

供地学工作者用的
连续体力学的
基本概念

应力
和

应变

[美] W. D. 米恩斯 著

科学出版社

应力和应变

供地学工作者用的连续体力学的基本概念

[美] W. D. 米恩斯 著

丁中一 殷有泉 译

王 仁 校

科学出版社

1982

内 容 简 介

这是一本向地质工作者介绍连续体力学基本概念的书。全书正文由四部分组成,共二十七章。第一部分(四章)介绍力学状态的一般概念,例如瞬时量(如应力)与两状态量(如有限应变)之间的区别。第二部分(九章)详细地论述应力,包括应力的变换公式,张量表示,应力椭球和莫尔图。第三部分(十一章)介绍形变的几何学,包括应变椭球的分析,无限小应变和有限应变,还讨论了应变场和应变历史。第四部分(三章)考察了理想弹性和理想粘性材料的本构关系,以及这些材料的应变能。

本书在内容上由浅入深,层次清楚,并尽量使用较为浅近的数学工具。在每一章末尾都有一组有解答的习题以及有关的参考文献的评注。因而本书特别适合于数学和物理学基础较弱的读者阅读。本书还在正文和习题中联系不少地质方面的问题,这有助于加强读者用力学方法分析地质问题的能力,为读者进一步阅读地质科学的现代文献和较深入的连续体力学专著打下必要的基础。

本书可作为地质科学有关专业的大学生,研究生和科学技术工作者学习力学的自学或教学参考书。

W. D. Means

STRESS AND STRAIN

Springer-Verlag New York Inc. 1976

应 力 和 应 变

供地质工作者用的连续体力学的基本概念

[美] W. D. 米恩斯 著

丁中一 殷有泉 译

王 仁 校

责任编辑 李祺方

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982年3月第一版 开本:787×1092 1/16

1982年3月第一次印刷 印张:13

印数:0001—3,810 字数:296,000

统一书号:13031·1856

本社书号:2521·13—14

定 价: 2.00 元

校译者前言

应力与应变的概念在通常的构造地质学教科书中早已作为基本概念在头几章中引进。然而在对构造运动进行力学分析的早期工作中,如均衡代偿等,常常只用到理论力学中关于刚体力学的概念,却很少进行应力与应变的分析,以致这两个属于变形体(即连续介质)力学的基本概念并没有得到很好掌握。应力与应变在数学上是张量,不如力和力矩作为矢量那么直观,概念较难于建立,使得地质工作者有时仍企图用刚体力学的概念进行分析而造成错误,这在中外文献中也是屡见不鲜的。

刚体力学的概念和变形体力学的概念有一些基本的差别。在前者的情形,物体不变形,考虑的是它的整体运动,物体沿合力的作用方向移动或绕合力矩的轴转动。在变形体的情形,研究的是物体内部的变形和内部应力的分布,它们和物体内部各部分抵抗变形的性能有关,也和物体受其周围部分约束的情况有关。同一形状的物体受同一组外力的作用,若内部物性分布不同,约束条件不同,内部应力的分布可以完全不同。受压力作用的物体,由于内部存在空隙可以产生拉应力和拉破裂。这些情况若用刚体力学的概念进行分析,就难免造成错误。

当前构造地质学与力学的结合日益紧密,从定性描述进入到半定量及定量的阶段。随着对地质构造变形进行更深入分析的需要,特别是在捕捉地震前兆、探索地震成因等问题中,必须用到变形体力学的概念。本书写作的目的正是帮助地质工作者准确地建立起应力与应变这两个基本概念和初步学会它们的应用。它们对于理解构造动力学、地质力学、地球动力学的现代文献是必不可少的。

本书考虑到地质工作者的数学基础,书中大部分地方只运用非常初等的数学处理方法,还精心地设计了较多的习题和思考题,附有答案以便自学。在正文和习题中经常联系地质学和地球物理学的问题阐述这些基本概念,以提高读者分析实际地质问题的能力。本书对于地质和地震专业的大学生会是一本很好的参考书,对于正在从事实际工作的地质和地震人员的自学也是一本很好的教材。我们相信这本书对于提高我国广大地质科学工作者的力学水平一定会有所帮助。

书中由于避免数学上的复杂性,有少数地方在数学上是不够严谨的,但它们并不妨碍读者进行更深入的学习。书中另有一些枝节上的错误,译者均已用注释加以改正。本书着重阐明应力和应变这两个基本概念,对于应力-应变关系和应力场及应变场,则只做了很简单的介绍。据我们了解,作者又在写一本关于应力-应变关系和应力分析方面的书以弥补这方面的不足。

