

# 水工结构分析文集

潘 家 铮

电力工业出版社



# 水工结构分析文集

潘 家 锋

电 力 工 业 出 版 社

**水工结构分析文集**

潘 家 锋

电力工业出版社出版

(北京德胜门外六铺炕)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经营

水利电力印刷厂印刷

\*  
787×1092毫米 16开本 25.5 印张 581 千字

1981年4月第一版 1981年4月北京第一次印刷

印数0001—3660册 定价 2.75 元

书号 15036·4162

## 内 容 提 要

本书选编了作者近年来所著的十多篇水工结构分析方面的技术论文和资料。其中有关混凝土坝设计的三篇，土石坝和固结计算的三篇，地基及岩石试验的三篇，闸门和钢管等金属结构的二篇，其它结构三篇。在这些论文和资料中，有的讨论了一些比较复杂的问题，提出了解决的原则或方法；有的推导、整理和提供了实用的公式、资料和函数，或对设计理论及方法作了回顾和评述。其中多数资料曾在有关的设计部门中交流和应用过，对水工结构的设计工作有一定参考意义。本书可供从事水利水电工程设计或科研工作的同志应用，并可供大专院校有关专业师生参考。

2006/6

# 水工结构分析文集

## 目 录

一 重力坝抗滑稳定的合理分析 .....	1
二 重力坝岸坡坝段的稳定分析.....	17
三 论试载法.....	43
四 粘土层的固结计算.....	66
五 土石坝应力分析和变形分析的发展.....	100
六 粘土心墙沉陷斜率的控制.....	155
七 夹层地基的分析.....	187
八 有限单元法分析中的岩基问题.....	199
九 弹性理论在岩基试验中的应用.....	218
十 水电站厂房“圈梁－立柱”式机墩结构设计.....	254
十一 承受集中荷载的边墙分析.....	275
十二 定轮闸门的轨道应力计算和设计.....	284
十三 关于压力钢管的岔管计算.....	309
十四 文克尔地基梁的计算资料.....	335

# **Selected Works on the Analysis of Hydraulic Structures**

## **Contents**

1. A Reasonal Analysis of the Stability of Gravity Dams Against Sliding.....	1
2. Analysis of Stability of Abutment Blocks of Gravity Dam Standing on Slopes .....	17
3. On the Trial Load Method .....	43
4. Computation of the Consolidation of Clay Layers .....	66
5. Developement of the Analysis of Stress and Deformation for Earth and Rockfill Dams .....	100
6. Control of the Gradient of the Settlement Curve of Clay Core Walls.....	155
7. Analysis of Interbedded Rock Foundation.....	187
8. Problems Related to the Rock Foundation in the Finite Element Method Analysis .....	199
9. Application of the Theory of Elasticity in Rock Foun- dation Tests.....	218
10. Design of the Ring Type Foundation for Generator- Turbine Unit .....	254
11. Analysis of Walls with Concentrated Edge Loads .....	275
12. Stress Analysis and Design of Tracks for Fixed Wheel Gates.....	284
13. On the Analysis of Fork Penstocks.....	309
14. Functions and Charts for the Analysis of Beams on Winkler's Foundation .....	335

# 一 重力坝抗滑稳定的合理分析

## 一 传统的计算方法

坝体抗滑稳定计算是重力坝设计中的一个主要问题。这是个较老的、表面上看来很简单的问题。其实目前离开这个问题的合理解决还有很大距离。由于具体情况的不同，这问题还可以分为几种类型。例如，失稳时的破坏面是平面或为折面；作用在坝基上的外力是常量或存在着内力重分布情况，问题是平面性质或空间性质，等等。不同类型的问题，其稳定分析的性质也不同，因此不能指望用同一简化方法和安全系数去解决所有问题。

分析坝体抗滑安全度的方法，大体上讲可分为两类。一类是考虑整个建筑物沿破坏面的极限平衡条件，此时须计入作用在破坏面上的合力和破坏面上的综合抗剪指标。根据这些要求作一宏观的、概括性的估计。另一类方法，则考虑破坏面上每一点处的应力、变形以及屈服条件，研究其逐步破坏的机理，最终确定其安全程度。目前，我们都采用上述第一类方法。它的优点是简单方便，但只能给出一个粗糙的估计。今后，总将逐步向第二类方法过渡。

关于抗滑稳定安全系数 $K$ 的定义，也有不同的规定。目前习用的办法是：计算作用在破坏面上的实际总剪力 $Q$ ，以及该破坏面上所能提供的极限抗剪力 $R$ ，而取

$$K = \frac{R}{Q}$$

对于比较复杂的问题，有时须用其它的方式来定义安全系数，例如将作用在坝上的荷载逐渐按比例增大（或将破坏面上的抗剪强度按比例降低）直至发生破坏。取此时荷载增大的比值（或强度缩减的比值）为安全系数。这样，安全系数将以超载系数、或强度储备系数或两者的综合方式出现，比较合理。

总之，传统的设计方法是考虑破坏面上的整体极限平衡条件，而且取 $K = R/Q$ 。显然，这个方法只适用于最简单的情况，即：破坏面是一个明确的平面，问题属于平面类型，而且作用在破坏面上的荷载是一个静定量。此时，安全系数可写为

$$K = \frac{f(N - U) + c A}{Q} \quad (1)$$

上式是众所熟知的。简言之， $N$ 、 $Q$ 各为作用在破坏面上的法向和切向合力， $U$ 为其上的孔隙压力合力， $f$ 、 $c$ 、 $A$ 分别为其上的摩擦系数、粘结力强度和破坏面面积。

