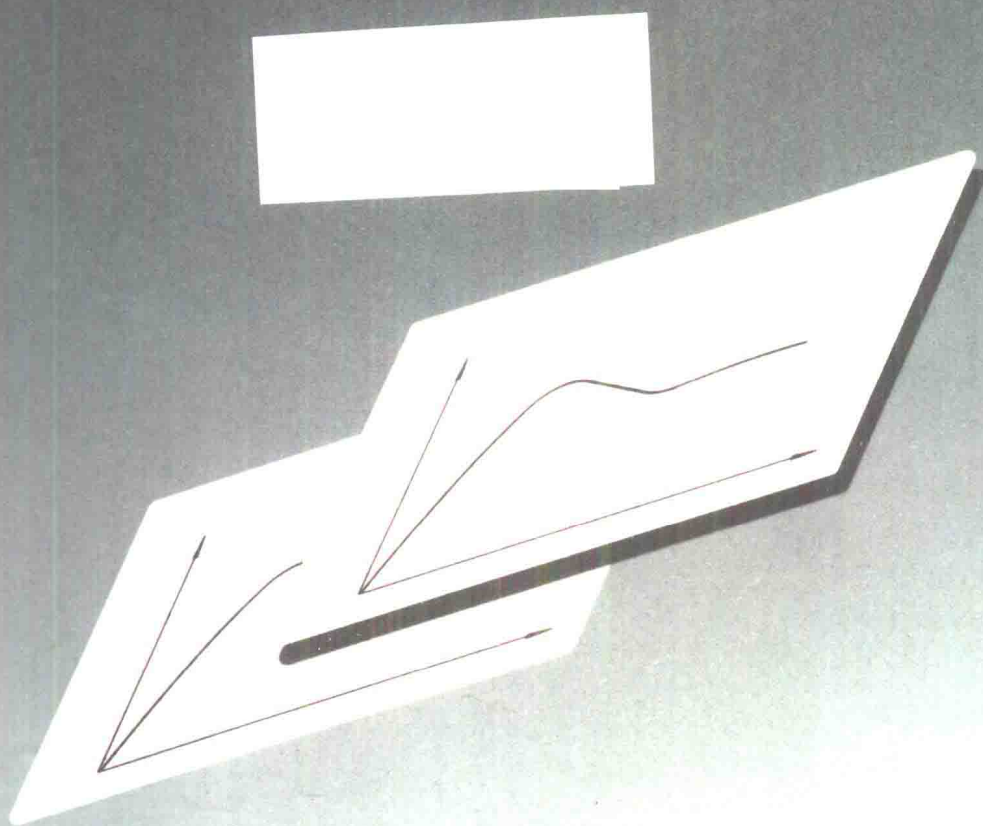


自动控制理论 新编教程

● 张汉全 肖建 汪晓宁 编著



西南交通大学出版社
SOUTHWEST JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

自动控制理论

新编教程

张汉全 肖建 汪晓宁 编著

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

.....
图书在版编目 (CIP) 数据

自动控制理论新编教程/张汉全,肖建,汪晓宁编著.
成都:西南交通大学出版社,2000.2
ISBN 7-81057-421-3

I. 自... II. ①张...②肖...③汪... III. 自动控制理论-教材 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 12042 号
.....

自动控制理论新编教程

张汉全 肖建 汪晓宁 编著

*

出版人 宋绍南

责任编辑 唐晴

封面设计 毕雪屏

*

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段 111 号 邮政编码: 610031 发行科电话: 7600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

E-mail: cbs@center2.swjtu.edu.cn

成都市报华印装厂印刷

*

开本: 787mm × 1092mm 1/16 印张: 29.125

字数: 712 千字 印数: 1 ~ 3000 册

2000 年 2 月第 1 版 2000 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 7-81057-421-3/TP·189

定价: 36.00 元

内 容 简 介

本书全面地阐述了自动控制的基本理论,内容涵盖经典控制理论与现代控制理论,包括控制系统的数学模型、时域分析、复数域分析与综合、频域分析与综合、能控性能观性与极点配置设计、采样控制系统、非线性系统、最优控制、系统辨识与自适应控制、状态估计、LQG控制与 H_∞ 鲁棒控制等十一章。本书的特点在于:打破经典理论与现代理论完全分割的课程体系;在适当地削减经典理论内容的同时适当地增加了近二十年出现的现代理论内容(如随机控制与 H_∞ 鲁棒控制);致力于减少理论与工程应用间的鸿沟;提供了用于控制系统分析与综合的 MATLAB 子程序。

