

現代气象学問題論丛

大气运动中的 适应问题

叶篤正 李麦村 著

科学出版社

國際化數學教育叢書

大气运动中的 适应问题

李四 李德君

• • • • •

現代气象学問題論丛

大气运动中的适应問題

叶 篤 正 著
李 麦 村

科 学 出 版 社

1 9 6 5

內 容 簡 介

本书较全面地论述了有关大气运动中的适应问题，主要是结合作者的研究，总结了近几年来我国的研究成就，对国外的有关研究工作亦作了必要评述。

本书阐述了大气中的几种基本波动和能量的传播，探讨了适应过程与演变过程的一般性质和地转适应的物理性质。在论述了大气中最基本的状态——正压大气下的适应过程之后，进一步研究了斜压大气中的地转适应过程。同时，作者还探讨了目前大家还不十分注意的、中小尺度运动中风场与气压场的适应问题，并提出了今后待进一步研究的问题。

本书可供气象研究工作者、业务工作者、研究生和高等院校有关专业师生参考。

现代气象学問題論丛

大气运动中的适应問題

叶 笃 正 著
李 麦 村

*

科学出版社出版

北京朝阳門内大街 117 号

北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1965年5月第一版 开本：850×1168 1/32

1965年5月第一次印刷 印张：4 1/4

印数：0001—2,500 字数：106,000

统一书号：13031·2131

本社书号：3254·13-15

定价：[科七] 0.75 元

序

一年中寒来暑往，一昼夜間日升月沉，是最早吸引人类注意的自然現象。由于这些現象和生产实践比較密切，而这些变化又那么明显和突出，所以天文和气象学是最先为人类注意研究的对象。世界各地所流传下来的天气諺語，往往都是农民、漁人长期累积的經驗总结。在我国宋代宮廷內已設置有雨量計，按时記載降雨数量；在明代永乐年間当时朝廷曾制作了雨量器頒发到全国各地，以了解全国雨情。从世界科学发展史来講，自托里賽里、伽利略制作气压表及溫度表以后，世界各地就逐渐开始进行按时的气压和溫度的长期观测，把这些序列观测和天气变化联系起来，并用之于初期的天气預报。所以，气象学从科学发展历史来說，可以算是一門古老的科学。

从現代的科学发展看来，气象学是一門边缘科学，它一面联系着当地的具体地理条件，有它的地域特点，另一方面則遵循着物理变化法則，而与数理科学有共同性。因此，进一步揭露气象現象的本質，必須广泛积累天气和气候的客观事实，利用近代新技术，更深入掌握大气物理現象的变化过程；运用近代科学的成果，进行分析研究。通过各学科之間の相交渗透，近代气象学把物理、数学、力学、控制論、天文等学科的成就运用到本学科之内，使其开花結果，这不但推进了气象学的发展，反过来也推进了其他学科。現代各国都特別注意边缘学科，认为边缘学科是学术上的新生长点，通过这些新生长点，常常可以开辟学术上的新領域，解决国民經济上的重大科学問題。二十世紀六十年代气象学的发展，充分地証实了以上的論断。

解放以来，在党的领导下，中国气象学有了长足的进展。我們一方面注意結合国家需要联系生产实践，从实践工作中提出一些

重大的气象科学基本理論問題；另一方面还注意引用現代其他学科的成就，把它运用于气象学。对这些理論問題进行系統研究，并把研究結果再用之于与生产实践有关的研究任务，从而提高气象学在实际应用中的效用，几年来我們实行的結果，是有效的。为了及时总结当前气象学的新成就，使气象工作者全面了解現代气象学最前綫的情况，我們准备刊印一套論丛，总称之为“現代气象学問題論丛”。这套論丛主要是結合我国气象学上的一些专题研究，对現代气象学中的一些重要問題进行总结，以提供有关方面参考。希望国内气象学家和其他学科的专家們随时提出批評和指教，使气象学这一門边缘学科，得到更好的发展，則这一套論丛的刊印出版，就算是尽了微薄的力量了。

