现代管理方法普及丛书

计算方法与微机应用

袁慰平　张令敏　编

南京工学院出版社

现代管理方法普及丛书

计算方法与微机应用

袁慰平 张令敏 编

南京工学院出版社

内 容 提 要

本书是“现代管理方法普及丛书”之一。内容包括计算方法和微机在管理中的应用两部分。介绍了在经济管理中常用的一些基本计算方法和微机在商业和企事业中典型的管理系统。

本书取材恰当，理论联系实际，精心选择例题，对典型算法附有计算框图及程序，通俗易懂，可供中等以上文化程度的管理干部和经济工作者自学，也可作为工矿企业或各种经济管理部门的培训教材。

责任编辑 张新建

责任校对 刘桂升

计算方法与微机应用

袁慰平 张令敏 编

南京工学院出版社出版

南京四牌楼2号

江苏省新华书店发行 大丰县第二印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/32 印张 4 字数 89.2千字

1987年12月第1版 1987年12月第1次印刷

印数 1— 5000 册

ISBN 7-81023-058-(1)

F·58 定价：0.70元

前　言

“计算方法与微机应用”是“现代管理方法普及丛书”中的一个分册，是为一般经济管理干部提供利用计算机进行数值计算或管理工作的基本知识而编写的。

本书由两部分内容组成，一是计算方法，其中包括：计算方法的基本概念；方程求根；线性方程组的数值解法及函数逼近。由浅入深地推导了计算公式，给出框图，并附有部分BASIC程序的例子，这些内容在经济管理中经常碰到，也是希望使用计算机解决某些数值计算问题的同志必须掌握的知识。二是微机在经济管理中的应用，介绍微机管理系统开发的一般方法；叙述了三个微机管理系统，即合同管理、科技管理及工资管理的概况；分析了微机在管理中应用的意义及前景。

承蒙南京大学数学系王嘉松副教授审阅全书，提出了很多宝贵意见，在此表示衷心感谢。

由于编者水平所限，书中疏漏之处在所难免，欢迎广大读者不吝指正。

编　者

1986.12

目　　录

第一章　计算方法的基本概念

电子计算机的使用在我国已比较普遍，人们一般都将注意力放在学习算法语言及编制程序上，对于由计算机所算得的结果是否可靠，计算时间如何缩短等问题往往容易忽略，这样势必影响对计算机的充分利用，甚至得到错误的结果。

例1.1　在八位十进制计算机上计算 y 值，

$$y = 21743256 + 0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.6 + \\ + 0.7 + 0.8 + 0.9$$

［解］　**算法一**：若按上述所排列次序在计算机上进行计算，由于计算机里的数字需对阶相加，因此 $21743256 + 0.1$ 时，第 1 个数已将八位占满，0.1 只能排到第九位，这是不可能的，于是只能作为机器零，这样二个数相加结果仍是 21743256，再加上其它小数也是同样的情况，所以得

$$y = 21743256。$$

算法二：若先将小数相加后再与数 21743256 相加，

即　$0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.4 + 0.6 + 0.7 + 0.8 + 0.9 = 4$

则　$y = 21743256 + 4 = 21743260$

显然算法一所得结果是错误的。

例1.2　设 $A = 10^{12}$，$B = 100$，$C = -A$，在八位十进制计算机上求 $A + B + C$。

［解］　**算法一**：按 $(A + B) + C$ 次序运算。

由　$A+B=10^{12}$，因此 $(A+B)+C=0$，所以 $A+B+C=0$。

算法二： 按 $(A+C)+B$ 次序运算。

由　$A+C=0$，因此 $(A+C)+B=100$，所以 $A+B+C=100$。

哪一种算法是正确的？显然算法二是正确的。

此两例子告诉我们要得到正确的结果除了有计算机外，还必须研究算法。算法的研究是计算方法的任务之一，计算方法主要研究数学问题的数值计算方法，在电子计算机广泛使用的今天，应该研究适合于计算机上使用的计算方法。在此主要介绍在经济管理方面经常遇到的一些数值计算方法。