本书主要作为大学电子信息类、电气自动化类学科本科生的教科书,也可作为其它学科本科生或研究生的教科书。此外,本书亦可供从事自动控制的科技人员自学与参考。

前 言

随着 20 世纪自动化技术的巨大进步,自动控制理论得到不断地完善,大学“自动控制理论”课程在国内外已是普遍开设的课程。

面对高科技的迅猛发展,为了培养适应 21 世纪需要的高质量人才,我国各大学正在有关部委的支持下深入进行教育改革。作为工科众多专业的技术基础课程,特别是自动化类专业的主干技术基础课程,“自动控制理论”课程内容体系及其教学方法的改革也得到充分重视,出现了很多锐意改革的、具有特色的新教材。

本书就是在铁道部面向 21 世纪教改子项目“控制理论课程内容与体系改革”的支持下,根据自动化学科的发展趋势,参考国内外同类教材改革的经验与动向,在我们近年探索、研究与实践的基础上编写而成。

本书全面地阐述了自动控制的基本理论,内容涵盖经典控制理论与现代控制理论,包括以下十一章:导论;控制系统的数学模型;时域分析;复数域分析与综合;频域分析与综合;能控性、能观性与极点配置设计;采样控制系统;非线性系统;最优控制;系统辨识与自适应控制;状态估计、LQG 控制与 H_∞ 鲁棒控制。

本书的主要特色是:

1. 打破经典控制理论与现代控制理论完全分割的老课程体系,将经典理论与现代理论适当结合,以利于学生建立统一的控制理论概念。

2. 适当增加近二十年出现的有工程应用价值的现代控制理论内容(如随机系统估计与控制、 H_∞ 鲁棒控制等),同时适当削减经典控制理论中繁琐不实用的内容。

3. 致力于减少理论与工程应用间的鸿沟,重视工程应用的需要,增加有工程应用背景的典型例题分析,减少过于繁琐的数学证明。

4. 很多章节提供了用于控制系统分析与综合的 MATLAB 子程序,以利于采用 CAI 方式教学。

还应该说明的是,与本书配套,我们正在开发现代控制理论综合实验装置,以利于培养学生工程实践能力与创新精神,掌握较抽象的现代理论。

本书可作为电子信息类、电气自动化类学科有关专业“自动控制原理”及“现代控制理论”两门课程的教材,也可作为其它学科本科生或研究生“自动控制原理”或“现代控制工程”课程的教材。对不同层次、不同专业、不同课程与不同学时,可选择不同的内容进行教学。例如,65 学时的本科“自动控制原理”课程,可选学第一、二、三、四、五、七章内容;100 学时的本科“自动控制原理”课程,可选学第一、二、三、四、五、六、七章内容;50 学时的本科“现代控制工程”课程,可选学第八、九、十、十一章内容;50 学时的研究生“现代控制工程”课程,可根据学生情况选学全书各章内容,重点在六、九、十、十一章。本书亦可供从事自动控制的科技人员自学与参考。

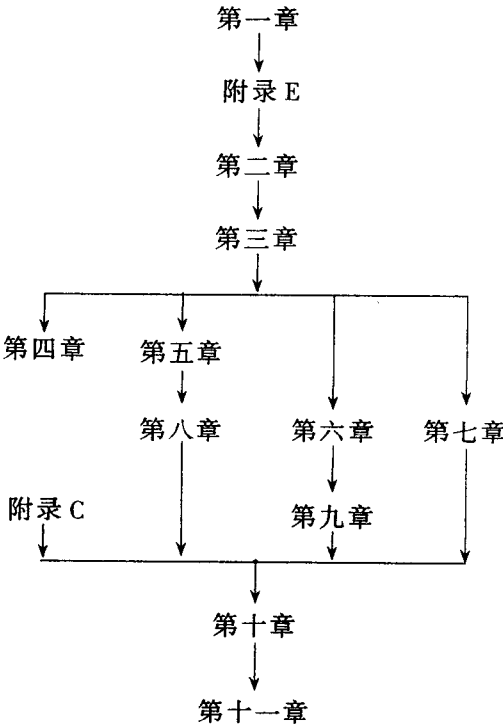
本书由汪晓宁、肖建和张汉全共同编写。其中,第二、三、四、五章和附录 D、E 由汪晓宁执

笔,第七、八、九章由肖建执笔,第一、六、十、十一章和附录 C 由张汉全执笔,最后由张汉全统编。

本书编写过程中,还得到西南交通大学教改基金和出版基金的大力支持,闵闯、李岗老师和我们的几位研究生也作出不少贡献,四川大学黄家英教授对本书的编写也给予了很大帮助。在此一并表示感谢。

本书是我们改革的初探,加之时间仓促,水平有限,难免有不足之处。欢迎使用本书的教师、学生和科技人员提出宝贵意见,以使我们进一步修改完善。

本书各章逻辑依从关系



编者

2000 年 1 月 26 日

目 录

第一章 导 论

第一节 自动控制系统	1
第二节 控制系统的建模、分析和设计	6
第三节 控制理论的发展简史	10
第四节 本书概貌	12
习 题	13

第二章 控制系统的数学模型

第一节 控制系统的输入/输出数学模型	15
第二节 控制系统的状态空间模型	20
第三节 线性微分方程和状态方程的解	25
第四节 结构图与梅逊公式	32
第五节 状态空间模型与 I/O 模型之间的等价变换	38
第六节 控制系统数学模型举例	43
第七节 利用 MATLAB 处理系统数学模型	51
习 题	56