即使在这样一个简单情况中，我们也可以提出许多疑问：

- (1) 公式中的 $c$ 、 $f$ 值，应该通过什么试验来确定？应该采用试验曲线上哪一点值？
- (2) 如果破坏面的物理力学性质很不均匀，例如有一小块面积为胶结良好的岩脉，其 $c$ 、 $f$ 值很高，而绝大部分为夹泥层，其 $c$ 、 $f$ 值很小，则应如何求其综合的 $c$ 、 $f$ 值？
- (3) 公式中的分子代表破坏面上的极限抗剪力 $R = f(N - U) + c A$ ，但 $N$ 和 $U$ 值又为正常情况下的法向力和孔隙压力，于逻辑上有矛盾。

(4) 公式(1)只核算抗滑稳定条件,未考虑达到这个极限状态时的变形或应力条件。如果此时应力或变位已超出容许范围,则求得的极限抗滑稳定安全系数就不能代表真实的安全系数。

进一步说,如果破坏面不是一个平面,而是一个折面,那么甚至象式(1)那样的估算公式也还没有建立起来。因此,不得不作出许多假定来进行分析,其可信程度就更差了。

上述情况足以说明目前的分析方法有待改进。较为合理的途径,应该是逐渐增加坝体所受荷载(或降低材料强度),研究破坏面上各点应力及变形的发展情况,考虑其逐渐屈服、破坏的过程,直到完全失稳(或建筑物不能正常工作)时为止,由此确定相应的安全系数。由于作用在坝体上的主要荷载比较明确,且也不可能有大幅度的增长,而破坏面上的物理力学特性则很难精确查清,所以安全系数似以用“强度储备系数”的形式表示更为适宜。这时, $K$ 的物理意义为:当破坏面上的抗剪强度降低 $K$ 倍时,坝体即将沿此面失稳滑动。但采用这个定义,计算甚为冗繁。

抗滑稳定计算是个重要问题,由于问题的复杂性和过去受到计算手段的限制,要实行本质上的改进是困难的。近年来我国电子计算机的广泛应用和有限单元法的迅速发展,改进坝体抗滑稳定设计方法的课题已经提到议事日程上了。下文拟对最简单的情况(即破坏面为一个平面,内力为静定值,问题为平面性质)作一讨论。如果在这个方面能有所改进,就可逐渐推广到更复杂的问题上去。

## 二 破坏面上的应力~变位特性

为了对坝体抗滑稳定问题进行合理分析,首先必须查明破坏面上的应力~变位特性。例如,下面我们都假设破坏沿某一软弱夹层发生,我们可进行如下试验:在软弱夹层上先施加一定的法向压力,其强度为 $\sigma$ ,然后逐渐施加与层面剪切方向平行的力,达剪切破坏时,其强度(按底层剪切面平均计值)为 $\tau$ 。不难推知,破坏面上平均法向压应力在数值上等于 $\sigma$ ,平均剪应力(亦即抗剪或抗剪断强度)在数值上等于 $\tau$ 。为叙述简便起见,后文简称为破坏面上法向压力(或应力) $\sigma$ 及剪应力 $\tau$ 。剪切破坏时夹层上下两面即将产生相对剪切变位 $u$ 。 $\tau$ 与 $u$ 之间呈某种曲线关系。不同的软弱面, $\tau-u$ 的曲线各不相同,但以下几类是最常见的和重要的类型。

### (1) 双曲线型

在一定的法向压力 $\sigma$ 下, $u$ 值随着 $\tau$ 的增加而增加,但呈曲线关系,最后 $\tau$ 趋近于一极限 $\tau_e$ ( $u$ 趋于极大),曲线上并无明显的屈服点、峰值、脆性破坏和强度骤降等情况,因之,曲线接近于一双曲线,其主要特性可以用两个参数 $\tau_e$ 及 $G_0$ 来表示, $G_0$ 是初始斜率(图1)。如果曲线完全符合双曲线规律,则在任一点处的斜率为

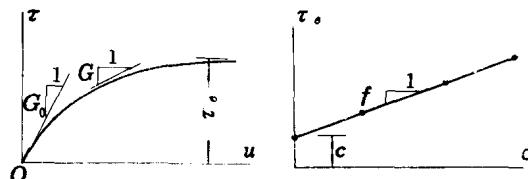


图 1

$$G = G_0 \left/ \left( 1 + G_0 \frac{u}{\tau_e} \right)^2 \right. = G_0 \left( 1 - \frac{\tau}{\tau_e} \right)^2 \quad (2)$$