第一节　误差的概念及其来源

一个客观存在的量 x 和我们对它测量或计算得到的值 x^* 往往不相等，x 称为准确值，x^* 称为 x 的一个近似值。它们的差 $x-x^*$ 称为误差。引起误差的原因是多方面的。

1．模型误差

从实际问题转化为数学问题，即所谓建立数学模型时，对被描述的实际问题进行了抽象和简化，即对实际问题加了限制，忽略了一些次要因素之后建立的数学模型，这种模型实际上只是客观现象的一种近似反映，一种粗糙的描述，它与实际问题之间出现的误差称为模型误差。

2．观测误差

由实际问题所建立起来的数学模型中必然涉及一些由观测得到的量，例如长度、重量、电压、电流等，而观测难免不带误差。这种误差称为观测误差。

3．截断误差

在计算中常常遇到只有通过无限过程才能得到的结果，但在实际计算时只能用有限过程来完成。如无穷级数，

$$S=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots$$

只能用有限项的和，譬如取前10项。

$$S_{10}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots-\frac{1}{10}$$

作为S的近似值，必然产生误差$S-S_{10}$，这种由有限过程代替无限过程所产生的误差称为截断误差。

4．舍入误差

在计算中遇到的数据可能位数很多，也可能是无穷小数，如$\sqrt{3}$、$\frac{1}{3}$、π等，但计算时只能对有限位数进行运算，因而需要四舍五入，这样产生的误差称为舍入误差。少量的舍入误差是微不足道的，但在电子计算机上运算了千百万次后，误差的积累有时可能是十分惊人的。

由以上分析可以得到如下结论：误差是不可避免的，要求绝对准确实际上是办不到的，切合实际的办法是设法减少误差。计算方法所承担的任务是改进计算方法，尽量减少截断误差和舍入误差。

客观事物中，精确值x虽然客观存在，但由以上分析可以知道事实上是得不到的，因此$x-x^*$实际上也是求不到的，能求得的只是它的一个绝对值的上限ε，即

$$|x - x^*| < \varepsilon$$

我们称 ε 为绝对误差限，简称误差限。

如测量得某一溶液的体积是453CC，由于容积以CC为单位，所以其误差不超过0.5CC，即

$$|x - 453| \leqslant 0.5$$

亦即可以知道 x 的范围是 $452.5 \leqslant x \leqslant 453.5$。

对于给定的小正数 ε，若近似值 x^* 满足

$$|x - x^*| \leqslant \varepsilon$$

则在 ε 范围内认为 x^* 就是 x，亦即认为 x^* 关于允许误差 ε 是"准确"的。

我们称 $e_r = \dfrac{x - x^*}{x}$ 为相对误差。若 $|e_r| \leqslant \varepsilon_r$，则称 ε_r 为相对误差限。

第二节　有效数与机器数

1. 有效数

一个位数很多的数，如 $\pi = 3.1415926\cdots\cdots$ 按四舍五入的原则将它表示成位数较少的近似数，如 π 的近似值，取三位 $x_1 = 3.14$，取四位 $x_2 = 3.142$，取五位 $x_3 = 3.1416$等，它们的误差限分别是 $|\pi - x_1| < 0.002$，$|\pi - x_2| < 0.0005$，$|\pi - x_3| < 0.00001$，它们都不超过相应近似数末位数的半个单位，我们称这种误差不超过末位数半个单位的近似数为有效数，若此有效数的末位数直到第一个非零数字共有 n 位，

则说此有效数为 n 位有效数。因此 π 的近似数 x_1、x_2、x_3分别具有 3、4、5 位有效数。我们约定以后所使用的数都用有效数字表示，这样每个数的误差限就能估计出来了。

