)$;
- ③ $(-6) \div [(-2) + (-8)] \div (-5)$;
- ④ $(-6) \div [(-2) + (-8) \div (-5)]$;
- ⑤ $[(-15) \div (-3)]^2 - (-3)$;
- ⑥ $(-15) \div [(-3)^2 - (-3)]$ 。

三、阅 读 提 纲

(一) 有理数的意义

1.1 相反意义的量