

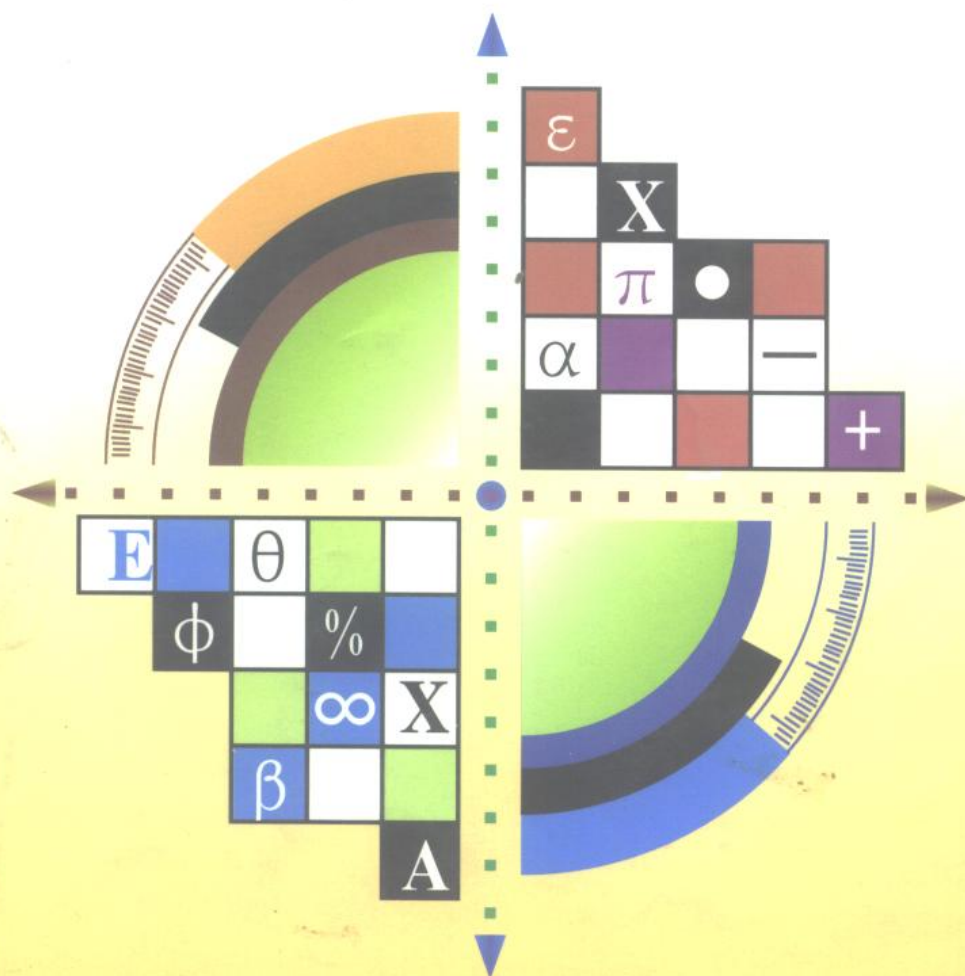


中华护理学会特别推荐

台湾华杏护理丛书

医护数学

.....
应用数学硕士 陈奕良 蔡福建 合著



科学技术文献出版社



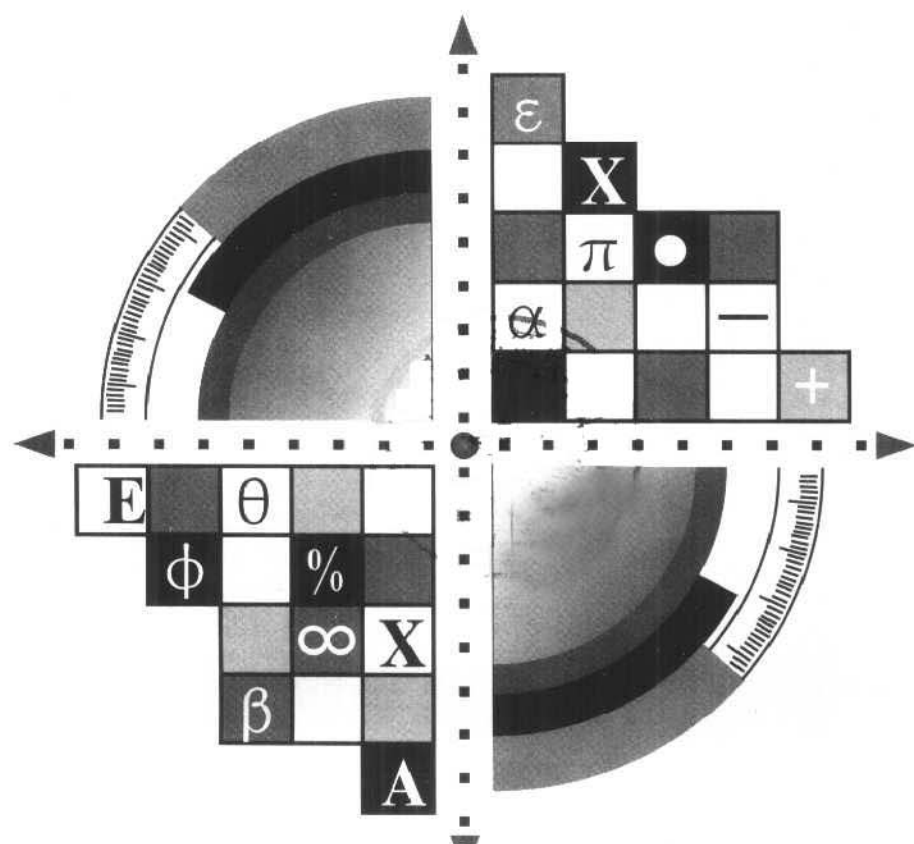
中华护理学会特别推荐

107636

台湾华杏护理丛书

医 护 数 学

应用数学硕士 陈奕良 蔡福建 合著



田 科学技术文献出版社

本书由台湾汇华图书出版有限公司授予
中文简体字版专有出版、发行权
并限在中国大陆地区销售

3475/18

科学技术文献出版社 向广大读者致意

科学技术文献出版社成立于 1973 年, 国家科学技术部主管, 主要出版科技政策、科技管理、信息科学、农业、医学、电子技术、实用技术、培训教材、教辅读物等图书。

我们的所有努力, 都是为了使您增长知识和才干。

中华护理学会特别推荐

当前，我国护理学科建设正处在关键时期，护理学科的基本理论、基础框架、科学管理及实践方法都有待完善。全面实施以病人为中心的整体护理必将促进护理学科的发展，在这种情况下，借鉴世界先进国家和地区的护理模式与方法，使自己少走弯路，不失为明智之举。

台湾华杏出版机构专门出版中文护理图书，她拥有优秀的作者群和广泛的读者，我们将其部分图书推荐给大陆护理界，希望对大家的工作和学习有所帮助。