第三章 控制系统的时域分析

第一节 控制系统的动态特性分析	61
第二节 控制系统的稳定性分析	71
第三节 控制系统的稳态特性分析	76
第四节 利用 MATLAB 进行时域分析	81
习 题	83

第四章 控制系统的复数域分析与综合

第一节 根轨迹的基本概念	88
第二节 根轨迹的绘制	91
第三节 利用 MATLAB 绘制系统根轨迹	104
第四节 控制系统性能的复域分析	107
第五节 控制系统的根轨迹综合	108
习 题	116

第五章 控制系统的频域分析与综合

第一节	频域响应法的基本概念	122
第二节	频率特性图的绘制	125
第三节	奈奎斯特判据	136
第四节	稳定裕量	149
第五节	控制系统性能的频率响应分析	151
第六节	控制系统的频率响应综合	160
第七节	利用 MATLAB 绘制系统的频率特性图	170
习 题		173

第六章 能控性、能观性与极点配置设计

第一节	时间函数向量无关性	179
第二节	系统能控性	182
第三节	系统能观性及对偶性原理	188
第四节	有关能控、能观性的进一步讨论	193
第五节	状态反馈的极点配置设计法	202
第六节	状态观测器设计及分离特性	211
习 题		222

第七章 采样控制系统

第一节	信号的采样与复原	227
第二节	z 变换	231
第三节	脉冲传递函数	238
第四节	采样系统的稳定性	242
第五节	采样控制系统的品质分析	246
第六节	离散时间系统的状态空间描述	248
第七节	最小拍控制系统的设计	253
习 题		256

第八章 非线性系统

第一节	相平面法	260
第二节	相平面图的分析	266
第三节	描述函数法	276
第四节	非线性系统的描述函数分析	281
第五节	非线性系统的李雅普诺夫函数分析法	285
习 题		292

第九章 最优控制

第一节 概 述	294
第二节 泛函与变分	296
第三节 对控制变量无约束的最优控制问题	299
第四节 极小值原理	308
第五节 时间最优控制	314
第六节 二次型性能指标的最优线性系统	320
第七节 动态规划	330
习 题	338

第十章 系统辨识与自适应控制

第一节 随机系统的数学描述	341
第二节 系统辨识概念与基本方法	348
第三节 自适应控制概念与基本方法	367
习 题	382

第十一章 状态估计、LQG 控制与 H_∞ 鲁棒控制

第一节 状态最优估计	385
第二节 LQG 最优控制及 MATLAB 的 CAD 程序	398
第三节 H_∞ 鲁棒控制及 MATLAB 的 CAD 程序	403
习 题	418

附录 A 拉普拉斯变换	420
-------------------	-----

附录 B 向量与矩阵的导数	423
---------------------	-----

附录 C 随机过程基础	426
-------------------	-----

附录 D 控制系统分析与综合典型实例	434
--------------------------	-----

附录 E MATLAB 简介	447
----------------------	-----

参考文献	455
------------	-----

第一章 导 论

当前,自动控制技术已广泛地应用于各个领域。从天上宇宙飞船、地面电气机车到水下机器人,从军事武器、工农业生产到家用电器,我们都可以看到自动控制技术的应用。在工农业生产领域,自动控制技术的应用极大地提高了劳动生产率、生产安全性和产品质量,降低了工人劳动强度,有的甚至完成了常人不能完成的工作。在军事技术和航天领域,自动控制技术的应用明显地提高了武器和航天器运动的精确性。在家用电器领域,自动控制技术的应用使人们摆脱了繁重的家务劳动。随着 21 世纪的到来,经济以及科技、国防事业的发展 and 人们生活水平的提高,自动控制技术所起的作用更趋重要,自动控制技术本身也将会得到进一步发展。

自动控制技术是通过自动控制系统来实现其应用的。自动控制理论是关于自动控制系统建模、分析和设计方法的一般理论(这里,“建模”是指描述系统特性的数学模型的建立),下面我们首先介绍自动控制系统的有关概念。

第一节 自动控制系统

一、控制系统的基本概念

1. 人工控制与自动控制系统

为了建立自动控制系统的概念,我们首先考察图 1.1 所示水箱水位的控制问题。当水位在给定数值且流入、流出量相等时,它处于平衡状态。当流出量发生变化或水位给定值发生变