2．机器数

目前常用的计算机分为二类，一类具有舍入功能（相当于十进制中的四舍五入），称为舍入机；另一类没有舍入功能（如十进制的数 0.567896738 在八位字长的计算机里取为 0.56789673），称为截断机。

一个实数 x 进入计算机后，成为计算机里的数，称为机器数，用 $fl(x)$ 表示。

如在八位字长的截断机里，

$$fl(0.567896730)=fl(0.567896731)=fl(0.567896732)$$

$$=\cdots\cdots=fl(0.567896739=0.56789673$$

$$fl(0.567896740)=0.56789674$$

因此实数 x 的机器数 $fl(x)$ 是 x 的一个近似数，它的相对误差

$$e_r=\left|\frac{x-fl(x)}{x}\right|\leqslant\begin{cases}\dfrac{1}{2}10^{-n+1} & \text{舍入机；}\\ 10^{-n+1} & \text{截断机。}\end{cases}$$

其中 n 是计算机的字长，所以一个数进入计算机后一般都带有误差。

3．四则运算的误差估计

现在我们再来讨论两个数经加、减、乘、除运算后所产生的误差。

设 x_1^*、x_2^* 分别是 x_1、x_2 的近似值，e_1、e_2 分别是 x_1^*、x_2^* 的误差，即 $x_1-x_1^*=e_1$，$x_2-x_2^*=e_2$

于是 $$x_1^*+x_2^*=(x_1+x_2)-(e_1+e_2)$$

因此两近似数之和 $x_1^*+x_2^*$ 的误差 $e(x_1^*+x_2^*)$ 是两误差之和 e_1+e_2。即

$$e(x_1^*+x_2^*)=e_1+e_2$$

同理 $$x_1^*-x_2^*=(x_1-x_2)-(e_1-e_2)$$

所以 $$e(x_1^*-x_2^*)=e_1-e_2$$

由 $$\begin{aligned}x_1^*x_2^*&=(x_1-e_1)(x_2-e_2)\\&=x_1x_2-(x_1e_2+x_2e_1)+e_1e_2\end{aligned}$$

所以 $$e(x_1^*x_2^*)\approx x_1e_2+x_2e_1$$

同理 $$\begin{aligned}\frac{x_1^*}{x_2^*}&=\frac{x_1-e_1}{x_2-e_2}=\frac{\dfrac{x_1}{x_2}-\dfrac{e_1}{x_2}}{1-\dfrac{e_2}{x_2}}\\&=\left(\frac{x_1}{x_2}-\frac{e_1}{x_2}\right)\left[1+\frac{e_2}{x_2}+\left(\frac{e_2}{x_2}\right)^2+\cdots\right]\\&\approx\frac{x_1}{x_2}-\left(\frac{e_1}{x_2}-\frac{x_1e_2}{x_2^2}\right)\end{aligned}$$

所以 $$e\left(\frac{x_1^*}{x_2^*}\right)\approx\frac{e_1}{x_2}-\frac{x_1e_2}{x_2^2}$$

第三节　数值计算中应注意的问题

由以上讨论可以得出如下结论：每步运算几乎都会产生

舍入误差。而一个数学计算问题往往要运算千万次，如果每步都分析误差太费时费力，这是不必要的。在实际运算时若能注意到以下几点，就能保证计算结果的可靠性以及防止误差危害现象的产生。

1. 使用数值稳定的公式

一个计算公式称为稳定的是指由第 n 步所产生的误差 e_n，影响第 $n+1$ 步产生的误差 e_{n+1}，若有如下不等式成立

$$\left|\frac{e_{n+1}}{e_n}\right| < 1$$

则称此计算公式是稳定的。

例1.3 序列$\{y_n\}$由递推公式

$$\begin{cases} y_{n+1} = \lambda y_n + a & (n = 0, 1, 2 \cdots) \\ y_0 = \sqrt{3} \end{cases}$$