容易理解，本文中的 $G$ 值相当于夹层材料的剪切模量除以夹层厚度。下文为简单起见，就直接把 $G$ 称为剪切模量。

改变法向压力 $\sigma$ 值，可以得到一组曲线，并可分析极限强度 $\tau_e$ 与 $\sigma$ 间的关系，如果近似于线性关系，则可写下

$$\tau_e = c + f \sigma \quad (3)$$

至于 $G_0$ 与 $\sigma$ 间的关系，现在还缺少足够的资料，以下暂假定对某一软弱夹层 $G_0$ 为常数或为 $\sigma$ 的幂函数。

当夹层中充填有较厚夹泥，且未经超压固结的，其 $\tau - u$ 关系可能为上述(2)式形式。

### (2) 弹塑性型

在一定的法向压力 $\sigma$ 作用下，随着 $\tau$ 的增加， $u$ 也持续增长，大致呈弹性性质，但到某一极限值 $\tau_e$ 后，出现屈服现象，即： $\tau$ 维持不变， $u$ 可以极大地增长( $G \rightarrow 0$ )，或 $\tau$ 稍有增长时， $u$ 有很大增长( $G$ 为一小值)。这一类型的特征，除以 $\tau_e$ 表示其屈服强度外，主要看达到屈服时的变位 $u_e$ 值，以及“弹性段”和“屈服段”的曲线形状(即图2中Oa及ab段)。一般Oa段接近于直线，或为一条稍有曲率的曲线(此时，在Oa段仍有少量塑性变形)，ab段为稍向上凸的曲线。在理想情况，如Oa近似为一斜直线，ab段为一水平线，就属于理想弹塑性体，可以用初始模量 $G_0$ 及极限强度 $\tau_e$ 两值来表示。如果夹层很薄，胶结良好，Oa段可能很陡。有时，Oa段也可能为两段折线，或者，在a点附近出现小的峰值然后下降为 $\tau_e$ ，只要大体上可以分为“弹性”、“屈服”两段，就都可归入这一类型。

改变 $\sigma$ 值，同样可得到一组曲线，并可找出 $\sigma$ 与 $\tau_e$ 或 $G_0$ 的关系。如果软弱面是一种闭合的裂隙，其 $\tau - u$ 关系可能呈此类型。

### (3) 残余强度型

在一定的 $\sigma$ 作用下，随着 $\tau$ 的增长， $u$ 也随之沿某一曲线增长，直至达到某个峰值 $\tau_p$ 止(相应变位为 $u_p$ )。超过峰值后， $u$ 再增长， $\tau$ 反而下降(应变软化)，直至达到另一个稳定值 $\tau_r$ 为止。 $\tau_r$ 称为残余强度， $\tau_p$ 称为峰值强度(图3)。

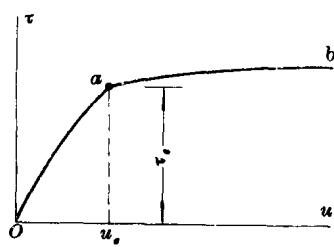


图 2

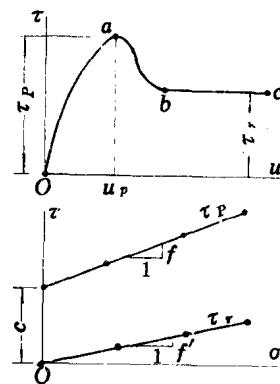


图 3

改变  $\sigma$ , 进行试验, 可以得到一组曲线, 并可分析  $\sigma$  与  $\tau_p$  及  $\tau_r$  间的关系:

$$\left. \begin{array}{l} \tau_p = c + f \sigma \\ \tau_r = c' + f' \sigma \end{array} \right\} \quad (4)$$

一般  $c' \approx 0$ ,  $f' < f$ 。

当破坏面为混凝土~基岩胶结面, 或为岩脉充填并胶结良好的裂隙面, 或为经过超固结的粘土夹层, 其  $\tau - u$  关系, 可能呈此类型。

残余强度型曲线可分为峰前段  $Oa$ , 软化段  $ab$  及残余段  $bc$  等三段。有时,  $Oa$  段接近为直线 (斜率为  $G_0$ ),  $ab$  段很陡,  $bc$  段接近水平, 我们就可将此曲线简化为折线。即在峰前段,  $\tau - u$  呈线性变化, 模量为  $G_0$ , 其上限为  $\tau_p = c + f \sigma$ , 相应的  $u_p = \tau_p / G_0$ 。到达  $\tau_p$  后, 强度突然下降为  $f' \sigma$ , 因此, 在这一点处有一个突变, 表示破坏面上由于断裂而使其抗剪强度发生质变, 在此以后,  $\tau - u$  曲线成为水平,  $G = 0$ , 这种情况接近于脆性破坏。

当然, 实际上破坏面情况是千变万化的, 可能还有其它重要类型存在, 需要进一步试验、研究、总结。但是, 我们总可以把破坏面上的  $\tau - u$  特性归纳简化为若干种主要类型, 以利分析研究。

#### 剪力卸荷情况

上面所述都指剪应力  $\tau$  持续增长情况。如果在试验过程中,  $\tau$  有所减低, 或减低后再增长(下称剪力卸荷或剪力卸荷再增荷), 则由于变形  $u$  中含有塑性变形成份, 一般不是沿原曲线退回, 而产生了永久变形。我们仍在  $\tau - u$  图上研究其关系, 并将试件在某一时段实际承受的  $\tau$  和实际发生的  $u$  作为  $\tau - u$  平面上的一点绘在图上, 称为“工作点”。对于第一类情况, 若  $\tau$  持续增长, 则工作点将沿  $Oa$  移动, 参见上述(图 4), 如果工作点在  $b$  处时进行剪力卸荷, 并再增荷, 则工作点将沿虚线所示路径移动, 可见存在着一个小的滞回环, 而且剪切变位  $u$  中有很大一部分是不能回复的。因滞回环不宽, 我们取其中线为卸荷~增荷线, 并取一平均模量  $G_{ur}$ 。此值可称为剪力卸荷~增荷模量。一般在不同点上卸荷时,  $G_{ur}$  值相等或相近, 并且远大于卸荷点处的正常(增荷) 模量  $G$ 。