中华护理学会

作 者 序

数学乃是科学之母,而科学的知识更是现代南丁格尔不可或缺的,举凡为病人作专业的判断、打针及给药等,更要求精、求实,务必使患者受到最完善的照顾。

一般的中学毕业生对于数学都心有余悸,但是本书有别于艰深的高中数学,乃由日常生活中的数学概念入门,再针对医护需要,例如护理时数、医院排班、用药剂量、点滴滴数及罹病统计等问题来引发同学们学习上的兴趣,进而再由基本的数学概念循序渐进,一一推敲,打好基础,以作为将来同学们研究更深奥的专业知识的工具。

写作期间,特别感谢怀了身孕的太太——赖政君老师,花费甚多时间指正校对,提供不少宝贵意见,而且使我在生活上心无旁骛的专心于本书之写作,甚是感怀。

最后,也是最重要的,本书真若对医护界有少许贡献,则应归功于打开我研究数学之门的杨国胜教授及研究所恩师郑惟厚教授。

本书由于匆忙写作,加上笔者本身所学有限,故疏漏及谬误之处,还希望各位老师及先进们能不吝指正与赐教,使本书能更臻完善,特此感谢。

陈奕良

作 者 序

医疗技术随着科技的进步,分工日益精细。现在的医疗工作需要具有不同专业知识的人在相同领域下通力合作,才能够毕竟全功。当前无论在临床方面或理论方面皆朝着专业化发展。专业的程度愈深,对于数学的思维和认识就更加重要。