王仁、丁中一、殷有泉

原 序

这是一本供地质工作者用的关于应力和应变理论的基础书籍。写本书是因为相信，向构造地质学和大地构造学方面的学生正确地介绍连续体力学是必不可少的，正如对于岩石学方面的学生来说物理化学是必需的一样。这看法是大多数构造地质学家所共有的，但仍未反映到典型的地质学课程表中。大学生仍按惯例只听几讲力学基础的课。而在研究生阶段也很少有任何关于这方面的系统讲授。结果，许多对构造地质学和大地构造学感兴趣的学生结束了他们的正规培养，但对作为力学系统的岩石方面的现代文献没有能力去理解或作出贡献。

对此，长远的补救办法是将连续体力学和材料性质的课程规定为大学生课程。这些科目是困难的，但并不比大学生通常学习的光性矿物学或热力学或其他严密的科目更难。对于希望提高与地质学有关的力学课题理解力的学生和地质工作者，短期的补救办法是向他们提供适合于自学的书。本书打算在应力和应变方面满足短期的需要，它们是连续体力学的两个基本的然而难以弄懂的概念。本书主要作为一本自修指南，但它也能用作一门一学期课程的教科书，或者作为构造地质学课程的主要教材的补充。

这里的数学理论以非常初等的和详细的方式推导。这样的处理在某些地方对于熟悉有关内容的人看来是烦琐的，但对初学者，特别对在物理和应用数学方面基础较差的人，这是有益的。为使材料尽可能易于领会，本书分成二十七章，每章都附有一组带解答的习题。希望学了这本导论性的书将补充和便于使用 Jaeger (1969) 及 Ramsay (1967) 的更高级、更全面的书和 Johnson (1970) 及 Hubbert (1972) 的针对问题的书。本书的处理非常相似于、且部分地受 W. M. Chapple 和 E. G. Bombolakis 在 1967 年岩石力学讨论会上报告 (Riecker 编, 1968) 的章节的启发。重点是关于应力和应变的概念而不是解决特定的地质问题。

读者若希望读本书的简缩本，略去某些应力张量和应变张量的部分，建议跳过第十一、二十、二十一和二十二章。

W. D. 米恩斯

纽约，奥尔巴尼，1975.8.

目 录

第一部分 引 论

第一章 岩石的材料组合	2
第二章 力学状态	5
第三章 力学状态的改变	9
第四章 构造的力学意义	13

第二部分 岩石中的力

第五章 力的类型	21
第六章 平面上的应力	25
第七章 应力椭球(一)	32
第八章 应力椭球(二)	37
第九章 应力莫尔圆	42
第十章 应力的张量分量	50
第十一章 哥西公式, 张量分量的变换	59
第十二章 应力场	65
第十三章 应力历史	70

第三部分 岩石的形变

第十四章 畸变和形变, 畸变的量度	74
第十五章 应变椭球	80
第十六章 无限小应变的莫尔圆	87
第十七章 有限应变的莫尔圆	92
第十八章 位移梯度和形变梯度	98
第十九章 无限小应变的张量分量(一)	105
第二十章 无限小应变的张量分量(二)	110
第二十一章 有限应变的张量分量(一)	115
第二十二章 有限应变的张量分量(二)	119
第二十三章 应变场	127
第二十四章 应变历史	132

第四部分 包含力和形变的课题

第二十五章 胡克特性	141
第二十六章 牛顿特性	149
第二十七章 形变所消耗的能量	155

附录

习题解答	161
参考文献	192
单位换算表	194
索引	196

第一部分 引 论

力学涉及的是任何物质系统中的力和运动。某些力学知识对地质学是有价值的，因为许多能观察到的岩体特征反映了岩体经受过的力或运动的情况。这种特征包括构造、显微构造、矿物集合体、沉积盆地的岩性层序甚至动物化石的序列。然而，本书的大部分不是对岩石本身作力学解释而是讨论力学的某些基本概念，这些概念最好是通过一个理想化的均匀和连续材料来说明。第一章讨论这种假想的材料与实际岩石之间的不同处和相似处。第二、三章对于考察岩体在某时刻的力学状态与比较它在两个不同时刻的力学状态之间的重大区别作了介绍。第四章给出关于地质现象的力学意义的一点总看法。

第一章 岩石的材料组合

材料的均匀性和连续性

我们从定义四类材料开始。

若材料的一小块与任何其它小块的性质是相同的，则此材料是均匀的。不符合此定义的材料称为非均匀的。

若材料内的每一小容积均被材料所占据，且材料的性质从一点到另一点平缓地变化，则此材料是连续的。若材料不具有这些特性，其密度和强度等性质在经过内部界面时有突然的变化，此材料被称为不连续的。