赵 九 章

作者序

从观测事实来看，大尺度大气运行的一个最基本的特征是运动的准地转性。这是在旋转地球上大气的运动，区别于其他一切非旋转坐标中流体运动的主要特点之一。这个现象已成功地应用到研究天气动力学和实际天气预告的一系列重大问题中去。在大型天气分析方面，地转风原则就是一个基本原则。在动力气象方面，如长波的发展和运行、能量的频散、斜压不稳定发展以及大气环流等方面的理论问题，由于引入了地转近似，得到了大气大尺度运动中的许多基本规律。在数值预告的最初研究阶段，地转关系也是保证它成功的一个基本假定。因为它可以滤去所谓气象“噪声”——重力波对于运动的干扰。在廿年代里，Richardson 进行数值预告试验失败的原因之一，就是未能滤去气象“噪声”的干扰。即使数值预告发展到了今天，在许多国家的业务预告中，仍然采用了准地转模式。

既然在大尺度气象学中地转关系如此重要，而在大气中地转偏差又经常存在，因此地转平衡关系破坏后的适应问题，自然就成为一个重要的研究课题了。近年来，国内外对于这个问题的研究已取得了不少成果。本书的目的，在于系统地总结大气运动中的适应问题，特别是总结国内的研究成果，加以评论，并提出我们的意见。全书共分八章，第一章对适应问题的提出及其进展作了概略的叙述。由于适应过程的主要机制是波的频散，因此在这一章中对大气中各种波的性质也作了简单的介绍。第二章中，提出了大气运动一般可以分成两个阶段：适应阶段及演变阶段，讨论了这两个阶段的运动性质，这是研究以下各章的问题所必须了解的。第三章，讨论了地转适应的物理本质及描写地转适应的方程组。为了使物理意义清楚起见和数学运算上的方便，我们首先在第四

章中討論了正压大气中的适应过程。接着，在第五章中对接近于实际大气的斜压大气中的适应过程，作了較仔細的論述。通过以上的討論，我們感到有必要将地轉适应中风場与气压場相平衡的概念，扩展到一般的风場与气压場的适应中去，以便配合目前正在迅速形成和发展中的中小尺度天气分析和动力学的研究，因而在第六章中討論了靜力平衡的适应問題，在第七章中討論了中小尺度运动中的适应問題。由于中小尺度运动中的风場和气压場的适应問題是作者最近才提出来的，尙未对它作更多的研究，故本章的討論还很不深入。在本书的最后一章中，指出了目前研究适应問題尙存在的一些問題，其中強調了非地轉风对于天气演变的重要性。

应当指出，从天气演变的实况来看，适应問題的研究还远远沒有达到系統完善的阶段，因此本书的討論也只能是初步的，有待进一步研究来充实与修正。同时，由于作者的水平限制，在书中可能有疏忽或錯誤的地方，希望讀者們批評指正。

顾震潮、陶詩言、朱抱真、廖洞賢和杜行远諸位同志曾先后閱讀过本书的初稿，提出了很多宝貴意見，曾佑思同志为本书繪制了全部插图，作者对他們均表示衷心的感謝。

目 录

序	iii
作者序	v
第一章 引論	1
1. 适应问题的提出及其研究的进展	1
2. 大气中的基本波动	5
3. 大气适应形成的机制——波动能量的频散	7
4. 大气层结对声波的作用	9
5. 地球自转对重力波的影响	10
6. β 对于大尺度慢波的影响	11
第二章 适应过程和演变过程的一般性质	13
1. 大气中各类运动的特征量及无因次方程	13
2. 各类运动的准静力平衡性和准常定性	15
3. 天气变化过程的阶段性——适应过程与演变过程	17
4. 演变过程中运动的准涡旋性质	20
5. 适应过程的物理性质	24
6. f 和非线性项对于运动性质的作用	26
7. 适应过程中的能量传播和频散 (dispersion)	27
8. 大型演变过程中的能量频散	28
第三章 地轉适应的物理性质及描写地轉适应过程的方程組	29
1. 地球大气中准地转运动生成的物理原因(或 $R \ll 1$ 的原因)	29
2. 地转适应过程的线性性质,描写地转适应过程的方程組	31
3. 地转适应运动的若干物理性质的进一步讨论	34
第四章 正压大气中的地轉适应过程	37
1. 方程组和解的初步分析	37
2. 适应过程中波的频散	39
3. 重力惯性波的激发	41
4. 地转适应的例子	44
5. 地转适应的结果与初始扰动尺度的关系	46

