大学文科高等数学

第一册

姚孟臣 主编 卢刚 孙惠玲 徐庆和 刘洁民 编

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学文科高等数学　第一册/姚孟臣主编;卢刚等编.
北京:高等教育出版社,1997.7(2001 重印)
ISBN 7-04-006262-3

Ⅰ.大…　Ⅱ.①姚…②卢…　Ⅲ.高等数学-高等学校-
教材　Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 05892 号

出版发行	高等教育出版社		
社　　址	北京市东城区沙滩后街 55 号	**邮政编码**	100009
电　　话	010—64054588	**传　　真**	010—64014048
网　　址	http://www.hep.edu.cn		
经　　销	新华书店北京发行所		
印　　刷	北京人卫印刷厂		
开　　本	850×1168　1/32	**版　　次**	1997 年 7 月第 1 版
印　　张	9.25	**印　　次**	2001 年 3 月第 7 次印刷
字　　数	240 000	**定　　价**	9.20 元

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等
质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

内容提要

全书以微积分、线性代数、概率论和数理统计为主要内容，采用“模块式”结构分两册出版．两册内容既相互独立，又互相衔接、逐层递进，以便不同专业根据各自的需要和学时的多少灵活地选取或组合．第一册包括初等微积分、线性代数简介、概率统计初步等三部分内容；第二册包括一元微积分、线性代数、初等概率论和一元统计分析初步等四部分内容．此外，每章的最后一节是历史注记，介绍一些与该章内容有关的数学史知识；章末有习题．

序

半个世纪以来，数学在社会生活中的作用发生了革命性的变化，计算机的发展，使数学的潜在威力得以越来越快地转化为现实的生产力和认识能力，使人类走向信息社会。到处都在用数学，不但是自然科学和工程技术，在社会科学中也越来越明显。人们开始谈论数学技术和数学文化。

80 年代常常听到出国留学的人说，工科学生在国外听课，拦路虎是数学。到了 90 年代，文科的，如经济、政治、社会学科的留学生也有这样的反映了。以前我国大学文科不学数学，已不能适应时代的需要。

文科数学教学是个新事物，有许多新的特点。既要学习有用的数学知识，又要领略理性思维的挑战，而学时无多；学生的基础不同（中学分文、理科班），各系科的需求不同，矛盾很多。单单把理工科教材删繁就简不能解决问题，需要新的探索.

北京大学得风气之先，文科学生学习数学的要求比较早，热情比较高，文科数学课程建设发展很快。姚孟臣等同志十几年来一直从事这个课程的建设，积累了丰富的经验，这本教材就是他们的教学经验的结晶.它及时地满足当前的需要，相信会对我国文科数学教育的推广和发展起到很好的作用。

姜伯驹

1997 年 3 月

前　言

目前,国内许多高等院校都在文科各专业开设了高等数学课。以北京大学为例,自1979年以来先后为哲学、社会学、法律学、政治学、图书馆、中文、历史、考古、国政等系的本科生及部分研究生开设了高等数学课,1997年还将为外语类(包括东语、西语、俄语、英语)各专业开设此课。届时,北京大学所有专业都将设有高等数学课。通过近几年来的实践,各院校结合实际情况对不同专业高等数学课程的教学内容、结构、方法、目的和要求进行了积极的探讨.越来越多的人已经清楚地认识到,对于现在和未来的社会科学工作者来说,数学既是一种强有力的研究工具,也是一种不可缺少的思维方式.为了适应文科类专业对这类课程日益增长的需求,我们根据国家教委和北京市教委关于"开展面向21世纪教学内容和教学体系的研究"的精神,借鉴国内外一些文科高等数学教科书的经验教训,以多年来在北京大学等院校文科各专业授课所用讲义的基础上编写了本书。

由于数学自身的特点和人类社会的进步,数学在现代文化中已经在扮演着中心角色。当代文化发展的重要特征之一就是数学化,数学的方法、思想与精神不仅在自然科学和工程技术领域中起着重要的作用,而且正在以越来越快的速度渗透到社会科学的各个领域,显示出巨大的推动作用和启发作用。在许多场合,它已经不单纯是一种辅助性的工具,而是解决许多重大问题的关键性的思想与方法.1971年2月,美国学者卡尔·多伊奇(K. Deutsch)等人在《科学》杂志上发表了一项研究报告,列举了1900—1965年间在世界范围内社会科学方面的62项重大成就,其中数学化的定量研究占2/3,而这些定量研究中的5/6又是在1930年以后作出的.