当把这些定义应用于颗粒状的、结晶状的材料如岩石或泥土、金属或陶瓷制品时，我们发现，所有这些材料都是非均匀的和不连续的。例如，即使最均质的和看来紧密的石英岩立方体沿颗粒边界也含有微细的空隙，且其任何两部分的密度都会有少量的差别。因此，实际材料从来不是完全均匀的或完全连续的。

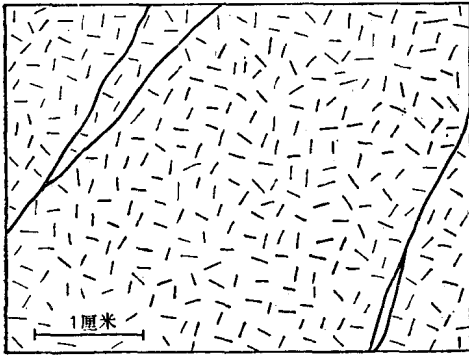


图 1.1 示出了黑云母颗粒及节理的
花岗质脉岩

对一厘米尺度范围的黑云母含量来说，岩石是近似均匀的（即在此脉岩内无论什么地方的 1 厘米³ 岩石近似地含有相同数目的黑云母颗粒）。岩石在这个尺度上对节理频度来说不是均匀的。

然而，完全均匀和完全连续的概念仍是有用的，因为它们定义了理想化材料的性质，而力学性能的大量数学理论涉及这些理想材料。如果我们规定对理想材料允许的某些偏离，这些概念使我们能将材料分类为近似均匀的或近似连续的。在图 1.1 中对均匀性作了说明。注意，将实际材料的某个部分在这种不太严格、或“统计”意义下叫做均匀的，我们就必须规定对该部分取样的一个尺度以及对它所考察的特定性质。

岩石的材料组分和构造

图 1.2 以不同的尺度示出了岩体。在每一个考察范围内都有一类以上的近似均匀区域。均匀区域的这些类型都是岩体的材料组分。例如，在图 1.2e 中材料组分是石英颗粒，云母片和尖稜褶曲黑云母；而在图 1.2c 中材料组分是褶皱沉积物和火成岩。不管在什么尺度下观察，我们注意的是由不同材料组分占有的区域。这些区域由边界隔开，而正是这些边界，特别是它们的空间几何形状，定义了岩体的构造。若用显微镜来观察这种构造，称它为显微构造。

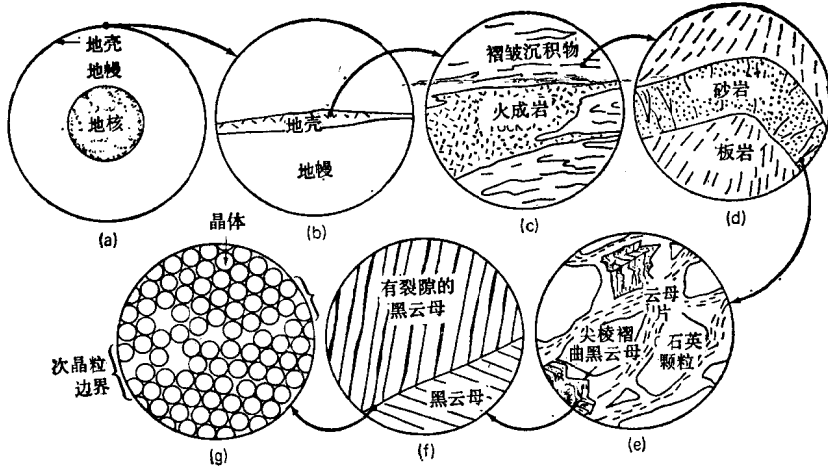


图 1.2 不同尺度的岩体, 示出材料组分及构造

(a) 整个地球, 由地核、地幔及地壳组成。(b) 大陆边缘, 示出地壳及地幔。(c) 山带之一部, 示出褶皱沉积物及火成岩。(d) 一个褶皱枢纽, 示出砂岩及板岩。(e) 薄片之一部, 示出石英颗粒、云母片及尖棱褶曲黑云母。(f) 晶质内区域, 示出正常黑云母和具有丰富解理裂隙的黑云母, 以及它们之间的尖棱边界。(g) 图 (f) 的宏观尖棱边界内的一个区域, 说明正常晶体构造区域被很反常构造的一个次晶粒边界区域所隔开 (在每张图中, 材料组分是标明的部分, 它们之间边界的形状即为构造)。