6. 非地转扰动尺度与地转适应速度的关系	49
7. 有限空间中的适应问题——非地转运动产生的一种机制	51
8. 非线性的作用	58
9. 结束语	62
第五章 斜压大气中的地转适应过程及其有关问题	64
1. 斜压与正压大气中地转适应的相似性	64
(1) 解的相似	65
(2) 初始非地转扰动尺度与适应结果的关系	65
(3) 初始扰动尺度与适应速度	66
(4) 波的频散	68
2. 扰动的垂直结构对地转适应过程的影响	69
3. 斜压大气中地转适应的例子	72
4. 非地转扰动作用的上下传透	76
5. 斜压大气适应发生的机制	85
6. 物理解释	86
7. 地转适应的一些可能应用	88
8. 气象学中准地转假定的物理意义及其存在的问题	90
第六章 静力平衡适应	93
1. 研究静力适应的方程组	93
2. 不同模式大气中的声波和重力波	96
3. 声波的激发	98
4. 静力平衡的适应过程	100
5. 静力平衡适应过程与地转适应过程速度的比较	102
6. 科氏力在静力平衡适应过程中的作用	105
7. 准不可压缩大气中的静力平衡适应	106
第七章 中小尺度运动中风场与气压场的适应问题	107
1. 方程组	107
2. 中尺度运动中风场与气压场的适应	109
3. 中小尺度运动适应过程的数值计算	113
4. 适应状态中的中小尺度运动的一些性质及中小尺度的一些天气分析问题	120
第八章 今后待研究的问题	122
参考文献	125

第一章 引 論

1. 适应問題的提出及其研究的进展

一切天气現象都是大气运动的結果，所以大气运动状态如何改变，是气象工作者們最感兴趣的問題。按照經典的說法：大气运动最根本的原因，是由于大气质量分布不均匀的結果。大气质量分布不均匀造成的气压梯度，引起了大气的运动。这时，在靜止的坐标系統中，空气质点将沿着气压梯度力的方向运动。然而在自轉的地球上，空气在运动中，它就要受到柯氏力的作用而向右偏轉（在北半球的情况）。如果气压場不变，向右偏轉将直到空气的运动方向轉到与等压綫平行（背风而立，高压在右边），而柯氏力正好与气压梯度力相等，但方向相反时为止。这时，空气运动不再加速，风向平行于等压綫，风速 v 則可由下式算出：

$$v = \frac{1}{f\rho} \frac{\partial p}{\partial n}$$

这里 $\frac{\partial p}{\partial n}$ 为气压梯度， ρ 为空气密度， f 为地球自轉参数，它等于 $2\omega \sin \varphi$ ， ω 为地球自轉角速度， φ 为緯度。上式是气象学中最重要規律之一，即所謂地轉平衡关系式。

按照上述推論，风場和气压場的关系之間，风場是被动的，气压場是主动的。当气压場由于某种原因发生变化之后，則风場要随之改变，以适应气压場，而調整为新的地轉关系。但是地轉风方程只指出风場和气压場的平衡关系，沒有因果关系。按理，仅从这个方程考虑，气压的改变既然可以引起风場的变化，同样，风場的改变也应该可以引起气压場的变化，两者的关系應該是相互影响

的。当然,对于某一具体问题来说,一个可以是主导的,另一个可以是
是从属的;然而没有理由在任何问题中都是以气压场为主导,风场
为从属。到了1936年, C. G. Rossby^[1] 提出了相反的看法。他认
为如果我们在一垂直面上考虑一种质量的分布,则总是可以找到
一种垂直于这个面的速度分布,使得由此而产生的偏向力,在任
何地方皆与由质量分布(网络分布)产生的压力梯度相平衡。相反
的,也总是可以找到这样一种在垂直面上的质量分布,使得由此产
生的水平压力梯度和任何一种与该面成法线方向的速度分布平
衡。在另一方面,作用于运动方向的侧向应力,必定要产生垂直于
运动方向有某些特性的速度廓线。因此在大气或海洋的一部分运
动中,质量分布不是运动的原因,而是运动的结果。