100 多年前，马克思曾经指出："一门科学只有在成功地应用数学时，才算达到了真正完善的地步."看来当代社会科学的发展已经开始进入这个阶段了.正因为如此，美国著名社会学家和未来学家丹尼尔·贝尔(Daneil Bell)在他的论著《第二次世界大战以来的社会科学》(1979—1980 年发表于美国不列颠百科全书出版社出版的《伟大的科学思想》(两卷本))中认为，社会科学的"理论不再仅仅停留在观念和咬文嚼字上，而成了可以用经验的和可验证的形式来表达的命题.社会科学正在变成像自然科学那样的'硬科学'."1992 年，美国数学家基姆(K.H.Kim)等人在"数学社会科学概观"一文中指出："当今，数学社会科学已很完美地建立起来了.数理经济学、语言学、社会选择与对策论均涉及很精致的数学体系……数学社会科学既有宏伟的目标，也有适中的目标；宏伟的目标是通过结构设计来预测并控制大范围社会系统，以消除诸如经济萧条等灾难；比较适中的目标是制订数学指数，如权力指数，以及建立一些非常特殊的社会过程的模型."数学方法的运用正在极大地影响着社会科学工作者观察问题的角度、思考问题的方式以及运用文献资料的方法，影响着他们对原始资料的收集和整理，以及分析这些资料的方向、内容和着眼点.数学方法的运用不仅使研究课题、基本论点、论证过程以及研究结果的表述更加清晰、准确、严谨，对于研究结果的检验也有重要意义，而更为重要的是运用数学方法有可能解决使用习惯的、传统的研究方法所无法解决的某些难题.

目前，在传统的社会科学领域中，经济学是最成功地实现数学化的学科，成就令人瞩目.正如现代计算机之父、数学家、数理经济学家冯·诺伊曼(von Neumann)所料，经济现象最复杂，它要用的数学理论也最高深，因为越是抽象的数学工具越适于分析实际上十分复杂的事物.数学在经济学中的应用，产生了包括数理经济学、经济计量学、经济控制论、经济预测、经济信息等分支的数量经济学科群，以致一些西方学者认为：当代的经济学实际上已成为应

用数学的一个分支.自 1969 年诺贝尔奖中设立经济学奖以来,因成功地将数学方法运用于经济学研究领域而获奖的工作占了三分之二.

1983 年,著名的斯普林格出版社纽约分社出版了一套 4 卷本的《应用数学中的模块》丛书,其第 2 卷《政治模型及其他有关模型》包括 14 篇专题介绍文章,除第一篇是概述应用数学的过程和构建数学模型的特点外,其余 13 篇均是关于数学在政治学及相关领域中应用研究的综述,例如数学在选举体制、社会抉择、民意测验、议员名额分配等方面的应用.

在当代管理科学中,正越来越多地使用着各种数学方法,其中运筹学方法的广泛而深入的应用尤为突出.运筹学是在第二次世界大战中为进行作战研究而发展起来的一门应用学科,其中的理论和方法在战后被广泛应用于各种民用领域,成为一门主要运用数学和计算机等方法为决策优化提供理论和方法的学科.

由于电子计算机的问世及迅速发展,数学理论与方法在军事理论中的作用越来越明显,军事理论中数量化、精密化的程度也越来越高.例如,军事运筹学应用各种数学方法来描述与分析军事作战及有关行动,寻求最优决策,主要研究军队日常管理、作战指挥运筹、武器装备发展、国防战略决策等问题;数理战术学运用数学方法对作战过程中最本质的规律作抽象的描述与处理,建立起公理化的数学模型,用数学方法演绎出一套战术理论和原则;计算机作战模拟可以在很短时间内模拟一个很长的战斗过程,显示各种可能的结果,使军事指挥员可以从中选择对自己一方最有利又最稳妥的作战方案.现在人们已经越来越清楚地认识到,在某种意义上,未来战争就是敌我双方运用数学理论、方法结合现代计算技术进行的战争.