连续体力学和不连续岩石

把材料作为连续体来处理的那一力学分支叫做连续体力学。我们要问, 既然岩石中充满了颗粒边界、层面及其他一些构造, 穿过这些构造时材料性质有突然的、实质上不连续的变化, 那么, 在地质学中为何要研究连续体力学呢? 其回答主要有两部分:

1. 经验表明, 连续体力学即使应用于不连续材料, 也常常得出近于正确的论断。例如, 连续体力学断定, 在很多情况中, 当岩石变形时, 岩石中小的圆形标志物(如海百合茎)应当变成椭圆形的, 而不是其他卵形的或方形的。我们去到野外, 发现变形大理岩中的海百合茎具有相当好的椭圆形状。然而请注意, 连续体力学能预告出正确的形状是因为我们以相对的近似方式估算真实的形状。在露头上我们看到的是海百合茎的概括的或光滑的轮廓, 因为我们的肉眼观察忽略了轮廓上微小的参差不齐。地质上的许多测量和观察技术也有同样的倾向, 即消除实际物理量的微小的参差不齐, 而这能够与由连续性假定导致的该预测量的光滑性正好相对应。

2. 学习连续体力学的第二个原因是, 在数学方面它比不连续体的理论简单得多。不连续体理论无论如何是基于连续体概念的, 所以, 由于简单和居先, 学生必须首先掌握连续体概念。

因为本书余下的大部分限于把岩石看成连续体, 在丢开岩石的不连续性之前, 我们应当强调, 岩石中的不连续性在支配实际材料性能方面是十分重要的。为了掌握岩石中变形特征的起源, 不连续性是最终必须研究的特征。断层是由裂隙开始的, 矿物颗粒的流动是因为极小区域的异常构造被激活而开始流过晶体的。在这两种情形中, 形变都是在材料主体的非典型区域中发生和扩展的。大多数类型的变形过程因而是非常局部化的现象。

习 题

- 1.1 试问图 1.1 的岩石在每边一毫米的立方体的尺度上对黑云母的含量而言是均匀的吗?
- 1.2 一种材料是否可能为连续的和非均匀的?
- 1.3 一种材料是否可能为不连续的和均匀的?
- 1.4 孔隙中充满流体的岩石是否为连续材料?
- 1.5 在图 1.2b—c 的每一张图中,可以看到两种不同尺度的构造。试对此系列中的个别图象给出构造的例子。
- 1.6 具有构造的岩石能否为均匀的?
- 1.7 在第一部分的引论中曾指出,岩体所经受的力或运动的状况可以在它们所含有动物化石序列中得到反映。试举一例说明,动物化石序列是如何反映运动历史的?

注释及参考文献*

连续性含义的更详细的讨论见: Fung (1969, 2—4 页), Hodge(1970, 6—10 页), Long(1961, 33—35 页)及 Malvern (1969, 1—2 页)。

均匀性的讨论见: Masc (1970, 第 44 页), Paterson 和 Weiss(1961, 854—855 页)及 Turner 和 Weiss (1963, 16—19 页)。

术语“构造”之含义的讨论见: Turner 和 Weiss (1963, 第 24 页)及 Weiss (1972, 2—3 页)。

具有构造的岩体由一些部分组成,对各种类别的部分有一个一般的术语将是方便的。这里将它们称为材料组分,以区别于岩石的化学成份和矿物学成份。

* 参考文献按作者姓名的英文字母顺序排在书末——译者注。

第二章 力学状态

本章引进在时间的某一瞬时对岩体中的运动和力的描述。这里把岩系的瞬时状况称为该岩系的力学状态。我们将描述瞬时状态的量与对两个或两个以上状态进行比较的量小心地加以区别,后者在下两章中讨论。

某一时刻的力学状态由如下一些特征量所描述:该岩系每一部分的位置,每一部分的位置改变的速度,作用于各部分的和各部分之间的力。

为了从数量上来描述这些特征量,需要一个参考系和一个坐标系。在图2.1中,参考系固定于砂岩中微型断层下盘,并给出了两个坐标系。任一石英颗粒在两个坐标系中有不同的坐标,但它们总是由下列方程相联系:

$$\begin{aligned} x' &= x + 1.5, \\ y' &= y - 0.5, \end{aligned} \tag{2.1}$$

因为这两个坐标系是在同一个参考系中以这样固定的方式相互联系着。方程(2.1)是坐标变换公式的例子。

参考系通常是这样来确定的(如上所做):任意指定系统中某适当部分为不动的。在图2.1中断层的下盘取作为不动的,实际上这就是说,与下盘的质点保持固定距离的空间的点将给予固定的坐标。所以,参考系的选择是与给出空间点的坐标有联系的。给予每一点的具体数值有赖于坐标系的选择。