由此出发, C. G. Rossby^[2-3] 分析了一个初始只有速度,而无
压力梯度相平衡的带状气流的演变。最后的结果是流速变化不
中心力增大,而产生了与柯氏力相平衡的气压梯度。由此, C. G. Rossby 认
为气压场和风场是相互调整适应的,在相互适应中,主要是气压
场向风场适应。对于 C. G. Rossby 提出的问题, A. Cahn^[4] 对它
进行了分析,他指出:气压场向风场适应是通过重力波¹⁾ 的频散
(dispersion) 来完成的。也就是说通过重力波,有限空间内的气压
场和风场之间不平衡的能量,被散布到了整个空间,于是单位空间
中的不平衡能量变为零,这时不平衡的现象消失。此后, A. M.
Обухов^[5] 对于风场和气压场的适应进行了更完整的分析。B.
Bolin^[6] 和 И. А. Кибель^[7] 还进一步讨论了斜压大气中的适应问
题。他们都指出,气压场主要向风场适应,亦即气压的分布是动力
的结果。

然而,上述结论显然还是不够全面的,因为在大气里存在着各
种热力因子,如辐射、海陆分布等等,它们对某种大气温度分布以
及相应的大气质量的分布起着决定性的作用。当这些决定性的因
素发生变化后,相应的大气质量分布自然也将发生改变,这时,速

1) 确切的说,应该是重力惯性波(见本章第2节)。

度場自然要发生变化以適應新的質量分布。然而，哪一些運動變化原因主要是“熱力”的呢？哪一些運動變化原因主要是動力的，而質量分布是從屬的呢？對於這些問題，葉篤正^[8]曾通過對地轉適應物理過程的分析，提出了一個初步答案：在較大尺度運動的地轉適應過程中，主要是風場向氣壓場適應；在較小尺度運動的地轉適應過程中，主要是氣壓場向風場適應。也就是說，大範圍運動變化原因主要是熱力的，較小範圍運動的變化原因主要是動力的。然而，所謂大範圍或小範圍的標準如何決定呢？對此，曾慶存^[9]和陳秋士^[10]都進行過研究，他們得到了一致的結論認為：當運動的水平尺度 L 小於某臨界尺度 L_0 時，則氣壓場向風場適應；當 $L > L_0$ 時，風場向氣壓場適應。而 $L_0 = c/f$ ，這裡 c 為重力波速。 L_0 就是C. G. Rossby^[3]曾經引用的所謂“變形半徑”(radius of deformation)，而A. M. Оbyxob^[5]稱之謂“作用半徑”。在正壓大氣中， c 接近聲速，在斜壓大氣中，則 c 遠小於聲速，所以正壓大氣中的 L_0 遠比斜壓大氣中的 L_0 為大。C. G. Rossby和A. M. Оbyxob所採用的運動尺度都遠小於 L_0 ，所以他們都得到，在適應過程中主要是氣壓場向風場適應的結果。

曾慶存^[9]和G. Fischer^[11]更進一步討論了適應過程中初始擾動垂直結構的影響，他們由此得到了一致的結論：即在高空運動，變化的主要原因是動力的；在低空則主要是熱力的。P. Raethjen^[12]也指出過這一點。

以上的這些工作，在理論上都是根據綫性模式進行的，而И. А. Кибель^[13]和曾慶存^[14]還討論了非綫性的適應問題。他們把大氣的變化過程分成了兩個階段。當大氣運動由於某種原因失去了地轉平衡以後，它首先的變化就是適應過程。適應過程基本完成之後，此後就進入所謂准地轉演變的慢過程，慢過程主要是由非綫性的平流項控制的。適應過程和天氣演變的慢過程，兩者基本上是分階段進行的。陳秋士^[10]更進一步指出，處於高度非地轉平衡狀態下的運動，非綫性的平流項比其他的綫性項小一個量級以上，可以略去。因此在高度非地轉的運動中，主要只有適應過程。適