为了使本书涵括的数学领域更加地广泛及增加实用性,故此书安排了极限和微分两章,以期许同学们未来生活中遇到数学问题时,能够从容应付,不致于捉襟见肘。

本书笔者虽已竭尽全力,然才疏学浅,恐不免有疏漏及错误之处,尚祈学界诸位先进与读者们能不吝指正,以期自己在未来再版时有所修正与改进,使此书更臻完善。

蔡福建

◎作者介绍◎

陈奕良

- 淡江大学应用数学研究所硕士
- 现攻读淡江大学应用数学研究所博士班

蔡福建

- 中山大学应用数学研究所硕士
- 现任美和专校企管科专任讲师

◎ 目 录 ◎

► 第一章 复习篇·····	陈奕良(1)
第一节 简易方程式·····	(2)
1. 一元一次方程式 ·····	(2)
2. 二元一次方程式 ·····	(4)
3. 一元二次方程式 ·····	(7)
4. 应用问题 ·····	(15)
第二节 函数·····	(18)
1. 线性函数 ·····	(18)
2. 二次函数 ·····	(20)
3. 应用问题 ·····	(25)
第三节 几个古典几何问题·····	(29)
► 第二章 集合与简易逻辑·····	陈奕良(33)
第一节 集合的认识·····	(34)
第二节 集合的运算·····	(38)
第三节 命题与真值表·····	(43)
第四节 应用问题·····	(46)
► 第三章 数·····	陈奕良(49)
第一节 四则运算及次序·····	(50)
第二节 因数与倍数·····	(58)
第三节 最大公因数与最小公倍数·····	(64)
第四节 应用问题·····	(66)
► 第四章 指数与对数·····	陈奕良(74)

第一节	指数与指数律	(75)
第二节	对数与对数性质	(88)
第三节	应用问题	(105)
▶ 第五章	数列与级数	陈奕良(109)
第一节	意义	(110)
第二节	等差数列与等差级数	(111)
第三节	等比数列与等比级数	(123)
第四节	无穷等比级数	(134)
第五节	应用问题	(137)
▶ 第六章	直线方程式与二元一次不等式	陈奕良(141)
第一节	直线方程式	(142)
第二节	二元一次不等式	(158)
第三节	解析证法	(169)
第四节	线性规划	(172)
▶ 第七章	计数方法	陈奕良(181)
第一节	排列	(182)
第二节	组合	(193)
第三节	机率	(198)
第四节	叙述统计	(209)
▶ 第八章	极限	蔡福建(223)
第一节	函数及其性质	(224)
第二节	极限的定义与性质	(227)
第三节	极限的求法	(231)
	1. 化简求极限	(232)
	2. 夹击定理	(233)
	3. 无穷远处的极限	(234)
第四节	连续的定义与性质	(237)

► 第九章 微分	蔡福建(243)
第一节 导数的定义	(244)
第二节 导数的几何意义	(248)
第三节 求导数的基本公式	(250)
第四节 连锁律	(253)
第五节 隐函数微分	(256)
第六节 高阶导函数	(259)
第七节 导数的应用	(261)
1. 洛必达法则	(261)
2. 函数增减区间与相对极值	(263)
3. 函数之凹性区间与反曲点	(267)
4. 二阶微分检验法	(269)
5. 极值的应用	(271)
6. 反导函数	(274)
► 参考资料	(278)
► 附表 常用对数表	(279)

► 第一章

复 习 篇

陈奕良 著

本章大纲

简易方程式

- 一元一次方程式
- 二元一次方程式
- 一元二次方程式
- 应用问题

函数

- 线性函数
- 二次函数
- 应用问题

几个古典几何问题

第一节

简易方程式

1 一元一次方程式

在等式中,仅含一个文字符号(即所谓的未知数、变数),我们称之为“一元”;而等式两边最高次数为1者,我们称之为“一次”,此等式我们通常称为“一元一次方程式”。其中文字符号所代表的数就叫做这个方程式的“解”;而解出该符号所代表数值的过程就叫做“解方程式”。

