

压力容器

的应力分析与强度设计

范 钦 珊

原子能出版社

压 力 容 器 的

应 力 分 析 与 强 度 设 计

范 钦 珊

原 子 能 出 版 社

内 容 简 介

本书系统地阐述了压力容器的应力分析理论和强度设计方法。全书概念清晰, 简明易懂。为便于读者理解和掌握这些方法, 还收集了一些工程实例, 编写了一定数量的例题, 并列举了部分材料性能和其他设计参考数据。在本书的后一部分, 有一章介绍了电测应力分析的基本方法, 另有三章分别对有限单元方法、高温蠕变问题和断裂力学等近年来压力容器设计中提出的新课题作了介绍。

本书可供电力、化工和原子能工程部门的工程技术人员阅读, 也可供大专院校有关专业的师生参考。

压力容器的应力分析与强度设计

范 钦 珊

原子能出版社出版

(北京2108信箱)

北京印刷二厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

☆

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ ·印张 $30\frac{3}{4}$ ·字数 725 千字

1979年7月北京第一版·1979年7月北京第一次印刷

印数001—15,400·定价: 4.10元

统一书号: 15175·145

序

本书介绍压力容器应力分析的基本理论和强度设计的基本方法，目的是想使那些非力学专业而目前又要从事这方面工作的工程技术人员能从中得到一些启发或者找到一点资料。对需要学习这门课程的大专院校有关专业的学生，本书可作为一本参考书。

压力容器的应力分析理论属于弹塑性理论的范畴，而它的强度设计则涉及到石油、化工、锅炉和原子能等几个工业部门广泛而深入的专业知识。近年来这两方面都有很大的进展，提出了一系列新的问题，相应地也产生了一些新的理论和新的方法。本书既不是压力容器应力分析理论方面的专著，也不是强度设计规范，而只能作为压力容器强度设计的基础。

为了照顾初学者的水平，书中的某些理论分析和公式推理过于详尽，这对于已经具备这方面知识的读者就显得有些繁琐。这些读者可以越过这些内容而阅读其它部分。

在编写和修改的过程中，得到了很多同志的支持和帮助。藉狄、厉学轼以及杨仁宝等同志还对书稿提出了很多宝贵意见。笔者谨向他们表示衷心的感谢。

由于水平有限，整理的时间比较匆促，书中的缺点和错误在所难免。恳切地希望广大读者批评指正。

范 钦 珊

1977年10月

目 录

绪论	1
第一章 薄壁容器承受内压时的应力分析	3
第一节 薄壁圆筒的应力分析	3
第二节 回转壳体的应力分析——薄膜应力理论	6
第三节 薄膜理论应用举例	10
第四节 工程实例	15
第二章 薄壁容器的强度设计	19
第一节 强度计算的基本知识	19
第二节 压力容器典型壳体的壁厚设计公式	22
第三节 安全系数与许用应力的确定	28
第四节 强度设计中的其它问题	39
第五节 强度设计实例	41
第三章 厚壁圆筒的应力分析与强度设计	45
第一节 厚壁容器的应力变形特点	45
第二节 厚壁圆筒的应力分析	46
第三节 厚壁与薄壁圆筒应力公式的比较	51
第四节 厚壁圆筒的强度设计准则	53
第五节 厚壁圆筒强度设计公式	54
第六节 厚壁圆筒(管)强度计算实例	56
第七节 提高厚壁圆筒(管)强度的一种措施——组合筒或复合管	58
第四章 圆柱壳弯曲理论及其在边界效应中的应用	62
第一节 圆柱壳弯曲时所产生的主要内力分量及其相应的应力	62
第二节 圆柱壳弯曲时各个内力分量之间的相互关系——平衡方程	65
第三节 应变与挠度之间的关系——几何方程	67
第四节 应力和内力与挠度之间的关系——物理方程	69
第五节 圆柱壳弯曲微分方程	71
第六节 圆柱壳弯曲理论在边界效应中的应用	73
第七节 边界效应的一个特例——圆柱壳与平封头(或管子与管板) 连接处由于轴向温度梯度所引起热应力	79
第八节 球或椭球封头与圆柱壳连接时边界效应简介	82
第九节 数字计算例题	85
第五章 热应力分析与计算	88
第一节 热应力的基本概念及其产生原因	88
第二节 最简单的热应力问题	89
第三节 杆件两端有弹性伸缩时的热应力——固定管板列管式换热器中的热应力	90
第四节 平板在均匀温度场中的热应力——以微单元体为研究对象的热应力分析方法	96