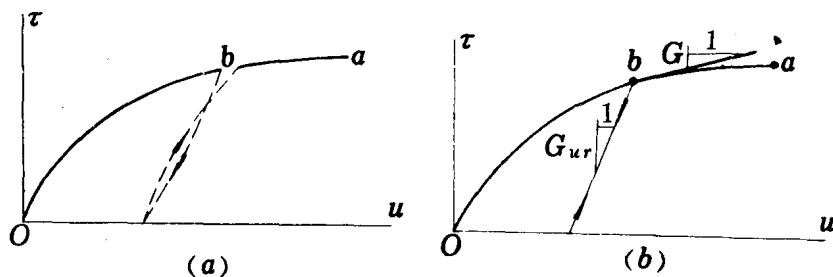


图 4

对于第二类情况, 如工作点位于弹性段  $Oa$  上卸荷(图 2), 可假定它沿  $Oa$  线弹性回复, 若工作点位于塑性段  $ab$  上卸荷时, 则沿某一斜率为  $G_{ur}$  的线回复。

对于第三类情况, 如工作点位于峰前段  $Oa$  上卸荷(图 3), 可假定它沿  $Oa$  线回复(或有一些塑性变形), 若工作点位在残余段上卸荷, 它将沿某一斜率为  $G_{ur}$  的线移动。

### 法向压力变化的影响

上面所述又是指法向压力 $\sigma$ 不变的情况，如果剪应力 $\tau$ 不变，而 $\sigma$ 有所增减，则其影响可参考图5。设原来的法向压力为 $\sigma_1$ ，剪应力为 $\tau_1$ ，相应变位为 $u_1$ ，工作点在曲线①的 $a$ 点处。现设法向压力减低为 $\sigma_2$ ，相应的 $\tau-u$ 曲线如图中之曲线②，上述工作点位置已在本曲线（即②曲线）以上，这是不可能的，故工作点必须移到线②上的 $a'$ 点处。反之，如法向压力增长为 $\sigma_3$ ，相应的 $\tau-u$ 线如图

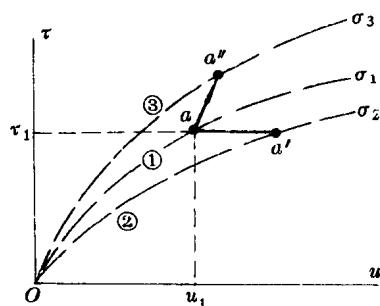


图 5

中之曲线③，则上述工作点位置在③线之下，这是可能的，故工作点不动（即仍维持剪应力为 $\tau_1$ 、变位为 $u_1$ 不变），换言之，此时工作点好像是从③线上卸荷下来一样，对于这种情况，可称为工作点“脱线”。在此以后，如果剪应力再次增大，工作点会从 $a$ 沿某一斜线（斜率为 $G'$ ）上升到 $a''$ ，然后再沿③线移动。

综上所述，如果我们通过详尽的试验分析，已得到破坏面上各部位在各种不同法向压力及剪应力下的 $\tau-u$ 关系曲线，那么，从原则上讲，在已知剪切变位 $u$ ，法向压力 $\sigma$ 以及应力变化的历史后，总可以求出相应的剪应力 $\tau$ 值，或相应的剪切模量 $G$ 值。换言之，在知道前一时段的 $\sigma$ 、 $\tau$ 、 $u$ 值后，便可确定工作点的位置和相应的 $G$ 值，以供计算下一时段的 $\sigma$ 、 $\tau$ 、 $u$ 值之用。

### $\sigma$ 与 $v$ 的关系

以上叙述了 $\tau-u$ 关系，下面再简述一下法向压力 $\sigma$ 与夹层的法向压缩量 $v$ 之间的关系。它们较为简单，对于微小的 $v$ 值， $\sigma$ 与 $v$ 总是成线性比例：

$$\sigma = C v \quad C \approx \frac{E}{h}$$

式中 $E$ 为夹层的压缩模量， $h$ 为夹层厚度。

但当 $v$ 值逐渐增大时， $C$ 值往往随之加大。例如设软弱夹层是一条厚度为 $h$ 的粘泥，则夹层的压缩量不可能超过 $h$ ，因此 $C$ 值将随 $v$ 之增加而增大，到 $v \approx h$ 时， $C$ 趋于无穷。

### 三 有 限 单 元 法

现在回到重力坝抗滑稳定计算问题上。如图6所示， $a b$ 为软弱面。假定我们已查清软弱面的组成和特性，那么从理论上讲，总可以通过有限单元法分析来解决抗滑稳定问题。但是，由于问题的非线性，这种分析只能采用增量法逐步计算和采用迭代法反复试解来完成。

为此，我们按照一般的做法，将该软弱面上下的坝体及基岩都划成有限单元（图中所示为最简单的三角形单元），与通常的有限单元计算并无区别。但位于软弱夹层两侧的对应点，要编不同的结点号（作为两个结点），并在它们之间夹入一种特殊的单元来反映软弱面的特性，暂称为夹层单元。夹层单元可以采用一维的“杆件”型单元，也可采用二维的矩形单元，在本质上是一样的（有些情况下可采用狭长的三角形单元）。本文为简单计，均采