应过程基本完成之后,平流項才显得重要起来,天气演变的慢过程才会起主要作用。

無論在动力气象学上或天气学上,地轉关系都起了很大的作用。但是这个关系主要适用于中高緯度的大型运动,緯度愈低,或运动的尺度愈小,这个关系愈不适用。可是近年来,不論是中小尺度运动或低緯度天气,都愈来愈受到人們的注意。如果在这些情况下的运动也存在着类似于中高緯度大型运动的地轉关系,則它可能对这些情况下的天气和动力分析也有不小的帮助。

無論在中小型运动或較低緯度的运动中, Rossby 数 $R=V/fL$ 都很大 (V 和 L 分别为运动的特征速度和水平尺度), 因此相对地与柯氏力比較來說, 慣性力是大的。在运动方程中慣性力不能被略去。但是从“天气动力学”^[1]一书中, 我們看到無論对那一种尺度(大尺度、中尺度或小尺度等)的运动, 一般來說時間异数項都是比方程中的各主要項小一个量級以上。同时观测也指出, 中小天气系統(如雷暴和雹綫等)的生成是非常迅速的, 而生成之后, 則有一段比較长的稳定的和緩慢的演变时期。如一个雷雨云可以在二十分鐘左右生成, 而它成长后可以延續几个小时^[15]。再如更大的天气系統也是如此, 叶篤正和李麦村^[16]曾对此給出过一个例子。对运动方程各項量級的分析以及观测都指出: 無論尺度如何, 运动的演变一般都是在力的准平衡情况下进行的。对于大尺度的运动, 这种准平衡状态就是地轉关系。在中尺度运动中, 柯氏力、气压梯度力和慣性力三者处于准平衡状态; 在小尺度运动中, 慣性力和气压梯度力处于准平衡状态。当这种准平衡状态遭受到破坏后, 必定有一种机制使运动恢复准平衡状态, 否則我們就不能經常观测到这些准平衡状态的运动。因此, 在中小尺度运动中也有—种风場和气压場的适应过程。最近叶篤正和李麦村^[16]曾对此有所証明, 这种适应和地轉适应一样, 也是通过重力波的頻散而实现的。

1) 陶诗言、叶篤正著, 中国科学技术大学油印本。

气压场的风场总是趋向于重力场的波散各元所
梯力场 " " " " " 静 " " " " " " " " " " " "

气压场除与风场之间有适应以外，它和重力场之间还存在所谓静力平衡关系：

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho,$$

这是从第三运动方程简化出来的。这个简化关系虽有高度的精确性，但在小范围的运动里，当对流性活动较强时，它也会遭到破坏；但此后却必定有一种机制使它恢复，这种恢复的过程称静力适应。A. C. Мониин 和 A. М. Обухов^[17]，G. Hollmann^[18]以及巢纪平^[19]等对此都有过研究，他们得出静力适应是通过声波频散而实现的。

由以上的叙述可以看出，气压场与风场和重力场之间的各种适应机制虽有不同，但都是通过某种波动，使其间不平衡的能量被散布到整个空间的結果。因此我们将在本章以下几节中，讨论大气中的几种基本波动，以及波动能量在空间传播的情况。

2. 大气中的基本波动

大气运动中有几种基本的波动。在最简单的无旋转的（即不考虑地球自转）一维运动中，同时， $v = \omega = 0$ ，波动的波速为：

$$c = \bar{u} \pm \sqrt{\nu RT} \quad (\nu = c_p/c_v), \quad (1.1)$$

其中 \bar{u} 为流体的基本流速， R 为气体常数， T 为温度。（1.1）式为大家所熟知的声波波速。在大气里， $\nu = 1.4$ ， $R = 2.78 \times 10^6$ （厘米）²/秒²·度，取 T 为 273°A，则相对于基本气流，声波波速为 330 米/秒左右。