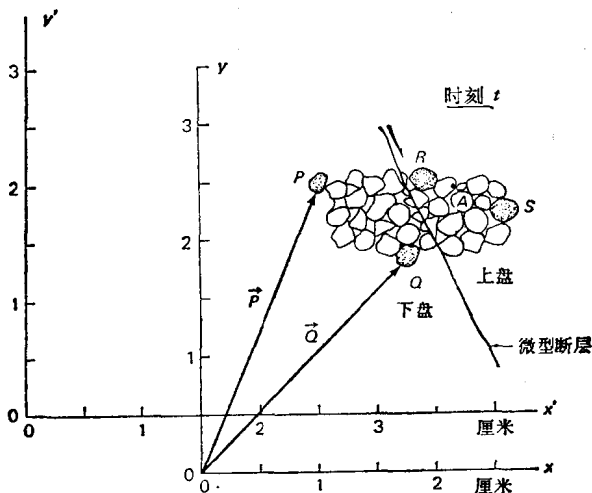


图 2.1 在 t 时刻的石英颗粒和微型断层

坐标系 xy 与 $x'y'$ 是固定于断层下盘的参考系中可供选择的两种坐标系。 P, Q, R, S 及 A 是五个特定的石英颗粒。矢量 \vec{P} 和 \vec{Q} 是颗粒 P, Q 在 t 时刻在坐标系 xy 中的位置矢量。

注意在以上叙述中关于质点(它是极小的一点儿物质)与点(它是空间的地点)所作的区别。

位 置

岩系各部分的位置可以通过给出每一质点所在点的坐标来确定。回到图 2.1, 并取单个石英颗粒为“质点”, 我们可以由列出每一石英颗粒的坐标来描述其位置。

描述位置的第二种办法是对每一石英颗粒规定一个位置矢量。位置矢量用一个箭头来代表, 其始端在坐标原点, 末端在所描述的质点 (例如, 图 2.1 中的矢量 \vec{P} 及 \vec{Q})。岩体的全部质点的位置就由无限个位置矢量来代表。注意, 位置矢量沿坐标方向的分量的数值精确地等于该质点的坐标。

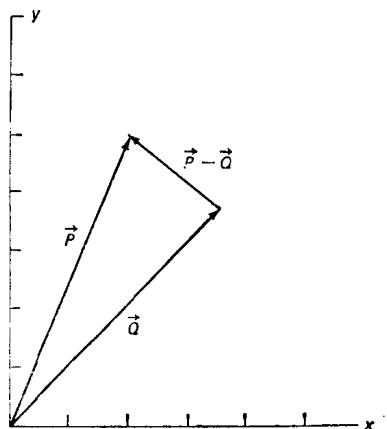


图 2.2 对图 2.1 中颗粒 P, Q 的位置矢量及连结 P, Q 位置的矢量 ($\vec{P}-\vec{Q}$) 构成此两矢量间的矢量差的方法在习题 2.5 的解答中说明 (见附录习题解答)。

形 态

一旦确定了全部质点的位置, 我们自然也知道了系统的形态——也即所有可能的各对质点间连线的长度及相对的方向。对于每一对质点, 它们的两个位置矢量的矢量差是第三个矢量 (图 2.2), 其大小等于该两质点间连线的长度, 而其方向平行于该连线。

速 度

系统中的瞬时速度可以用一系列这样的小箭头描绘: 对每一质点画一小箭头, 它指向质点运动的瞬时方向, 其长度与质点的速率成比例。每一箭头代表一个矢量 (有大小和方向), 它就是每一质点的速度。这一系列箭头表示出速度场。图 2.1 的速度场表示于图 2.3。注意, 这只是某一时刻的速度场, 在图 2.1 中把该时刻记为时刻 t 。

系统中的瞬时速度可以用一系列这样的小箭头描绘:

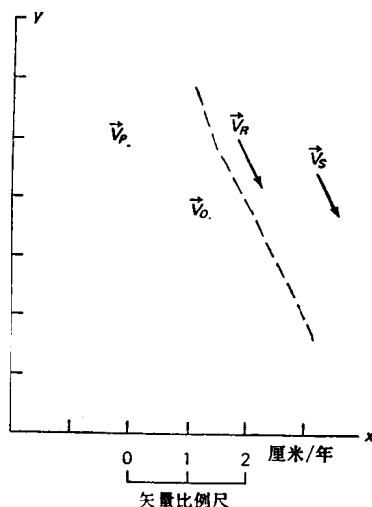


图 2.3 图 2.1 在时刻 t 的速度场, 示出了在下盘为参考系时对颗粒 P, Q, R 及 S 的速度矢量

每一矢量的始端画在时刻 t 该颗粒的位置上。颗粒 P, Q 的速度为零, 故这两个速度在图中由长度为零的矢量或“零”矢量 (点) 来代表。

力

在一个石英颗粒 A 的边界上每一点都会有某个力作用着, 或来自一邻近颗粒 B , 或来自邻近的孔隙流体 (图 2.4a)。 A 也对 B 或孔隙流体施加大小相等、方向相反的力。由于所研究的点是极小的, 这些力的量值也将是很小的, 因此考虑岩石或其他材料中作用于点上的力是困难的。不过, 如果代之以考虑石英颗粒的小块边界上的作用力对面积的比值, 即使面积很小, 此比值通常也是有限值。这个有用的比值叫做应力, 对任一给定时刻, 在石英颗粒整个边界的每一部分上都有确定的应力。每一小面积上的应力是一个矢量, 因此可以

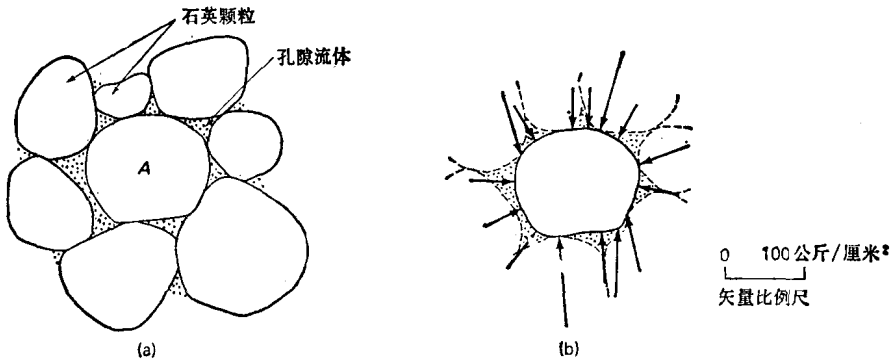


图 2.4

(a) 图 2.1 中的石英颗粒 A, 其周围是其他颗粒和孔隙流体。(b) 各应力矢量代表周围材料施加于 A 的边界不同部分的单位面积上的力。每一矢量的末端画在代表应力所在的点上。

像对速度那样, 用一系列应力矢量表颗粒边界应力的分布, 在图 2.4b 中画出了应力矢量的一部分。注意, 我们不能对一整粒石英颗粒或任何其他质点画出一个应力矢量, 因为应力矢量按定义是属于特定的平面而不属于三维区域(不管怎样小)。应力是一个复杂的论题, 将在第二部分进一步讨论。

力学均匀性

在第一章中我们阐述了均匀材料的含意是什么。我们可以用类似的定义将岩系的力学状况分为均匀的和非均匀的这样两类。如果全部速度矢量具有同样的大小和方向, 则该速度场是均匀的。如果对于平面的每个取向, 不管该平面在物体中的位置如何, 其上的应力矢量都具有同样的大小和方向, 则该应力场是均匀的。这样一来, 例如, 若岩体受均匀应力, 则岩体中所有铅垂的南北向平面都受有同样的应力矢量。如果过岩体中某一点的铅垂的南北向平面上的应力矢量不同于在另外一点的铅垂的南北向平面上的应力矢量, 则岩体受非均匀应力。

习 题

- 2.1 试问在给定的参考系中有多少个可能的坐标系?
- 2.2 在图 2.1 中, 列出 t 时刻颗粒 R 及 S 的中心在 $x'y'$ 坐标系中的坐标。
- 2.3 画出 t 时刻颗粒 P、Q、R 及 S 在 $x'y'$ 坐标系中的位置矢量。
- 2.4 作出 $x'y'$ 坐标系中位置矢量 \vec{P} 与 \vec{Q} 的矢量和。
- 2.5 作出 $x'y'$ 坐标系中位置矢量 \vec{P} 与 \vec{Q} 的矢量差, 并比较这个新矢量与图 2.2 中的矢量 $(\vec{P}-\vec{Q})$ 。
- 2.6 重画图 2.3, 假定颗粒 R 及 S 以 3 厘米/年的速率移动, 而方向与原图中相同。
- 2.7 若已知时刻 t 的瞬时速度场就是上面习题 2.6 作出的那个, 问在时刻 $(t+1)$ 年, 我们能对颗粒 R 及 S 的位置说出些什么?