用一维单元来说明，如单元  $a a'$ 、 $b b'$  等，每一根单元代表左右相邻三角形单元宽度之半范围内的夹层 ( $l = \frac{1}{2} l_1 + \frac{1}{2} l_2$ )。它两端结点力为  $X_a$ 、 $Y_a$ 、 $X'_a$ 、 $Y'_a$ ，由平衡条件  $X_a + X'_a = 0$ ， $Y_a + Y'_a = 0$ ，而且：

$$X_a = \tau \cdot l$$

$$Y_a = \sigma \cdot l$$

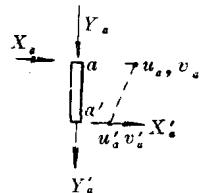
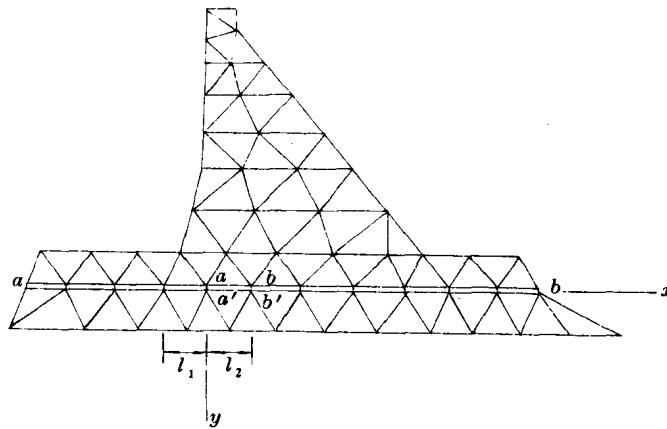


图 6

$\tau$  及  $\sigma$  为夹层中所受的剪应力及法向应力。令  $u$ ， $v$  表示结点沿  $x$ ， $y$  轴的变位，则当结点力有增量  $\Delta X$ ， $\Delta Y$  时，相应位移增量将为  $\Delta u$ ， $\Delta v$ ，两者之间一定存在某种关系，可表为

$$\begin{bmatrix} \Delta X_a \\ \Delta Y_a \\ \Delta X_{a'} \\ \Delta Y_{a'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & 0 & -G & 0 \\ 0 & C & 0 & -C \\ -G & 0 & G & 0 \\ 0 & -C & 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_a \\ \Delta v_a \\ \Delta u_b \\ \Delta v_b \end{bmatrix} \quad (5)$$

或

$$[\Delta F] = [K][\Delta \delta] \quad (6)$$

但这里刚度矩阵中的元素  $C$  和  $G$ ，不是常量，而要根据每个单元的工作状态和历史过程，不断发生变化，甚至有突变，具体变动情况和取值，要按上节中所述条件选用。

上面已提到，由于问题的非线性，我们不能指望一步解决，而需采取增量法和迭代法来逐步求解。现在具体分析“增量”和“迭代”的步骤。所谓增量法，就是把整个荷载过程，划分为若干级“增量”，逐步施加，分级计算。将从上一级荷载增量所求得的各项成果，

作为计算下一级增量影响的起始数据。由于每级荷载增量较小，在它的作用过程中，材料的特征、应力和应变的数值均不会发生大的变动，将有利于我们的处理（如果增量数值取得充分的小，则对每一级增量即可按普通弹性体处理，不必迭代，仅在进行下级增量计算时，才根据上一增量的计算成果进行某些数据或条件的调整），对于像重力坝这样的水利工程，采用增量法尤为合适。因为这时建筑物所受荷载（如自重、水压力等）确实是逐步作用上去的，采用增量法，不仅简化计算、符合实际情况，而且可以了解建筑物的应力、变位、屈服和破坏的发展过程，这是具有重要意义的。

增量法和迭代法在工程设计应用中十分灵活有效，可是，要“精确”解算坝体的抗滑稳定问题，即使是最简单的沿平面夹层的破坏问题，仍然有一定困难。这里面除了各种夹层的物性曲线尚未完全掌握外，即以已介绍过的夹层特性而言，也存在以下三种情况，使精确解算复杂化：

(1) 应力～应变的变化过程线，不仅取决于当时的应力状态，而且还取决于全部应力历史过程，特别是取决于卸荷抑增荷状态；

(2) 剪应力～应变的变化过程，还取决于正应力状态。当正应力和剪应力同时变化时，如何定义卸荷与增荷，材料物性曲线如何变化，这些问题均未搞清；

(3) 多数夹层，当剪应变达一定程度后，要发生应变软化，或脆性破坏进入残余段，使我们不能用增量法分析。

由于以上原因，到目前止，我们还没有一种非常精确而又方便的模型可以妥善地解决抗滑稳定问题。一般，我们还要对夹层的特性再作简化才能有效地进行处理。例如，对于前述的三种情况，我们可以作如下的近似假定：

### (1) 双曲线型材料

假定夹层的剪切模量  $G$  为  $\tau$  及  $\sigma$  的确定函数

$$G = G_0 \left( 1 - \frac{\tau}{\tau_e} \right)^2 = K(\sigma_p - \sigma)^n \left( 1 - \frac{\tau}{c - f\sigma} \right)^2 \quad (7)$$

与此相应的有

$$\tau = \frac{u}{\frac{1}{K(\sigma_p - \sigma)^n} + \frac{u}{c - f\sigma}} \quad (8)$$