第五节	平板在非均匀温度场中的热应力	97
第六节	圆柱或圆筒形零部件在非均匀温度场中热应力公式的一般形式	102
第七节	厚壁圆筒的热应力计算及实例	107
第八节	薄壁圆筒中的热应力计算及实例	112
第九节	实心圆柱体的热应力计算及实例	114
第十节	关于热应力问题的几点讨论	117
第十一节	实心球体和球壳热应力公式简介	119
第六章	压力容器应力的分类及限制	122
第一节	压力容器中的应力分类	122
第二节	压力容器设计中对各类应力的限制	126
第三节	关于极限设计和安定性的概念——确定应力强度许用数值的依据	127
第四节	压力容器强度全面校核的计算步骤及实例	132
第七章	开孔应力集中与补强设计	140
第一节	开孔应力集中现象及其原因	140
第二节	应力集中系数	143
第三节	关于开孔补强设计若干问题的概述	152
第四节	等面积补强的设计方法	157
第五节	基于极限分析的补强设计方法	161
第六节	基于安定性要求的补强设计方法	165
第七节	作用在接管上的外部载荷所引起的应力集中系数	172
第八章	圆平板及类似零部件的应力变形分析与强度设计	178
第一节	圆平板在均匀压力作用下的内力分析	178
第二节	求解圆平板内力分量的挠度(位移)微分方程	179
第三节	不同支承条件下圆平板的弯矩与应力计算公式	185
第四节	圆平板及类似零部件的强度设计与开孔补强	192
第五节	圆平板中的热应力	197
第六节	管板强度问题的特点及其设计依据	201
第七节	管板强度设计公式	204
第八节	多孔板中的应力与强度分析——当量实心圆平板的概念	216
第九章	法兰设计与法兰应力分析	223
第一节	法兰的种类与标准法兰的选择	223
第二节	法兰受力特点及法兰设计过程	225
第三节	法兰密封面的种类及其选择	226
第四节	垫片的作用、力学性能与垫片的选择	228
第五节	法兰螺栓设计	235
第六节	法兰设计	238
第七节	法兰设计计算例题	257
第八节	锥颈法兰应力分析	265
第九节	空心金属“O”形环密封简介	282
第十章	弹性力学的分析方法与基本方程	288
第一节	弹性体的基本假定及弹性力学的分析方法	288
第二节	微单元体的应力、应变和位移, 以及它们之间的关系	289

第三节	二维弹性力学问题——平面应力与平面应变	295
第四节	关于弹性力学问题基本解法的简单介绍	302
第五节	二维弹性力学问题的例题——受拉平板开孔周围的应力集中	303
第六节	三维弹性力学问题的基本方程	309
第七节	轴对称问题的基本方程	313
第八节	虚位移原理及其简单应用	316
附录	矩阵代数的基本知识	325
第十一章	有限单元法基础	332
第一节	从简单构件看应用有限单元法处理连续弹性体的基本方法	332
第二节	关于单元的划分	338
第三节	载荷向节点简化	341
第四节	平面问题的有限单元法	346
第五节	轴对称问题有限单元法介绍	369
第六节	应用有限单元法时需要注意的几个问题	376
第七节	工程计算实例简介	381
第十二章	电测应力分析的基本原理及其应用	392
第一节	电测法的基本原理——电阻应变片与电阻应变仪	392
第二节	电阻应变片的种类、选择及其粘贴技术	397
第三节	各种不同应力状态下的布片方案——平面应变分析	400
第四节	压力容器实验应力分析要求	405
第五节	压力容器模型与零部件常温应力测量工程实例	406
第六节	实际应力测量中的两个问题	413
第七节	高压水下应力测量技术简介与工程实例	417
第八节	高温应力测量技术简介与工程实例	427
第十三章	压力容器设计中的蠕变问题	438
第一节	高温对金属力学性能的影响	438
第二节	蠕变现象和蠕变实验曲线	447
第三节	评定金属抵抗蠕变能力的指标——蠕变极限及其确定方法	450
第四节	评定金属抵抗高温断裂能力的指标——长期强度极限	453
第五节	蠕变温度范围与蠕变许用应力	454
第六节	压力容器的蠕变应力与变形计算	455
第七节	高温密封螺栓的应力松弛	461
第十四章	压力容器设计中的新观点——断裂力学的基本原理	465
第一节	断裂力学的任务	465
第二节	断裂力学的基本原理——考虑裂纹影响的设计准则	467
第三节	压力容器常见的表面裂纹或裂纹状缺陷及相应的应力强度因子	470
第四节	断裂韧性测试原理与方法简介	474
第五节	影响断裂韧性的因素和几种材料的断裂韧性数值	475
第六节	断裂力学在工程上的应用	479
参考书目		484