注释及参考文献

矢量相加或相减的规则在, 例如, Spiegel (1959, 1—2 页) 的著作中给出。包含有本书全部应用的矢量分析概要见 Spiegel (1959, 1—4 页) 及 Malvern (1969, 10—13 页)。类似的概述可以在关于连续

体力学的许多书籍的前几页中找到。

代表矢量的字母通常用黑体字印刷。这里没有遵循此惯例，因为本书选定的全部铅字中没有合适的黑体希腊字母。代之以另一个通常在手写时采用的类似惯例：在相应的字母上方画一小箭头表示该矢量。采用箭头的惯例也将使图和图注中的矢量能清楚地识别。

书末附有质量、长度、应力和能量等单位的换算因子表。表中包括了国际单位制 (S. I.)，它们是目前大多数国家采用的。本书中也在一些地方采用国际单位制。然而，并不是只用它们，因为学生要读的大多数书籍和期刊中没有采用它们。

力学中国际单位制基于 mks 制，在 mks 制中，长度、质量和时间的基本单位是米、千克和秒。力的国际制基本单位相应地是使 1 千克质量得 1 米/秒² 加速度所需的力。这个力的单位叫做 1 牛顿 (N)。应力或压力的国际制基本单位是每平方米一牛顿，称它为 1 帕斯卡 (Pa)。

第三章 力学状态的改变

描述一个系统在两个力学状态之间的差别的那些量包括位移、应变及应力变化。

位 移

位移描述质点位置的改变。位移可以是非常小(无限小)的或比较大(有限大)的。这一节中只考虑有限位移,因为它们较易画出。

图 3.1 示出图 2.1 中上盘的一个石英颗粒。虚线轮廓代表它在 t 时刻的位置。实线轮廓是它在一年后的位置。在下盘参考系(及纸平面)中此颗粒移动了 1 厘米。从颗粒的原位置到新位置画出的一个箭头代表了它的位移。我们可以把这箭头称做位移矢量,只要认识到这种称法是有不太严格的。严格说来,位移矢量是确定质点位置改变的量。它可以由一个定向的箭头来代表,但这个箭头本身并不是该物理量。

位移矢量与两个位置矢量之间的关系表示在图 3.2 上。最终的位置矢量 \vec{P}^1 是初始的位置矢量 \vec{P} 与位移矢量 \vec{u} 的矢量和:

$$\vec{P}^1 = \vec{P} + \vec{u}. \quad (3.1)$$

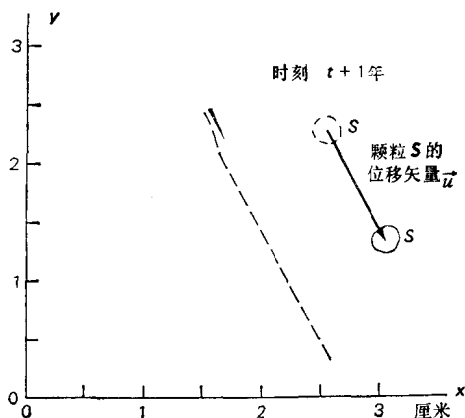


图 3.1 对图 2.1 中颗粒 S 的位移矢量

虚线轮廓是 t 时刻的位置,实线轮廓是 $(t+1)$ 时刻的位置。

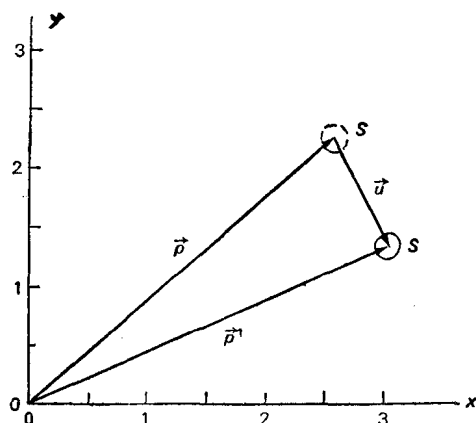


图 3.2 图 2.1 中的颗粒 S 在 t 时刻的位置矢量 \vec{P} 及 $(t+1)$ 时刻的位置矢量 \vec{P}^1

位移矢量 \vec{u} 将 \vec{P} 的末端(颗粒的原位置)与 \vec{P}^1 的末端(颗粒的新位置)连结起来。

在包含许多质点的岩系中,由代表位移场的所有箭头给出了位移的图象。对应于图 3.1 的位移场在图 3.3 中表示出。图 3.4 中给出了另一个例子,它说明箭头不必与实际位移具有同样长度,而只需以给定的比例尺与位移成比例。