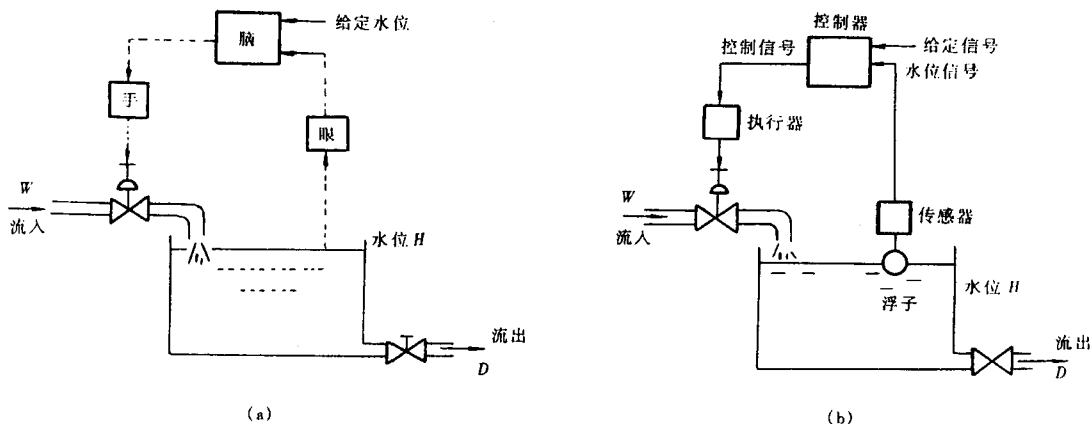


图 1.1 控制系统举例

化时,就需要对流入量进行必要的控制。在人工控制方式下,工人用眼观看水位情况,用脑比较水位与给定数值的差异并根据经验作出决策,确定进水阀门的开关方向与幅度,然后用手操作进水阀门,经过反复操作,最终使水位等于给定数值。只要水位偏离给定的数值,工人便要进行上述操作过程。而在自动控制方式下,控制装置替代了工人的作用,它用测量元件与传感器检测水位情况,并向控制器送出水位信号(例如电信号),再用控制器送出控制信号,执行器(例如同服机构)按此控制信号操作进水阀门。控制装置自动地反复进行操作,直至水位等于给定值。由水箱、供水系统与控制装置构成的系统,便是一个自动控制系统。

一般而言,自动控制系统就是指被控制对象的某一物理量(或工作状态)能够自动控制的系统,它一般由被控对象和控制装置构成。被控对象是指要控制的机器、设备或过程,例如牵引机车、发电机组、飞机等。上例中,水箱与供水系统便是被控对象。控制装置一般有测量装置(包括测量元件与传感器)、控制器和执行器三部分构成。控制器中通常有比较元件、放大元件与校正元件等,其中校正元件用来产生适当的控制信号,即构成一定的控制规律。有时也把测量元件、传感器、执行器划入被控对象范围之内。需要控制的物理量称之为被控量,例如温度、压力、位移、速度等。上例中,水位便是被控量。

2. 控制系统框图

由上例可以看出,自动控制系统的控制器与被控对象之间是通过控制信号与水位信号联系在一起的。对控制器而言,它接受的水位信号和给定值信号的变化都会引起它送出的控制信号的变化;对被控对象而言,控制信号和流出量的变化都会引起它送出的水位信号的变化。这里,流出量的变化(又称为负荷变化)使水位偏离给定值,称为干扰信号。应该说明的是,引起水位信号变化的干扰信号有多种,除负荷变化外,还有测量噪声等。

在自动控制理论研究中,人们关心的正是控制系统信号间的关系而不是控制系统的物理构造或几何关系。为了简明地反映控制系统各部分之间的关系,通常采用“方框图”形式。这里,控制器和被控对象分别用一个方框来代表,而与它们有关的信号按因果关系的不同分别用不同指向的有向信号线来代表。于是图 1.1 的自动控制系统便可表为图 1.2 的方框图形式。图中被控对象方框包括测量装置和执行器。

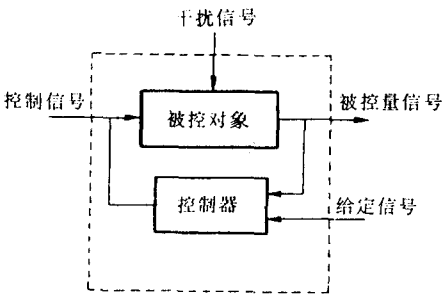


图 1.2 水箱控制系统方框图

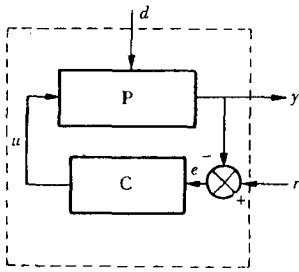


图 1.3 一般控制系统方框图

对一个方框而言,箭头指向它的信号称为它的输入信号,而箭头离开它的信号称为它的输出信号。因此,被控对象的输入信号是控制信号和干扰信号,而其输出信号是被控量信号;控制器的输入信号是被控量信号和给定信号,而其输出信号是控制信号。若把整个自动控制系统看成一个方框(如虚线所示),则给定信号和干扰信号是它的输入信号,被控量信号为其输出