例1 解方程式 $16X - 40 = 9X + 16$

解: $16X - 9X = 16 + 40$

$$7X = 56$$

$$X = \frac{56}{7}$$

$$X = 8$$

例2 解方程式 $2X = \frac{20}{3}X - 140$

解: $2X - \frac{20}{3}X = -140$

$$\frac{6X - 20X}{3} = -140$$

$$-\frac{14X}{3} = -140$$

$$X = 30$$

由以上两例我们可以看出解一元一次方程式的步骤大致如下:

(1)将含有未知数 X 的数移到等号的同一边。

(2)将不含未知数的数移到等号的另一边。

(3)利用等号两边同时加、减、乘、除(不含0)共同的数时其值不变的原理。

依此步骤即可求出未知数 X 所代表的数。

例3 君君身上带有100元到书店买书,假如一本书售价20元,那她买3本书后,身上还剩多少钱?

解:以 X 表3本书的价钱。

首先由比例关系我们可以知道3本书共须60元,式子如下:

$$\frac{1 \text{ 本书}}{20 \text{ 元}} = \frac{3 \text{ 本书}}{X \text{ 元}}$$

交叉相乘

$$X = 3 \times 20$$

$$X = 60(\text{元})$$

$$100 - 60 = 40$$

君君身上还剩 40 元.

例 4 小赖身上若有 120 元,可坐云霄飞车 4 次.小赖共坐了 5 次,请问小赖身上原来至少有多少钱?

解:以 X 表小赖身上的钱数.

由比例关系可以列出如下式子:

$$\frac{120}{4} = \frac{X}{5}$$

交叉相乘 $120 \times 5 = 4 \times X$

$$X = 150$$

小赖原来至少有 150 元.

接下来,我们将利用解一元一次方程式的思想来解决护理学上剂量换算的问题.通常剂量计算的问题都要求得一个未知数量,而其解题的精神仍基于一元一次方程式的解法上,只不过是名词更改而已,换汤不换药.

例 5 医药处方:Demero¹ 75 毫克(mg),用以解决手术后的疼痛.使用的药物 1 毫升中有 50 毫克(50mg/ml).依照医嘱备药 75 毫克,则护理人员要给予多少毫升?

解:以 X 表所需的毫升数.

由比例关系马上可以得知

$$\frac{50\text{mg}}{1\text{ml}} = \frac{75\text{mg}}{X\text{ml}}$$

交叉相乘 $50\text{mg} \times X\text{ml} = 75\text{mg} \times 1\text{ml}$

$$50X = 75$$

$$X = \frac{75}{50} = 1.5(\text{ml})$$

需给予 1.5 毫升.

例 6 医师开具处方:当疼痛时每 3 小时给予 25 毫克的 Opium 酞剂.此酞剂之组成为每 5 毫升有 50 毫克(50mg/5ml).现为了要给予 25 毫克,护理人员需取几毫升的酞剂?

解:以 X 表所需的毫升数.

由比例关系马上可得知

$$\frac{50\text{mg}}{5\text{ml}} = \frac{25\text{mg}}{X\text{ml}}$$

交叉相乘 $50\text{mg} \times X\text{ml} = 25\text{mg} \times 5\text{ml}$

$$50X = 125$$

$$X = 2.5(\text{ml})$$

需给予 2.5 毫升.

由以上例子中,我们不难发现:剂量之调配,须先有一定的标准比例,然后再由比例关系

交叉相乘,便可求得我们欲知的量.而下面例题中溶液浓度的调配亦不外乎如此的规则.

现代的社会里,护理人员的工作已由医院伸展到社会各个角落,因此其工作角色的扮演亦趋向多元化,诸如:剂量调配、溶液浓度调制等等,亦是其工作里的重要一环,不得不熟悉它.

所谓溶液浓度调制是将现有的溶液浓度调制成所需的不同浓度溶液,而其调制过程也脱离不了本章节所介绍的内容.