当一个物体的所有质点都经历相同的位移时,其位移场就是均匀的,物体位置的这种总体变化叫做平动。平动的解析表达式(表示出平动时初始坐标与最终坐标之间关系的方程式)是

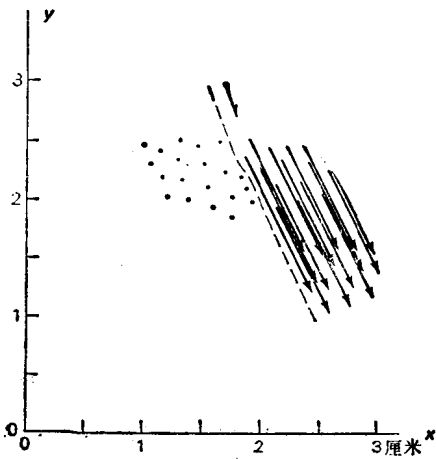


图 3.3 图 2.1 中所有颗粒的位移场

表明了每一颗粒在 t 及 $(t+1)$ 时刻之间位置的变化。注意，下盘中颗粒的位移矢量只标绘成小圆点。它们是零矢量，因为参考系被任意地固定于下盘，在此参考系中下盘的颗粒没有移动。

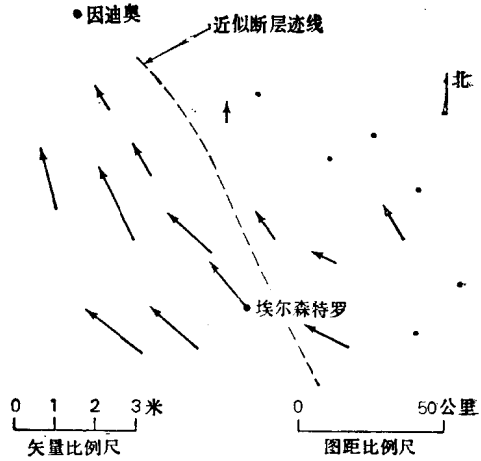


图 3.4 加利福尼亚帝国谷的断层两侧测量基点的位移场

每一位移矢量代表 1941 年与 1954 年之间三角测量测点位置的变化。参考系固定于图东部的六个基点，它们没有位移。

(根据 Whitten, 1956 年, 图 3)

$$x_t = x_i + a, \quad (3.2)$$

$$y_t = y_i + b,$$

这里 x_i, y_i 及 x_t, y_t 分别是质点的初始坐标及最终坐标， a, b 是常数。等价的矢量方程是

$$\vec{P}_t = \vec{P}_i + \vec{u}, \quad (3.3)$$

这里 \vec{P}_i 及 \vec{P}_t 是任一质点的初始及最终位置矢量， \vec{u} 是均匀位移矢量。

图 3.5 说明了另一种情况，那里位移场是非均匀的。注意，所观察到的构造(剪切带)对应于位移场中的一个不连续性，或至少对应一个陡峭的梯度。

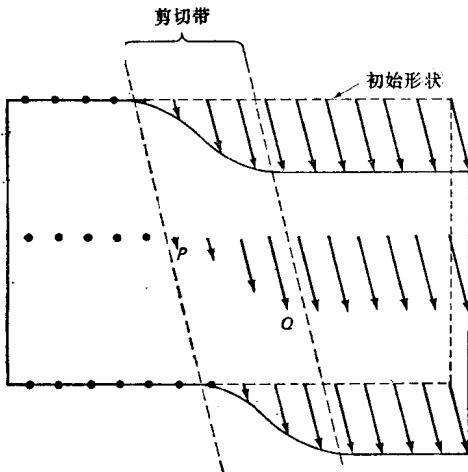


图 3.5 在一岩块中与一剪切带相联系的位移场图中并表示了岩块的初始形状。

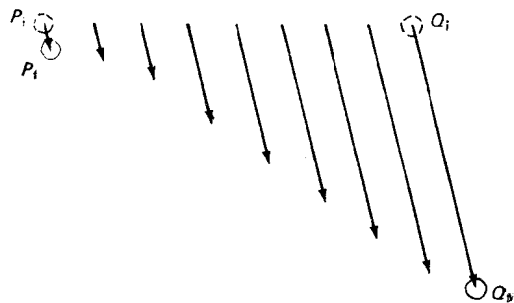


图 3.6 图 3.5 的位移场中心部分的放大示出了颗粒 P 及 Q 的初始位置 (P_i, Q_i) 及最终位置 (P_t, Q_t) 。