早在 19 世纪中叶,一些历史学著作中已开始使用简单的数学(主要是统计学).本世纪 50 年代以来,系统地应用复杂的数学方法研究历史的计量史学蓬勃兴起,在许多方面突破了传统历史研

究的局限，被称为历史研究中的计量革命.现在国际史学界所争论的问题已不是“是否有必要运用数学”，而是“应该在什么方面以及怎样更好地运用数学”.

语言学和数学都有着悠久的历史，前者历来被看作典型的人文科学，后者直到本世纪以前一直被认为是最重要的自然科学.出人意料的是，这两门代表着人类知识两极的学科之间竟有着深刻的内在联系.从19世纪中叶开始，许多数学家和语言学家进行了用数学方法研究语言学问题的实践，获得了许多重要结果.20世纪中叶以来，由于电子计算机的出现和发展，数学渗透到了形态学、句法学、词汇学、语音学、文字学、语义学等语言学的各个分支，促进了语言学的数学化，进而形成了“数理语言学”这一新兴学科，用数学方法研究语言现象并加以定量化和形式化的描述，使用了概率论与数理统计、数理逻辑、集合论、图论、信息论方法、公理化方法、数学模型方法、模糊数学方法等一系列数学理论与方法，取得了许多出人意料而又令人叹服的研究结果.

从希腊时代开始，数学与哲学就结下了不解之缘.西方近代最杰出的哲学家如笛卡尔、斯宾诺莎、莱布尼茨、洛克、贝克莱、康德，或者本人就是数学家，或者具有相当高的数学素养，他们的哲学也深深地打上了数学的印记.19世纪后期至本世纪，一些重要哲学进展也与数学发展密切相关，例如庞加莱的约定论，分析哲学，结构主义，系统哲学.正如本世纪初德国哲学家施本格勒(O. Spengler)在其名著《西方的没落》(1918)中所说：“最终来说，数学是最高境界的形上思考，就如同柏拉图，尤其是莱布尼茨所表现的一样.迄今为止，每一种哲学皆伴随有一种属于此哲学的数学而共同发展.”英国哲学家怀特海(A. N. Whitehead)也在《科学与近代世界》(1932)中指出：“假如有人说，编著一部思想史而不深刻研究每一个时代的数学概念，就等于是在‘汉姆雷特’这一剧本中去掉了汉姆雷特这一角色.这种说法也许太过分了，我不愿说得这样过火.但这样做却肯定地等于是把奥菲莉这一角色去掉了.”

人们早已习惯于把数学看作科学的工具和语言，却往往忘记了数学也是一种十分重要的思维方式和文化精神．对于一个合格的文科大学毕业生，这种思维方式不仅是十分基本的，而且是无法通过其他途径获得的．1989 年，美国国家研究委员会发表了一份题为《人人关心数学教育的未来》的研究报告，其中指出："除了定理和理论外，数学提供了有特色的思考方式，包括建立模型、抽象化、最优化、逻辑分析、从数据进行推断，以及运用符号等，它们是普遍适用并且强有力的思考方式．应用这些数学思考方式的经验构成了数学能力——在当今这个技术时代日益重要的一种智力，它使人们能批判地阅读，能识别谬误，能探察偏见，能估计风险，能提出变通办法．数学能使我们更好地了解我们生活在其中的充满信息的世界．"数学追求一种完全确定的、完全可靠的知识．数学对象必须有明确无误的概念，数学推理必须由明确无误的命题开始，并服从明确无误的推理规则，借以达到正确的结论．贯穿其中的，是一种无与伦比的理性精神．"正是这种精神，使得人类的思维得以运用到最完善的程度，亦正是这种精神，试图决定性地影响人类的物质、道德和社会生活；试图回答有关人类自身存在提出的问题；努力去理解和控制自然；尽力去探求和确立已经获得的知识的最深刻和最完美的内涵．"(M.克莱因：《数学与文化——是与非的观念》)与其他科学相比，数学最突出的特点是它使用了逻辑的方法，即公理方法，而它也以这种方法为人类文化的其他部门的建立与发展提供了典范．从某种意义上说，数学实际上已经成为现代人类思维过程的基础．实际上，数学的抽象性使它获得了其他人类思维活动所不具有的通用性．人类文化的许多方面都涉及到对各种模式的运用、理解和研究，而数学正是关于模式与秩序的科学．正如 A.N.怀特海在《数学与善》一文中所说："每一种艺术都奠基于模式的研究．社会组织的结合力也依赖于行为模式的保持；文明的进步也侥幸地依赖于这种模式的变更．因而，把模式灌输进自然发生的事物，这些模式的稳定性，以及这些模式的变更，对于善的实

现都是必要条件."“数学对于理解模式和分析模式之间的关系,是最强有力的技术.”