信号。

实际上,图 1.2 所示就是一类自动控制系统的方框图。若以 P 代表被控对象, C 代表控制器, y 代表被控量信号(以后简称被控信号,由于这里被控信号就是被测量信号,因此又称为被测信号), u 代表控制信号, d 代表干扰信号, r 代表给定信号(又称参考输入),并考虑到控制器是根据给定信号与被控信号之差而动作的,则图 1.2 所示框图可表为图 1.3 所示方框图。图中

 代表控制器中的比较元件,偏差信号 $e = r - y$ 。

二、自动控制的基本方式

自动控制基本方式有开环控制、闭环控制和复合控制三种。

1. 开环控制

开环控制是这样的控制方式,其控制作用独立于被控量,控制信号只取决于参考输入。由于从参考信号到被控信号只有顺向作用而无反向作用,因此开环控制又称“顺馈控制”。开环控制系统的框图示于图 1.4。

例如,图 1.5 所示直流电机转速控制系统便属于开环控制方式。在励磁电流 I_f 与负载恒定条件下,电动机转速取决于电枢电压 u ,而 u 又正比于电位器发出的电压 r (即参考输入),因此改变电位器触点位置,便可相应改变电动机转速,但转速对电位器触点位置却无影响。

开环控制的实例还有很多,如指挥交通的红绿灯的传统切换控制、数控机床控制等。

开环控制的一个特点是结构简单,但被控量不可能准确控制。仍以图 1.5 为例,若该系统出现负荷变化、放大器参数变化干扰时,同一参考信号可能得到不同的转速。

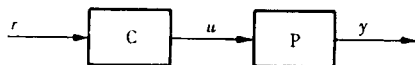


图 1.4 开环控制系统

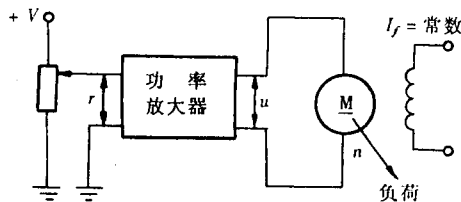


图 1.5 直流电动机的开环控制

2. 闭环控制

闭环控制是这样的控制方式,其控制信号不仅取决于参考输入,还与被控信号有关。闭环控制系统的方框图示于图 1.6。在这种控制方式下,被控输出信号 y 被反送回来与参考输入信号 r 比较,所得误差信号 e 送入控制器 C ,进而产生控制信号。在这种方式下,由于被控输出与参考输入的路径是闭合的,故称为闭环控制;又由于输出信号被反馈到输入端,故又称“反馈控制”。这里,由于偏差信号是参考信号与被控输出信号之差, $e = r - y$,故又称“负反馈控制”或“按偏差控制”。如果送入控制器的信号是参考信号与被控输出信号之和,即 $e = r + y$,则这种反馈称为“正反馈”。若控制系统按正反馈方式构成闭环,是不能正常工作的。

例如,图 1.7 所示直流电动机转速控制系统便是闭环控制方式。这里,测速发电机是检查转速的传感器,其输出电压即为被控信号 y (正比于转速)。测速发电机的输出反馈到输入端与

参考输入 r 比较,其偏差值 e 送至功率放大器(即控制器),放大器的输出即为控制信号 u 。这样便形成了闭环控制系统。

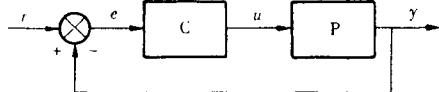


图 1.6 闭环控制系统

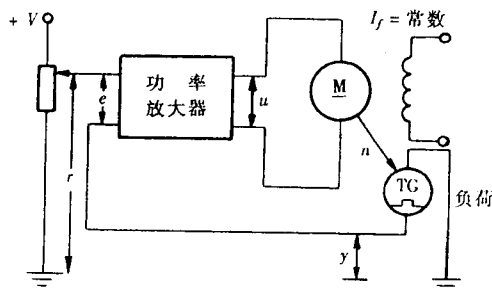


图 1.7 直流电动机的闭环控制

当上述系统出现负荷变化、放大器放大倍数变化等干扰而引起转速发生变化时,都将通过被控信号 y 的反馈,使放大器输出相应变化,从而可以减少甚至消除干扰对转速的影响,使被控量得到精确控制。

闭环控制虽可能得到被控量的精确控制,应用极其广泛,但其系统结构比开环系统复杂,且被控量可能出现不衰减甚至渐扩振荡问题,即存在所谓“稳定性”问题。

产生“稳定性”问题的原因在于闭环控制系统的组成环节可能存在惯性、延时等。例如被控对象存在惯性与延时,那么被控信号将不能及时反映控制信号的变化,从而产生过渡控制与振荡。自动控制系统设计的重要任务之一就是解决稳定性问题。