浓度一般是以百分比成比值来表示,而其意义为溶质与全溶液的比值.例如:10%的溶液1升,则我们可以知道溶质有 $10\% \times 1 \text{ 升} = 100 \text{ 毫升}$,而溶剂为 $90\% \times 1 \text{ 升} = 900 \text{ 毫升}$,而全溶液为 $100 \text{ 毫升} + 900 \text{ 毫升} = 1000 \text{ 毫升}$.以下我们用简单的例子来计算溶液浓度的调制.

例7 欲调制10%的溶液250ml,须取50%浓度的溶液多少毫升?

解:假设须50%浓度的溶液 Xml

溶质即为 $50\% \times X \text{ 毫升}$

全溶液为250ml

$$\text{所以 } \frac{50\% \times X \text{ ml}}{250 \text{ ml}} = 10\%$$

$$\text{解得 } X = 50(\text{ml})$$

例8 欲配制4%的 Sodium Bicarbonate 溶液300ml,须用12%浓度的溶液多少毫升?

解:假设须12%浓度的溶液 Xml

溶质即为 $12\% \times X \text{ ml}$

全溶液为300ml,所以将溶质除以全溶液即应为4%.

$$\frac{12\% \times X \text{ ml}}{300 \text{ ml}} = 4\%$$

$$\text{解得 } X = 100(\text{ml})$$

此即表示取12%浓度的溶液100ml再加水到300ml即可得浓度为4%的溶液300ml.

随堂练习

1. 药物处方:每天须30mg的 Coumadin Sodium 来治疗.现有每锭5mg的 Coumadin Sodium,则要给予多少锭?

2. 药物处方:每天须1.5g的 Keflex 来治疗.现有 Keflex 口服悬浮液标示每5ml有125mg,则要给予多少毫升?

3. 药物处方:每6小时给予病人一次250mg的 Aldomet 来治疗.现有每锭含125mg的 Aldomet,则护理人员每6小时要给予多少锭?

4. 欲配制5%浓度的溶液1500ml,则需要浓度25%的溶液多少毫升?

5. 250mg的 Transamine,以治疗手术后异常的出血,若使用的药物每10ml有1000mg (1000mg/10ml),则护理人员要给予多少毫升?

2 二元一次方程式

数学可以帮助我们解决很多日常生活中的实际问题,特别是有关数量的问题.解题时,

先以文字符号来代表问题中所要求的未知数,然后再依题意将已知的关系列成方程式,利用基本的运算原则,求出所欲求的未知数,进而解决问题.

例 1 小君与小赖两人打算到书店买文具用品,小君买了精美笔记本 18 本和圆珠笔 50 支共计 1320 元,小赖买了精美笔记本 10 本和圆珠笔 80 支共计 1360 元,试问精美笔记本与圆珠笔单位价钱各多少元?

解:假设精美笔记本每本 x 元,圆珠笔每支 y 元,则由“18 本精美笔记本与 50 支圆珠笔共 1320 元”以及“10 本精美笔记本与 80 支圆珠笔共 1360 元”可分别列出下列两个方程式

$$\begin{cases} 18x + 50y = 1320 & \text{①} \\ 10x + 80y = 1360 & \text{②} \end{cases}$$

以上两个等式,因有两个未知数故称为“二元”;且其最高次数为一次,又因为有“=”等式,所以每个方程式我们就叫做“二元一次方程式”.单一个二元一次方程式有很多组 (x, y) 的解,而若欲与另一个二元一次方程式求出其共同的解时,我们通常将它们联立,也即称为“二元一次联立方程式”或“二元一次方程组”.能使二元一次方程组中各个方程式都成立的 x 与 y 的值,就是此二元一次方程组的“解”.我们现在来复习一下,中学时解二元一次方程组的方法.

(1)代入消去法

由①可得 $y = \frac{1320 - 18x}{50}$

再将此式代入②,消去 y ,

得 $10x + 80 \times \frac{1320 - 18x}{50} = 1360$

如此一来,便将原有的二元一次方程式降为一元一次方程式,解此方程式得 $x = 40$.

再将 $x = 40$ 代回①②任一式子便可求得 $y = 12$.