式中  $K$ 、 $c$ 、 $f$ 、 $\sigma_p$ 、 $n$  均为材料常数 ( $\sigma_p$  亦即材料的抗拉强度，其值一般甚微)。所以，知道  $\tau$  和  $\sigma$  后即可求出  $G$ ，或者知道  $u$  和  $\sigma$  后即可求出  $\tau$ 。注意在有限单元分析中  $\sigma$  以拉应力为正，故式中的抗剪强度写成  $c - f\sigma$ 。

要考虑增荷和卸荷影响，可作如下规定：凡是  $u$  或  $\tau$  增长的就作为增荷情况，用上两式计算  $G$  或  $\tau$ 。凡是  $u$  或  $\tau$  减低的，或减低后再增长而未达到历史水平的就作卸荷～再增荷状态，此时应另用一个剪切模量  $G_{ur}$  计算。

### (2) 弹塑性材料

假定这种材料为理想弹塑性型，其特性曲线如图 7(a) 所示。在不同的  $\sigma$  下它们的弹性段重合，即  $G_0$  不受  $\sigma$  的影响。不同的  $\sigma$  仅影响屈服强度  $\tau_e = c - f\sigma$ 。材料在屈服前，

剪切模量均用  $G_0$ ，达屈服后  $G$  变为 0，但在卸荷～再增荷状态下则用  $G_{ur}$  ( $\approx G_0$ )。

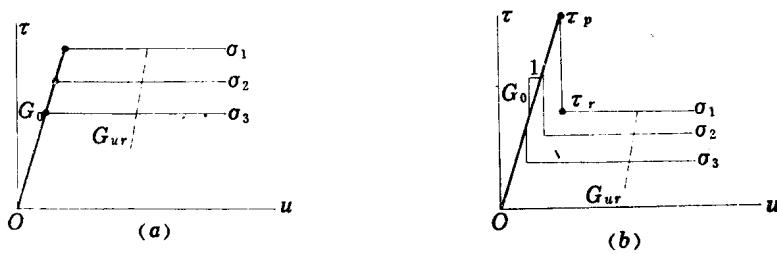


图 7

### (3) 残余强度型材料

假定这种材料为脆断性，在达峰值前为弹性，剪切模量  $G_0$  不受  $\sigma$  的影响。到峰值后强度有一突然降落，以后为水平线， $G$  取为 0，但在退荷～再增荷状态下则用  $G_{ur} \approx G_0$  (图 7 b)。

由上可知，材料处于增荷或卸荷状态，对常数的选择有很大的影响，并增加了计算中的周折。当核算重力坝沿平面夹层滑动失稳问题时，荷载及向下游的变位都稳定增加直到失稳。因此我们可以认为所有夹层单元都处于增荷状态，这样可以简化分析工作。

采用上述简化处理后，就可以用增量法或增量迭代法解算。我们先考虑增量法的应用，将建筑物所承受的总荷载分为若干级“增量”  $\Delta q$ ，循序计算每一级增量  $\Delta q$  所产生的应力及变位的增量。在求出每一级荷载增量所产生的应力、变位增值后，与原有值累计，得到总应力和总变形，并以此确定下一级增量分析时应该采用的各单元的模量，然后进行下一级分析，直到最后一级为止。形象地说，增量法就是用一组短的折线来逼近曲线。

具体到前述三种材料来说，对于双曲线型材料，可根据上级增量末的  $\tau$  和  $\sigma$  值，用式 (7) 计算  $G$  (压缩刚度  $c$  则取决于  $\sigma$  或压缩量，当  $\sigma$  为拉应力或压缩量为负值时取  $c$  为 0，下同)。对于理想弹塑性型夹层，在  $\tau$  或  $u$  值未达屈服限时，剪切模量取为  $G_0$ ，达到屈服限后，剪切模量取为 0 (或任意小值)。对于脆性断裂型，在  $\tau$  或  $u$  值未达屈服限时，剪切模量取为  $G_0$ ，达到屈服限后要将单元中的应力降为残余强度，并将剪切模量降为 0，所超过的那部分应力要进行重分配，释放出来，改由其它单元承担，即所谓超余应力转移。

采用上述最原始的增量法分析，原理是简明的，但在实施时存在几个问题。第一，除非我们将增量取得很小，否则不够精确，误差会累积起来；第二，每经一次分析，原刚度矩阵中某些元素都要变动，必须重新求逆或重解方程组。所以计算工作量将很巨大，成果也不满意。为了改进这些情况，我们可采用其它的处理方式，例如用“增量-迭代法”。这就是将荷载分为较大的若干级，对每一级荷载则采用等刚度的迭代计算来求得解答，现稍加解释如下。

对于任何一级荷载，在第一次迭代计算时，仍根据上一级荷载的分析成果确定本次分析时的初始刚度。施加本级荷载，求出所产生的应力与变形，并和上级成果累加得到第一近似值。由于实际上单元的模量在受荷过程中是不断变化的，而我们均以初始模量代表，且荷载增量又取得较大，所以第一近似值显然不是真解，反映在所求出的应力  $\tau$ 、 $\sigma$  和变