3. 复合控制

复合控制是闭环控制和开环控制相结合的一种控制方式。它是在闭环控制的基础上增加一个干扰信号的补偿控制,以提高控制系统的抗干扰能力。复合控制系统框图示于图 1.8。

增加干扰信号的补偿控制作用,可以在干扰对被控量产生不利影响的同时,及时提供控制作用以抵消此不利影响。纯闭环控制则要等待该不利影响反映到被控信号之后才引起控制作用,对干扰的反应较慢;但如果没有反馈信号回路,只按干扰进行补偿控制时,则只有顺馈控制作用,控制方式相当于开环控制,被控量又不能得到精确控制。两者的结合既能得到高控制精度,又能提高抗干扰能力,因此获得广泛的应用。当然,采用这种复合控制的前提是干扰信号可以测量到。例如前述水箱水位控制系统的干扰信号即流出量信号,便是可测量到的。

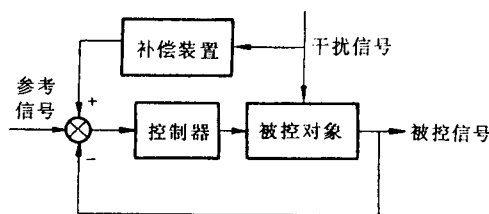


图 1.8 复合控制系统框图

三、控制系统的分类

自动控制系统的分类方法有多种,例如前述按控制方式分为开环控制、闭环控制与复合控制,便是一种分类。又如,按系统的具体功用可分为速度控制系统、水位控制系统、温度控制系统等;按控制器的物理构造可分为液压控制系统、气动控制系统、电气控制系统、电子控制系统、计算机控制系统等;按参考输入的特征可分为定值控制系统、随动(跟踪)控制系统;按系

统的数学模型是否与时间有关可分为静态系统与动态系统(静态系统的数学模型是代数方程,而动态系统的数学模型为微分方程或差分方程)。这里着重介绍从控制理论角度关心的几种分类法。

1. 按数学模型的特征分类

按系统数学模型是否为线性方程,可分为线性系统与非线性系统。

当控制系统各组成环节的输入 / 输出关系都可以用线性微分(或差分)方程模型来描述时,则称为“线性系统”。若线性微分(差分)方程的系数是时间的函数,则称为“线性时变系统”;若系数是常数,则称为“线性定常(时不变)系统”。

当自动控制系统存在非线性环节,系统的输入 / 输出关系只能用非线性微分(差分)方程模型来描述时,则为“非线性系统”。实际系统往往存在非线性环节。例如放大器具有饱和特性,传动部件有间隙或死区,弹性元件在变形过大时弹性系数不是常数等。有时为了获得好的控制性能还特地采用非线性元件(如继电器)。但当系统的信号变化范围不大,非线性不明显时,为了研究方便,常常在一定范围内将系统看成是线性的,这就是“线性化”。上述直流电动机转速控制系统便可看作线性系统。

若按系统数学模型是否为常微分方程,可分为集中参数系统与分布参数系统。可用常微分方程描述的系统称为集中参数系统,而用偏微分方程描述的系统称为分布参数系统。对于分布参数系统,系统信号不仅随时间变化也随空间位置变化。

2. 按信号的连续性分类

按信号的连续性可分为连续时间系统与离散时间系统。

当控制系统各组成环节的输入 / 输出信号是时间 t 的连续函数时,则称为“连续时间系统”。连续时间系统可以用微分方程来描述。前述水箱水位控制、电动机转速控制系统均为连续时间系统。

当控制系统的输入 / 输出信号是离散时刻 $kT(k = 0, 1, 2, \dots)$ 的函数时,则称为“离散时间系统”。离散时间系统可以用差分方程来描述。如日客运量或日货运量控制系统,月库存量控制系统、年人口控制系统等。

此外,还有连续时间和离散时间混合系统。典型的例子是连续对象的计算机控制系统。计算机控制系统的框图如图 1.9 所示。图中, K 为采样开关(它们在离散的時刻闭合)。A/D、D/A 分别为模 — 数、数 — 模转换器,对象中的变量如流量、水位、温度等都是连续时间信号,但计算机只在采样的离散时刻才进行信号的输入与输出。这种按采样时刻工作的连续与离散混合的系统,有时称为“采样数据系统”。