求得，若取 $y_0 \approx y_0^* = 1.732$(四位有效数字)，问计算到 y_{10} 时误差有多大？这个计算过程稳定吗？

［**解**］ 由于 $y_0 \approx y_0^* = 1.732$，所以 $y_1 \approx y_1^* = \lambda y_0^* + a$

$$|e_0| = |y_0 - y_0^*| \leqslant \frac{1}{2} \times 10^{-3}$$

因此 y_1 所产生的误差 $e_1 = y_1 - y_1^* = \lambda(y_0 - y_0^*) = \lambda e_0$

同理 $e_2 = y_2 - y_2^* = \lambda(y_1 - y_1^*) = \lambda^2 e_0$

使用同样方法可以得到第 10 步所产生的误差：

$$e_{10} = y_{10} - y_{10}^* = \lambda^{10} e_0$$

因此 $|e_{10}| \leqslant \frac{1}{2} \lambda^{10} \times 10^{-3}$

一般第 n 步的误差是 $e_n \lambda^n e_0$，于是

$$\left|\frac{e_{n+1}}{e_n}\right| = \left|\frac{\lambda^{n+1}e_0}{\lambda^n e_0}\right| = |\lambda|$$

若 $|\lambda| \leqslant 1$，则此递推公式稳定；若 $|\lambda| > 1$，则此公式不稳定。

此例说明，一个稳定的公式，若在第一步产生误差，则在其后的各步计算中误差是不会扩散的，且随步数的增加，误差将会缩小，例 1.3 第 n 步误差将缩小到原有的 λ^n 倍 ($\lambda \leqslant 1$)。但若是一个不稳定的公式，则误差将被扩大，随步数的增加甚至有淹没真解的可能。

2．避免两相近数相减

在数值运算中两相近数相减有效数字会严重损失。

例如：设 $x = 1845.73$，$y = 1845.68$，它们都具有六位有效数字。但 $x - y = 0.05$，只有一位有效数字。

为防止有效数字的损失最好是改变计算方法，或增加原来数据的有效位数。

例 1.4 当 $|x| \ll 1$ 时，计算 $\dfrac{1}{1+2x} - \dfrac{1-x}{1+x}$。

［**解**］ 由于 $|x| \ll 1$，因此若按所给公式直接计算，必然造成两个都很接近于 1 的值相减，有效位数必然严重损失，但若将它们通分后再计算，则可避免上述情况的出现。

$$\frac{1}{1+2x} - \frac{1-x}{1+x} = \frac{2x^2}{(1+2x)(1+x)}$$

例1.5 设 x_1，x_2，…，x_n 为 n 个观测值，下列两个计算样本方差的公式是等价的，

$$S^2 = \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right] \tag{1.1}$$

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \qquad (1.2)$$

其中 $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$，问使用哪个公式为好？

［解］ 由于 $\bar{x}$ 是 n 个观测值的平均值，因此观测值与 $\bar{x}$ 都比较接近，$x_i - \bar{x}$ 就造成两相近数相减，所以式(1.2)不宜使用。对于式(1.1)，虽然也有相减，但经 n 个数累加后，扩大了两数间的差距，因此使用公式(1.1)为好。

3. 防止大数"吃掉"小数

在数值计算中参加运算的数有时数量级相差很大，而计算机字长有限，不注意运算次序就可能出现大数"吃掉"小数的现象。例 1.1、例 1.2 就是很好的例子。

4. 注意简化步骤，减少运算次数

同样一个计算问题，如果能减少运算次数，不但可以节省计算机的计算时间，还能减少舍入误差，因此这是一个重要原则。

例1.6 设 $f(x) = 7 - 8x + 9x^2 - 4x^3 + 3x^4 + 5x^5$，求$f(2)$。

［解］ **方法一** 用 $x=2$ 代入各项，需要作 15 次乘法。

方法二 若将 $f(x)$ 改写成如下形式

［解］ $f(x) = (5x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 9x - 8)x + 7$