位  $u$ ,  $v$  并不符合物性曲线(图 8)。例如, 我们按求出的第一近似值  $\sigma_1$  和  $u_1$  从物性曲线上确定相应的剪应力, 将得到  $\tau'_1$ , 并不等于  $\tau_1$  (有时甚至  $\tau_1 > f - c \sigma$ )。其差  $\tau_1 - \tau'_1$  可称为超余应力。对于正应力也同样可求出超余值  $\sigma_1 - \sigma'_1$ 。为了使这种不相容的情况成为可能, 我们设想在夹层单元两端结点上各施加虚拟的结点力来平衡这些超余应力(在我们的情况下, 虚拟结点力的值显然就是超余应力乘杆件面积), 但实际上并不存在这种结点力, 于是第二

步松弛这些结点力, 将它们当作外荷载, 再计算所产生的应力和变位, 作为校正值, 与第一近似值累加后得到第二近似值  $\sigma_2$ 、 $\tau_2$ 、 $u_2$ 、 $v_2$ 。这一步骤称为超余应力转移, 其涵义是把某些单元所不能承受的那部分应力转移到其它单元上去。在进行这步工作时, 单元刚度均不变, 当求出第二近似解后仍会有不相容情况存在, 但一般讲比上次情况有所改善, 继续计算各单元的超余应力, 再行转移, 直至收敛为止。最后得到的成果对于任一单元来讲, 应力和变位将符合物性曲线, 也不会出现不容许的应力状态(如  $\sigma$  为拉应力或  $|\tau| > c - f \sigma$  等), 这就是本级荷载下的最终解答。可见在每级荷载分析中, 刚度矩阵是不变的。

重力坝承受的荷载主要为自重及水压力。自重使夹层上产生的应力主要为压应力  $\sigma$ , 所产生的剪应力较小, 一般不会达到破坏状态。所以自重可以一次施加, 作为第一级荷载, 然后再施加水压力。后者则分为若干级, 以代表库水位的增长, 直到设计最高水位止。对于每一级荷载增量都进行上述分析, 求出在本级荷载下最终的应力和变位, 同时也可知道有多少个夹层单元已经进入屈服阶段或已越过了峰值进入残余强度阶段, 或者已被拉裂。在将水位逐步抬高的过程中, 这些已屈服或被破坏了的单元数将逐渐增加。如果到了某一水位, 夹层面上所有单元都已进入屈服或破坏阶段, 总的抗剪潜力已挖尽, 若再增加荷载时, 将无法再得出可以维持平衡的解答, 变位  $u$  将无限制增大, 坝体即告失稳。反之, 如水位升到最高值后, 夹层面上仍未全部破坏, 变位和应力值均在容许范围之内, 那么即使有部分地区已经达到屈服, 也可认为坝体在最高水位下是稳定的, 并求得相应的应力、变位和各部位工作状态的解答。如果要研究坝体的抗滑潜力, 可以将水位再次抬高或将水的容重人为地增大, 求出坝体失稳时的临界总推力, 由此确定“超载潜力”。也可将各单元的材料强度参数 ( $c$ ,  $f$ ,  $f'$ , 等) 逐级降低, 直到失稳, 求出“强度储备系数”。很显然, 超载系数和强度储备系数不会是同一个值, 甚至可以有较大的区别, 它们是从不同的角度来反映坝的抗滑安全性。另外可以看出, 计算强度储备系数的工作量更大一些, 因为每将强度降低一次就要做一个完整的分析, 并且需用试算法求出临界的状态。

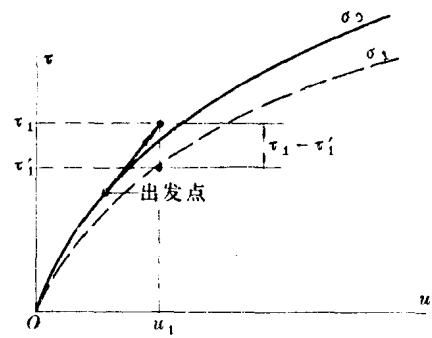


图 8

#### 四 简化情况

按照上述原理进行抗滑计算, 一般工作量巨大, 必需采用有限单元法和电子计算机, 但在某种最简化的情况下, 也可以手算。这就是: 当软弱面是一个连续的平面, 夹层材料

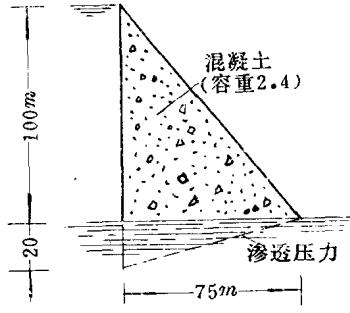


图 9

的变形模量远较混凝土或基岩为小，这样，位于破坏面以上的坝体或基岩可以当作一个刚体看待。这个刚体相对于软弱面的底盤的变位可以只用一个值  $u$  来表示。我们就可根据软弱面的特征，算出破坏面上总抗力  $R$  与位移  $u$  之间的关系，由此来判断稳定条件和安全系数。

为便于说明，下面举一些简单例子。

**【例 1】** 图 9 中示一三角形断面重力坝，基本数据均示于图内。基岩中成层连续的软弱夹层广泛

分布，不便彻底清除，必须按照修建在软弱面上的坝来设计。又设已查明软弱面上的  $\tau - u$  关系接近于双曲线型：

$$\tau = \frac{G_0 u}{1 + G_0 u / \tau_e}, \quad \frac{\partial \tau}{\partial u} = G = G_0 \left( 1 - \frac{\tau}{\tau_e} \right)^2 \quad (9)$$