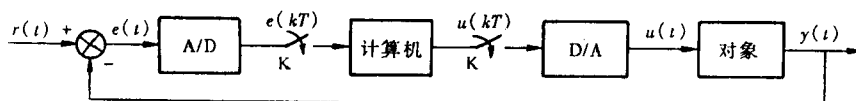


图 1.9 计算机控制系统

3. 按输入 / 输出信号的数量分类

按输入 / 输出信号的数量可分为单变量系统与多变量系统。当控制系统各组成环节的输

入/输出信号都只有一个时,称为“单输入/单输出系统”(简记为 SISO 系统)或“单变量系统”,前述水箱水位控制系统便是单变量系统。

当控制系统各组成环节输入、输出信号有多个时,称为“多输入/多输出系统”(简记为 MIMO 系统)或“多变量系统”。例如若前述水箱系统进水管有冷、热水两个,被控量除水位外,还有水温,控制器通过改变冷水进水量控制水位,并通过改变热水进水量控制水温,则这个控制系统是双输入/双输出控制系统。很多控制系统是多变量系统。

4. 按信号或被控对象模型的确定性分类

按信号或被控对象数学模型是否为确定性可分为确定性系统和不确定性系统。

当控制系统的结构和参数是确定的且输入信号(参考信号和干扰信号)也是确定的函数时,称为“确定性系统”。

当控制系统本身或输入信号有不确定性时,便称为“不确定性系统”。如果被控对象本身输入输出关系不是用一个确定的数学模型来描述而是用一类数学模型集合来描述时,便称为“对象具有不确定性的系统”。如果输入信号具有随机性(例如负荷干扰或量测噪声具有随机性)时,便称为“随机控制系统”;如果系统本身数学模型或输入信号具有模糊性时便称为“模糊控制系统”。

第二节 控制系统的建模、分析和设计

一、控制系统建模

在建立控制系统之前,首先要对系统进行设计、建模和分析。实际上,分析是设计过程中重要且不可缺少的步骤。而系统分析的基础是系统数学模型的建定(简称为“系统建模”)。这里所说的系统数学模型,就是描述系统输入/输出信号之间或它们与系统内部状态关系的数学方程。

系统建模有两种基本方法。一种为机理建模法,它根据系统内部的科学规律(如力学定理、电学定理、社会经济规律等)来建立模型。另一种为系统辨识法,它根据系统输入输出实验数据,利用一定的规则来建立模型。前者适用于系统比较简单或对内部规律完全掌握的场合(又称“白箱”问题),而后者适用于系统比较复杂或系统内部规律不完全掌握的场合(又称“黑箱问题”)。

这里仅以两个机理法建模的例子来给出系统建模的基本概念。

1. 直流电动机的数学模型

前述直流电动机控制系统的被控对象是直流电动机,它的输入信号是电枢电压 $u(t)$, 输出信号是转速 $n(t)$ 。

为了建立描述 $u(t)$ 、 $n(t)$ 关系的数学模型,首先画出直流电动机的原理图如图 1.10 所示。设励磁电流 $I_f = \text{常数}$, 负荷转矩 $T_L = \text{常数}$, 忽略电枢电感 L 、阻尼摩擦等次要因素,只考虑转动部分转动惯量 J 。设电机主动转矩为 T , 则根据电工学与转动力学有关定理,可分别建立电枢电路平衡方程如下:

$$Ri + K_e n = u \quad (1.1)$$

$$J \frac{dn}{dt} = T \quad (1.2)$$

$$T = K_t i \quad (1.3)$$

式中, K_e 、 K_t 为常数。消去中间变量 i 、 T , 便得到 u 、 n 间的如下数学关系

$$\frac{dn}{dt} = \frac{-K_t K_e}{RJ} n + \frac{K_t}{RJ} u \quad (1.4)$$

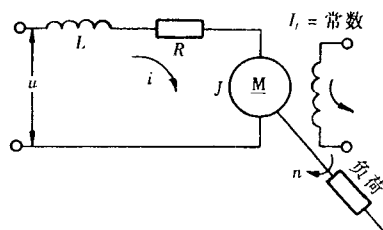


图 1.10 直流电动机原理图

这就是直流电动机的一个简化的数学模型, 它是一个一阶线性常系数微分方程, 它描述了单变量连续时间系统的输入 / 输出关系。式中, 阶次 (等于 1)、 $-K_t K_e / (RJ)$ 和 $K_t / (RJ)$ 便称为系统的参数。如果考虑到电枢电感的因素, 我们将得到一个二阶微分方程。如果阻尼不可忽略, 模型阶次会变得更高。

式(1.4) 所列微分方程(时域模型) 也可经拉普拉斯变换为如下传递函数(复数域模型):

$$G(s) = \frac{N(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K_t}{RJ}}{s + \frac{K_t K_e}{RJ}} \quad (1.5)$$

它是复数 s 的有理分式。

2. 人口系统的数学模型

为了预测一个地区人口变化情况, 可以把该地区的总人口按年龄(岁数) 划分为若干组来建立数学模型, 可划分为 $(n+1)$ 组。由于男性与女性在各组的分布大体相同, 为简便计, 只考虑男性人口模型。