绪 论

近代工业的很多工艺过程都是在高温高压下进行的。为了实现这些工艺过程,需要各种承压设备,例如核动力反应堆压力壳、化工设备中的各种反应器、电厂大型锅炉系统中的汽包,等等。这些承压设备统称为“压力容器”。它是近代工业中必不可少的重要设备。

随着这些工业的迅速发展,压力容器的尺寸越来越大,操作压力和温度越来越高,结构和形状也越来越复杂,对安全可靠性的要求也越来越严格。这就要求工程设计人员更多地设计出在各种条件下安全操作的压力容器。

压力容器的设计,一般都是根据工艺要求包括工作压力与温度、操作条件,有时还要考虑防腐、防爆以及耐辐射等其它要求,先选定结构的型式和初步尺寸,然后根据强度要求确定容器的壁厚以及顶盖、封头和其它零部件的最终尺寸。因此,强度和其它力学问题在压力容器设计中占有很大的比重。本书不能全面阐述压力容器设计的所有方面,只能就设计中所涉及到的某些力学问题,提供一些有关应力分析和强度设计的基本理论,作为压力容器设计的基础。

压力容器由于压力或温度过高而丧失正常工作的能力,称之为“失效”。失效往往以三种形式表现出来。

一是强度问题。所谓强度,系指容器在确定的压力(或其它外部载荷)作用下,会不会发生破裂或过量的塑性变形。例如锅炉汽包或反应堆压力壳,会因所承受的内压过大,而产生塑性变形,使其直径不断扩大,器壁越来越薄,最后发生裂缝,导致容器破坏。

二是刚度问题。这类问题和强度问题不同,它所指的是容器或容器的零部件虽然不会因强度不足而发生破裂或过量塑性变形,但由于弹性变形过大也会使其丧失正常工作能力。例如,换热器中的管板,在介质压力作用下,如果变形过大,会使换热管变弯,因而影响传热效果;又如反应堆堆芯的栅格板,如果变形过大,就会影响控制棒的插入和提升,因而影响反应堆的正常运行。

三是稳定问题。稳定问题的主要特征是,容器在外压或其它外部载荷作用下,形状发生突然改变,因而丧失正常工作能力。例如列管式换热器中的管子,受热后膨胀,但是,这种膨胀受到两端管板的限制,因而产生很大的压力。温度越高,压力越大。当温度升高到一定的程度,管子就会在两端压力的作用下,突然由直变弯;又如,反应堆中的燃料元件的包壳,如果壁很薄,就会在外压作用下,突然被压瘪。

以上三类问题在压力容器设计中都会遇到,但是大量的是强度问题。因此,本书主要研究强度问题。

研究强度问题就是研究结构在载荷作用下内部所产生的应力与材料的许用应力之间的关系。因此,大量的工作是进行应力分析和应力计算。而压力容器零部件中的应力分布是比较复杂的。例如,薄壁容器与厚壁容器中的应力分布不一样;容器筒身与顶盖、封头中的应力分布也不一样;而容器两部分(如筒身与封头)连接处的应力分布要比正常部位复杂得多;此外,开孔处的应力分布要比不开孔复杂得多,等等。

但是,不管上述各种情况下的应力分布多么复杂,分析方法却有共同之处,这就是从

变形体的特点出发,从平衡、几何(即变形)、物理三个方面,分析和确定容器内部各处的受力,并确定最危险的应力状态;然后,选用合适的强度理论,建立强度设计公式,或者进行强度校核。