(2)加减消去法

由① $\times 8$ - ② $\times 5$

得 $94x = 3760$

$$x = 40$$

再将 $x = 40$ 代回①②任一式,得 $y = 12$. 所以综合以上二法,结论如下:解二元一次方程组,不外乎是将其中的方程式由二个未知数消去一个未知数,简化为一元一次方程式,进而求出其解,再代回原方程组中,求出另一解.

例 2 鸡兔同笼,共有 7 个头,20 只脚,问鸡兔各多少头?

解:假设鸡有 x 头,兔有 y 头

则 $x + y = 7$ ①

而鸡每头有 2 只脚,兔每头有 4 只脚

则 $2x + 4y = 20$ ②

将①、②式联立

$$\begin{cases} x + y = 7 & \text{①} \\ 2x + 4y = 20 & \text{②} \end{cases}$$

② - ① $\times 2$ 得

$$2y = 6$$

$$y = 3$$

再将 $y = 3$ 代回①, 得 $x = 4$

共有鸡 4 头, 兔 3 头.

例 3 解联立方程式
$$\begin{cases} 3x + 4y = 11 \\ 5x - 2y = 4 \end{cases}$$

①

②

解: ① + ② $\times 2$

得 $13x = 19$

$$x = \frac{19}{13}$$

代回①式得

$$3 \times \frac{19}{13} + 4y = 11$$

$$4y = \frac{86}{13}$$

$$y = \frac{43}{26}$$

例 4 解联立方程式
$$\begin{cases} 3x + \frac{2y}{x} = 11 \\ 7x - \frac{6y}{x} = -1 \end{cases}$$

解: 因为每式的第二项恰好都有一特征“ $\frac{y}{x}$ ”, 故

令 $N = \frac{y}{x}$, 得新联立方程式如下

$$\begin{cases} 3x + 2N = 11 \\ 7x - 6N = -1 \end{cases}$$

①

②

将① $\times 3$ + ②得

$$16x = 32$$

$$x = 2$$

将 $x = 2$ 代回①式得

$$6 + 2N = 11$$

$$N = \frac{5}{2}$$

因为 $N = \frac{y}{x}$, 且 $x = 2$

所以解得 $y = 5$.

随堂练习

1. 解联立方程式
$$\begin{cases} \frac{3}{x-3} + \frac{4}{2y-1} = 7 \\ \frac{4}{x-3} - \frac{3}{2y-1} = 1 \end{cases}$$

2. 一百个馒头,一百个尼姑,大尼姑一人吃三个馒头,小尼姑三人吃一个馒头,问大小尼姑各几个?

3. 每 100 克牛肉有 140 卡的热量,每 100 克鸡蛋有 155 卡的热量,且目前时价 100 克牛肉 20 元,100 克鸡蛋 5 元,现以 50 元购买牛肉、鸡蛋,而且要摄取热量 830 卡,试问各需牛肉与鸡蛋多少克?

3 一元二次方程式

我们已经研究过一元二次方程式与二元一次方程式,现在我们将再研究一元二次方程式,以了解方程式的问题在护理学上的形式.首先我们还是先复习中学所学的概念.

由一元二次方程式的名称来看,我们可以知道是含一个未知数且等号两边最高次数为二次.就一般而言,一元二次实系数方程式可以写成

$$ax^2 + bx + c = 0$$

其中, a, b, c 为常数(即已知数)且 $a \neq 0$. 首先我们先来复习配方法求解的过程:用配方法求解时,首先以 a 遍除方程式的每一项,得

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

再将带有未知数 x 的前两项配成完全平方

$$\begin{aligned} \text{得} \quad x^2 + 2\left(\frac{b}{2a}\right)x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 &= -\frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \\ &= \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a} \\ &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \end{aligned}$$

$$\text{也即如} \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\text{故} \quad x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{aligned} \text{即} \quad x &= \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$

而在根号里面的“ $b^2 - 4ac$ ”我们通常称之为判别式 D , 即 $D = b^2 - 4ac$. 我们可以利用此判别式来判断此方程式中两根的关系, 假如两根 α, β , 则 α, β 分别为:

$$\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

而从判别式 $b^2 - 4ac$ 为零、正或负, 可得到如下的结论:

(1) 若 $b^2 - 4ac = 0$