针对文科学生的实际需要、知识结构和思维特点,本教材在内容选取和结构设计上都作了较为周密的考虑.全书以微积分、线性代数、概率论和数理统计为主要内容,打破了以往各类高等数学教材的格局,采用“模块式”结构,分两册出版.两册内容既相对独立,又互相衔接、逐层递进,以便不同专业根据各自的需要和学时的多少灵活地选取或组合.第一册包括初等微积分、线性代数简介、概率统计初步等三部分内容;第二册包括一元微积分、线性代数、初等概率论和一元统计分析初步等四部分内容.此外,每章的最后一节是历史注记,介绍一些与该章内容有关的数学史知识;章末有习题.

如前所述,数学不仅是一种重要的工具,也是一种基本的思维方式.我们在编写过程中努力兼顾了这两个方面,即在介绍数学知识的同时,强调培养学生的数学思维方式.教材中不仅渗透了一些数学的思想方法,介绍了许多在社会科学中十分重要的数学模型,而且融会了数学发展史、数学方法论以及数学在现代社会中的应用,力图使学生对数学的基本特点、方法、思想、历史及其在社会与文化中的应用与地位有大致的认识,获得合理的、适应未来发展需要的知识结构,进而增强对科学的文化内涵与社会价值的理解,为他们将来对数学的进一步了解与实际应用提供背景的材料与基本的能力,为现代化社会培养具有新型知识结构与文化观念的人才.

中国人民大学信息学院副院长胡显佑先生仔细审阅了全部书稿,清华大学俞正光先生、中央民族大学魏凤荣先生分别审阅了部分书稿,并提出了很多宝贵的意见.在本书的编写过程中,得到了北京大学数学科学学院院长姜伯驹先生、副院长彭立中先生的关心与帮助;作为本书的责任编辑高等教育出版社文小西先生逐字逐句地审阅了全部书稿,提出了中肯的修改意见和建议.北京大学教务处和数学系、中国人民大学信息学院、清华大学应用数学系、

北京师范大学数学系、首都师范大学数学系、中央民族大学数学系、首都经贸大学信息系、中国政法大学自然科学教研室、海淀走读大学经管学院等十余所院校的领导与专家多次参加有关的研讨会和审稿会,提出了很多好的建议,为本书的出版做出了很大的贡献,在此一并致谢.

由于作者水平有限,又时间仓促,书中的错误及不妥之处在所难免,敬请读者不吝指正.

编者

1996年12月10日

目　录

预 备 知 识

本书要用到集合论与逻辑理论中的一些基本概念，作为预备知识，在这里我们作一简单介绍.

一、量词与逻辑符号

为了叙述方便，我们将采用下面的量词与逻辑符号.

符号 $\forall$

表示"一切"或"任给"，称为全称量词. 例如，$\forall x\geqslant 0$ 表示"对于一切非负的 x".

符号 $\exists$

表示"存在"或"找到"，称为存在量词. 例如，$\exists n\in\mathbf{N}$ 表示"在自然数集合 $\mathbf{N}$ 中存在着这样的数 n".

符号 $\Rightarrow$

表示逻辑结果. 用 $A\Rightarrow B$ 表示"从命题(或条件)A 得到命题(或条件)B"或"若实现 A，则 B 成立".

符号 $\Leftrightarrow$

表示逻辑上的等价性. 用 $A\Leftrightarrow B$ 表示"从 A 得到 B，反之从 B 得到 A"或"A 与 B 等价". 例如

$$|x-a|\leqslant r\Leftrightarrow a-r\leqslant x\leqslant a+r$$

表示"$|x-a|\leqslant r$ 等价于 $a-r\leqslant x\leqslant a+r$".