$$= [(5x^3 + 3x^2 - 4x + 9)x - 8]x + 7$$

$$= \{[((5x+3)x - 4)x + 9]x - 8\}x + 7$$

再用 $x=2$ 代入，只需作 5 次乘法，因此这样的等式变形是

可取的，特别是采用竖式计算更为简单，其方法是只需将多项式系数按降幂排列，用 $x=2$ 与这些系数相乘相加，即得所求结果。

$$
\begin{array}{lcccccc}
 & 5 & 3 & -4 & 9 & -8 & 7 \\
 & & 10 & 26 & 44 & 106 & 196 \\
\hline
x=2 & 5 & 13 & 22 & 53 & 98 & \boxed{203}=f(2)
\end{array}
$$

这种方法称为秦九韶法。

在运算中若能遵守以上四点，那末一般讲就能保证舍入误差不会扩散，能够得到可靠的计算结果。

第二章　方程求根

经济管理中的一些问题，往往可以归结为解一个函数方程

$$f(x)=0 \tag{2.1}$$

当 $f(x)$是超越函数如 $f(x)=xe^{x}-1$ 时，称为超越方程；当 $f(x)$ 是多项式如 $f(x)=\omega x^{3}-\delta x^{2}+\nu x+F$ 时，称为代数方程。使 $f(x)=0$ 的解 x^{*}，称为方程的根或函数 $f(x)$的零点。实际问题中大部分方程不容易求出它的精确解，例如上述 $f(x)=\omega x^{3}-\delta x^{2}+\nu x+F$ 是经济函数中价格与成本之间的三次函数，当成本 $f(x)$ 给定，要求价格 x 时，就是求一个三次代数方程的根，计算这个根的精确值已经比较复杂了。然而在企业管理中，也并非需要我们去求其精确的根，而只要求满足某种精度的一个近似根就可以了。

方程求近似根的方法，可分为两步：首先要确定方程在某个区间内有且仅有一个根的有根区间；其次用一种数值方法，逐步将这个近似根精确化，达到预先给定的精度要求。

关于第一步，在微积分中已经知道，设 $y=f(x)$ 在$[a,b]$内连续且严格单调，并有 $f(a)\cdot f(b)<0$，则方程 $f(x)=0$ 在$[a,b]$内有且仅有一个根。于是可以借助导数，把 $y=f(x)$ 的单调区间求出来，并验证区间两端点上函数值是否异号，这样就可以求出所有实根所在的区间。或者可用作函数$f(x)$图形的方法求得一个有根区间。

这一章，我们主要是介绍近似根的精确化问题。

第一节　二分法

1. 二分法的思想与计算步骤

二分法是方程求根中最简单和最直观的方法。设方程(2.1)在区间$[a,b]$内有唯一实根，为了方便，设$f(a)<0$，$f(b)>0$，如图2-1所示。二分法的基本思想是：把区间$[a,b]$

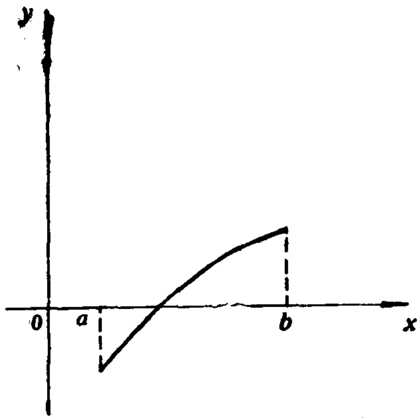

图 2-1

二等分，确定中点$\frac{a+b}{2}$处函数$f(x)$的符号，逐步将有根区间缩小，使得在足够小的区间内，方程有且仅有一个根。具体步骤是：

1）用区间中点$\frac{1}{2}(a+b)$平分$[a,b]$区间，计算函数值$f\left(\frac{a+b}{2}\right)$；