如再设有两层不可压缩和无旋转的流体，两层流体的界面高度为 h ，上层流体的厚度远大于 h ，令运动主要发生于下层，并限制于 (x, z) 面上，则此时的波动为重力波，其波速为：

$$c = \bar{u} \pm \sqrt{gh(1 - \rho_1/\rho_2)}, \quad (1.2)$$

其中 ρ_1 和 ρ_2 分别为上层和下层流体的密度，当 $\rho_1 \approx 0$ ， $\rho_2 \neq 0$ （如上层流体为大气，下层为海洋）时，则

$$c = \bar{u} \pm \sqrt{gh}. \quad (1.3)$$

这就是浅海重力波波速，也是重力外波。当 ρ_1 和 ρ_2 皆不为零时，

(1.2)式表示重力內波,在大气里,对于不同的情况, $(1 - \rho_1/\rho_2)$ 变化范围非常大,可由 0.02 到 0.30, h 也可由 1 公里变到数公里. 所以重力內波波速可以由 10 米/秒到 100 米/秒,而重力外波則接近于声速.

在旋轉的地球上,如完全沒有外力,当某一空气质点受到扰动时,它的移动軌迹接近一个圓,称为慣性圓. 这种运动为一种慣性运动,质点繞圓的周期为:

$$T_i = \frac{2\pi}{f} = \frac{\pi}{\Omega \sin \varphi}, \quad (1.4)$$

其中 Ω 为地球自轉角速度, φ 为质点所在的緯度.

在大气中,大尺度天气演变过程可以近似地用涡度守恆的原则来描写,如不考虑地球自轉参数 $f = 2\Omega \sin \varphi$ 随緯度的变化,則一維小扰动涡度方程为:

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \zeta'}{\partial x} = 0, \quad (1.5)$$

式中 ζ' 为质点的相对涡度,由(1.5)式有:

$$\zeta' = F(x - \bar{u}t) = 0. \quad (1.6)$$

显而易见,这种波动的波速为:

$$c = \bar{u}. \quad (1.7)$$

由此可見,在不考虑 $\beta = df/dy$ 时,大型天气演变重要的波动(称天气波)是以基本气流的速度传播的,波速約为 10 米/秒.

比較上述各种波速,以天气波最慢,故天气波在大气中称为慢波,其余的波称为快波.

上述声波、重力波、慣性波及天气波为大气基本波动. 不过这些純粹的单一波,只是在特殊情况下才存在. 在一般情况下,在同一种运动中,同时存在两种或两种以上的波动. 例如在层結大气中,声波和重力波就一起出現,重力波和慣性波同时出現成为重力慣性波,而长波与重力波常以混合波形式而共存.

3. 大气适应形成的机制——波动能量的频散

在第1节中已经指出，适应过程的物理本质是由于某种原因，集中于有限区域的波动能量传播到整个空间，于是单位空间中的能量为零，波动消灭，场中各种力间趋于平衡，场的适应于是形成，因此波动能量在空间传播的情形，是适应过程中的一个根本问题。

在均匀无旋转的流体中，平面直角坐标中的波动方程可以写成：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} = 0. \quad (1.8)$$

初始条件： $t = 0, u = \varphi(x_1, x_2, x_3),$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \psi(x_1, x_2, x_3). \quad (1.9)$$

方程(1.7)及(1.8)中脚号 i 代表波动方程的空间度数，现在分别来讨论三种波动的初始扰动能量的传播过程。

对三维 ($i = 3$) 方程式(1.8)，带有初始条件(1.9)式的解是球面波。由经典的数学物理方程理论指出：当初始扰动区域 R_0 为一有限区域时，波有清晰的前阵面和后阵面，初始扰动 φ 和 ψ 将散布于以 $at + R_0$ 和 $at - R_0$ 为半径的两个同心球体之间。因为随着时间的增长，这个空间将无限地加大，所以最后这个空间的扰动强度趋于零，扰动在整个空间中消灭。

二维 ($i = 2$) 波是柱面波，柱面波与球面波不同之点是无效，即有前阵面而无后阵面。因此，初始扰动能量将随着时间的增长，分配在以 $R + ct$ 为半径的圆面积上，最后随着时间无限增长，圆面积无限增大，波动消灭。

对于一维 ($i = 1$) 情况，方程(1.8)的解的形式是：

$$u(x, t) = f_1(x + ct) + f_2(x - ct). \quad (1.10)$$

由解的形式可以看出，这是两个移动相反的波，但是在移动过程中并不变形，也不消灭。

由以上讨论可以看到，对于球面波和柱面波，当扰动一旦形成