令 $x_i(k)$ 表示第 k 年(年底) 第 i 组男性人口数, $i = 0, 1, 2, \dots, n$ 。 $i = 0$ 为最小年龄组(小于 1 周岁), $i = n$ 为最大年龄组, 由于部分死亡, 第 k 年第 i 组的人口数不能全部变为第 $k+1$ 年第 $i+1$ 组的人口数, 其间关系应为

$$x_{i+1}(k+1) = \beta_i x_i(k), i = 0, 1, \dots, (n-1) \quad (1.6)$$

式中, β_i 为第 i 组人口的存活系数, 具体数值可根据统计数据确定。

注意到 $x_0(k+1)$ 表示 $k+1$ 年的新生儿人口数, 它等于各年龄组所生男婴的总和, 因此有以下关系

$$x_0(k+1) = \alpha_0 x_0(k) + \alpha_1 x_1(k) + \dots + \alpha_{n-1} x_{n-1}(k) \quad (1.7)$$

式中, α_i 为第 i 组的出生率, 具体数值可根据统计数据确定。显然, 非生育年龄组的出生率为零。

第 $k+1$ 年总人口数为

$$y(k+1) = \sum_{i=0}^n x_i(k+1) \quad (1.8)$$

方程组(1.6) ~ (1.8) 便粗略地描述了该地区的年人口变化的规律, 这是一个一阶差分方程组, 它描述了离散时间系统的内部状态的关系。

这里顺便指出, 系统数学模型可分为输入 / 输出模型(简记为 I/O 模型) 与状态空间模型两

大类。前者只描述系统输入、输出间的关系,不反映系统内部状态;后者除描述系统输入、输出关系外,还反映系统内部状态。上述例子中,式(1.4)为 I/O 模型,式(1.6)~(1.8)为状态空间模型。

二、控制系统分析

在建立系统模型之后,就可以对系统进行性能分析,了解某些参数对性能的影响,考虑是否满足对系统性能的要求了。

1. 对控制系统性能的基本要求

各种自动控制系统为了完成特定的任务,必须具备一定的性能。当然,我们关心的是对各类自动控制系统性能的基本要求。这个基本要求是:系统的被控信号应该迅速准确地按参考信号的变化而相应变化,且尽量减少任何干扰信号的不利影响。

我们知道,自动控制系统在输入信号(包括参考输入、干扰输入等)没有变化的情况下,总是处于一个平衡状态,系统的输出信号保持不变。当输入信号变化到一个新值时,输出信号将发生相应变化,经过一段过渡过程,系统才进入一个新的平衡状态,输出信号保持在一个新的数值上。在输入信号作用下,系统输出信号的变化称为系统的响应。在过渡过程中输出信号的变化称为“瞬态响应”,而在过渡过程结束后(即新平衡状态下)输出信号的变化称为“稳态响应”。输入与输出瞬态响应的关系称为动态特性,输入与输出稳态响应的关系称为稳态特性。在过渡过程中输出信号与希望数值之间往往存在偏差,这个偏差称为动态误差;在过渡过程结束后,输出信号与希望数值之间也可能存在偏差,这个偏差称为稳态误差。

以图 1.7 所示直流电动机调速系统为例,考察其在输入信号阶跃变化下的响应。设在工作范围内被控对象(直流电动机)、测速电机和控制器(放大器)的稳态输入与输出的关系均呈比例关系,比例系数(增益)分别为 $K_1 = 1000 \text{ 转/分(r/min)/100 伏(V)}$ 、 $K_2 = 1\text{V}/1000\text{r/min}$ 和 $K_3 = 1000$ 倍。那么当参考输入信号 r 由 0V 突变为 1V(希望的输出信号为 1V,相应转速为 1000r/min)时,输出信号 y 将经过一段过渡过程到达新的数值。在电动机阻尼与漏磁较大情况下,输出信号 y 的响应过程如图 1.11 所示, y 经过一段渐衰振荡过程到达新的数值。在过渡过程中 y 与希望值显然存在偏差;过渡过程结束后, y 的稳态值也与希望值存在偏差,这是因为该闭环系统 r 与 y 的稳态关系应满足

$$(r - y)K_2 K_1 K_3 = y$$

于是

$$y = \frac{K_2 K_1 K_3}{1 + K_2 K_1 K_3} r = \frac{\frac{1}{1000} \times 10 \times 1000}{1 + \frac{1}{1000} \times 10 \times 1000} = 0.909(\text{V})$$

即稳态误差为 0.091 V,相应的转速偏差为 91 r/min。

应该指出,对于设计不好的控制系统,当输入信号变化到一个新值后,输出信号与希望值的误差有可能愈来愈大或发生渐扩振荡,系统不能进入新的平衡状态,这样的系统是不稳定的系统。

通过以上对控制系统响应的分析,我们把对控制系统的性能的基本要求具体化为以下三