本书常用符号

$\mathbf{N}$——一切自然数的集合；

$\mathbf{N}_+$——一切正整数的集合；

$\mathbf{Z}$——一切整数的集合；

$\mathbf{Q}$——一切有理数的集合；

$\mathbf{R}$——一切实数的集合，数直线；

$\mathbf{R}^2$——数平面上一切点的集合；

$\emptyset$——空集(或不可能事件)；

Ω——全集(样本空间或必然事件)；

$\in$——属于；　　　　　　$\supset$——包含；

$\bigcup$——(集合或事件的)并；　　$\Rightarrow$——推出(隐含)；

$\bigcap$——(集合或事件的)交；　　$\Leftrightarrow$——当且仅当(等价)；

$\forall$——一切(任给)；　　　　$\leftrightarrow$——对应；

$\exists$——存在(找到)；　　　　$\sum$——求和；

<u>def</u>——定义为；　　　　　Π——求积.

二、集合初步

粗略的说，所谓集合就是按照某些规定能够识别的一些具体对象或事物的全体.构成集合的每一个对象或事物叫做集合的元素.例如：

(1) 北京大学在校生的全体为一集合；

(2) 方程 $x^2-3x+2=0$ 的根的全体为一集合；

(3) 所有自然数为一集合；

(4) 直线 $y-2x-1=0$ 上的所有点为一集合.

在上述前两个例子中，每个集合只有有限多个元素，这种集合叫做有限集.后两个例子中所给出的集合不是由有限个元素组成，这种集合叫做无限集.

通常集合用大写字母 A,B,C 表示，其元素用小写字母 a,b,c 表示.

设 A 是一个集合，如果 a 是 A 的元素，记作

$$a \in A;$$

如果 a 不是 A 的元素，记作

$$a \notin A(\text{或 } a \,\overline{\in}\, A).$$

例如，变量 x 的取值范围构成的集合 X 叫做变化域，有 $x\in X$.

集合一般有两种表示法：**列举法和示性法**.所谓列举法就是把集合的元素都列举出来.例如，A 是由 1,3,5,7,9 这五个数组成的集合，记作

$$A=\{1,3,5,7,9\}.$$

也就是说{ }中将 A 的元素都一一列举出来了.所谓示性法就是给出集合元素的特性.一般用

$$A = \{a \mid a\ \text{具有的性质}\}$$

来表示具有某种性质的全体元素 a 构成的集合.如上述的集合 A 也可以记作

$$A = \{2n + 1 \mid n < 5, n \in \mathbf{N}\}$$

由此可见,同一个集合可以有不同的表示法,也就是说,一个集合的表示法不是唯一的.

只含有一个元素 a 的集合叫做**单元集合**,记为 $\{a\}$.例如常数 c 的变化域就是单元集合 $\{c\}$.

不含有任何元素的集合叫做**空集**,记为 $\varnothing$.例如方程 $x^2 + 1 = 0$ 的实数解的解集合就是空集.把空集合也视为集合,正如我们把 0 也看作数一样,在数学上是方便的.但要注意空集 $\varnothing$ 与单元集合 $\{0\}$ 不是一回事.

由所研究对象的全体构成的集合称为**全集**,记作 Ω.例如当讨论一元线性方程

$$ax + b = 0(a \neq 0\ \text{且}\ a \in \mathbf{N}, b \in \mathbf{Q})$$

的有理解集合时,有理数集 $\mathbf{Q}$ 是一个全集,需要指出的是全集是相对的.在一种条件下是全集的集合,在另一种条件下可能就不是全集.前例中,如果在实数范围内讨论一元线性方程 $ax + b = 0(a \neq 0)$ 的解集合时,那么 $\mathbf{Q}$ 就不是全集了.

设 A, B 是两个集合.如果集合 A 的元素都是集合 B 的元素,即 $a \in A$ 必有 $a \in B$,那么称 A 为 B 的**子集合**,记作

$$A \subset B\ \text{或}\ B \supset A,$$

读作 A 包含于 B 或 B 包含 A.如果 $A \subset B, B \subset C$,那么 $A \subset C$.这说明了包含具有传递性.例如 $\mathbf{N} \subset \mathbf{Q}, \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$,于是有 $\mathbf{N} \subset \mathbf{R}$.容易看出,对于任意的集合 A,总有 $A \subset A, \varnothing \subset A, A \subset \Omega$ 成立.

例 1 设 $A = \{2,4,8\}$,则集合 A 的所有子集是 $\varnothing, \{2\}, \{4\}, \{8\}, \{2,4\}, \{2,8\}, \{4,8\}, \{2,4,8\}$.注意,在考虑集合 A 的所有子