其中  $G_0 = 100 T/m^2/mm$ ，又  $c = 20 T/m^2$ ， $f = 0.75$ ，试核算其稳定性。

先按习用方法核算： $W = \frac{1}{2} \times 100 \times 75 \times 2.4 = 9000 T/m$ ，

$$U = \frac{1}{2} \times 20 \times 75 = 750 T/m, \quad l = 75m,$$

$$c l = 20 \times 75 = 1500 T/m,$$

$$P = \frac{1}{2} \times 100 \times 100 = 5000 T/m.$$

故

$$K_c = \frac{c l + f(W - U)}{P} = \frac{1500 + 0.75 \times 8250}{5000} = \frac{7688}{5000} = 1.537$$

然后按本文所述概念进行分析。先推导破坏面上总抗力  $R$  与  $u$  的关系式

$$\tau = \frac{G_0 u}{1 + G_0 u / \tau_e} = \frac{G_0 u}{1 + G_0 u / (c + f \sigma)} = \frac{G_0 u c + G_0 u f \sigma}{G_0 u + c + f \sigma}$$

假定破坏面上正应力呈线性分布，原点取在坝基中点，即  $\sigma = p + mx$  代入上式

$$\tau = \frac{G_0 u c + G_0 u f (p + mx)}{G_0 u + c + f (p + mx)} = \frac{G_0 u c + G_0 u f p + G_0 u f m x}{G_0 u + c + f p + f m x} \quad (10)$$

于是

$$R = \int_{-t}^t \tau dx = 2 G_0 u t - \frac{G_0^2 u^2}{f m} \ln \frac{G_0 u + c + f p + f m t}{G_0 u + c + f p - f m t} \quad (11)$$

式中  $t = l/2$ ，当已知  $u$ ， $p$ ， $m$  后，从上式即可求出  $R$ 。

如果我们仍然采用安全系数  $K = R/P$  的概念，则可令  $P$  及  $m$  为常数，而改变  $u$  值，计算相应的  $R$  值。显然， $u = 0$  时  $R = 0$ ，而  $u \rightarrow \infty$  时，取极限得  $R = 2c t + 2f p t = c l +$

$f \cdot p \cdot l = c \cdot l + f(W - U)$ , 和习用公式相符。在上举具体例子中, 容易求得  $t = 37.5m$ ,  $p = 110 T/m^2$ ,  $m = 1.8074 T/m^3$ , 代入式(11)中得

$$R = 200 \times 37.5 u - \frac{10000 u^2}{0.75 \times 1.8074} \ln \frac{100 u + 20 + 82.5 + 50.833}{100 u + 20 + 82.5 - 50.833}$$

$$= 7500 u - 7377 u^2 \ln \frac{100 u + 153.33}{100 u + 51.66}$$

取不同  $u$  值, 可求得相应  $R$  值如下:

$u$	0	.1	1	2	3	4	...	10	...	$\infty$
$R$	0	678.1	3715	4987	5639	6036	...	6922.4	...	7688

由此可见, 在实际推力  $5000T$  作用下, 坝体相对位移是  $2mm$ 。至于达到  $K_c = 1.537$  时, 相应位移(理论上)已为无穷大。如果软弱夹层的容许最大相对位移为  $u = 4mm$ , 则实际安全系数  $K_c = \frac{6036}{5000} = 1.21$ 。可见, 这样计算不仅可求出最终的安全系数  $K_c = 1.537$  (和传统方法一致), 而且可以得到有实际意义的  $K_c = 1.21$  以及实际的夹层变位值  $2mm$ 。

**【例 2】** 其它数据同 [例 1], 只是软弱面上的抗剪指标  $c = 10T/m^2$ ,  $f = 0.553$ 。按传统方法计算:

$$K_c = \frac{c \cdot l + f(W - U)}{P} = \frac{10 \times 75 + 0.553 \times 5250}{5000}$$

$$= \frac{5312}{5000} = 1.062$$

用式(11)计算得

$$R = 7500 u - \frac{10000 u^2}{0.553 \times 1.8074} \ln \frac{100 u + 10 + 60.83 + 37.5}{100 u + 10 + 60.83 - 37.5}$$

$$= 7500 u - 10000 u^2 \ln \frac{100 u + 108.33}{100 u + 33.33}$$

取不同的  $u$  值代入上式可得:

$u$	0	.1	1	2	3	4	5	6	10	50	...	$\infty$
$R$	0	649	3003	3851	4235	4459	4606	4709	4932	5231	...	5312

由此可见, 在实际水推力  $5000T$  作用下, 夹层相对位移已达  $10mm$ , 如果容许相对位移为  $4mm$ , 则  $R = 4460$ , 相应  $K_c = 0.89$ 。换言之, 本情况下坝体不能满足稳定要求, 虽然最终的  $K_c$  值还稍大于 1。

**【例 3】** 所有数据同 [例 2], 只是软弱面  $\tau - u$  曲线的  $G_0 = 1000 T/m^2/mm$ 。

本例和 [例 2] 相比, 软弱面上的指标  $c$ 、 $f$  值相同, 从而按传统方法求得的  $K_c$  值也一致 ( $K_c = 1.062$ ), 但本例中软弱面上抗剪强度发展的“速率”比上例要“快” 10倍, 代入式(11)计算得:

$$R = 75000 u - 1000000 u^2 \ln \frac{1000 u + 108.33}{1000 u + 33.33}$$