在压力容器强度设计过程中,一般是先进行壁厚设计;然后,再分别计算各种不同载荷所引起的应力(包括热应力);最后,对容器强度作全面校核。

因此,本书在章节安排上,将按照上述设计顺序,先介绍薄膜应力和有关的强度理论及壁厚设计公式;然后再介绍强度全面校核中所涉及的问题,如边界效应和热应力等。为了给分析比较复杂的结构应力提供一定的基础知识,本书除详细介绍一般容器零部件的应力分析与强度设计外,还将简单地介绍弹性力学的基本方法与基本方程,以及近年来广泛采用的求解弹性力学问题的有限单元方法。

此外,对于材料在高温下的力学性能(主要是蠕变),关于近代在压力容器强度分析中出现新观点——断裂力学,以及在工程实际中应用得较多的电测应力分析的方法也作了一些介绍,供读者分析和处理压力容器的强度问题时参考。

第一章 薄壁容器承受内压时的应力分析

压力容器就其器壁厚度分为厚壁和薄壁两种，一般根据容器外径与内径的比值大小加以区分。 $K = D_o/D_i \leq 1.1 \sim 1.2$ 者为薄壁容器，超过这个范围者为厚壁容器。上式中 D_o 为容器外径； D_i 为容器内径。

工程实际中的压力容器大多为薄壁。因此，我们首先讨论薄壁容器的强度问题。

分析薄壁容器的强度问题与分析其它强度问题一样，就是要确定容器在内压作用下将产生什么样的应力，以及这种应力将按怎样的规律分布，从而确定整个容器中最容易发生强度破坏的危险部位及其应力状态，最后选用合适的强度理论进行壁厚设计和强度校核。这一章主要是分析薄壁容器在内压作用下的应力特性及分布规律，确定应力计算公式。

薄壁容器的形状多种多样，应力分布规律也各不相同。按照“先从特殊到一般再从一般到特殊”的原则，首先分析圆筒形薄壁容器（即柱形壳），然后分析一般形状的回转壳体，最后再应用所得到的结论，去解决球壳、椭球壳以及锥形壳等其它各种形状薄壁容器的应力问题。

第一节 薄壁圆筒的应力分析

锅炉汽包以及化工和反应堆工程中的换热器等设备中，除去两端的封头外，其主体均为圆柱形壳体，通常称之为“薄壁圆筒”，如图1.1所示。

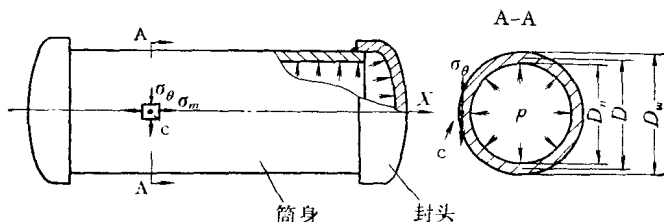


图1.1 薄壁圆筒在内压作用下的应力

薄壁圆筒在内压 p 作用下，其上任意一点将产生两个方向的应力：一是由于圆筒两端拉力所产生轴向拉应力，称为“经向应力”或“轴向应力”，用 σ_m 表示。二是由于圆筒均匀向外膨胀，在圆周切线方向所产生拉应力，称为“切向应力”或“环向应力”，用 σ_θ 表示。除了上述两种应力分量外，器壁中还存在着径向应力 σ_r ，但相对于经向应力和环向应力，它是很小的，因而在薄壁容器中不予考虑。因此，圆筒上任意一点为二向应力状态，如图1.1中之 c 点所示。

一、轴向应力计算

为求得轴向应力，可采用一般材料力学教程中所常用的“截面法”。即用一垂直于轴

线的假想截面 A-A, 将圆筒截成两部分, 如图1.2所示, 考察其中一部分的平衡。由平衡条件得到

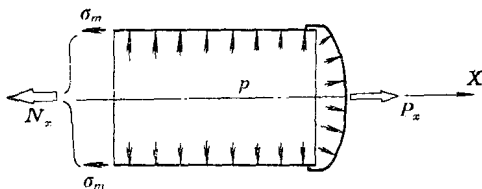


图1.2 薄壁圆筒轴向应力计算

$$N_x - P_x = 0,$$

或

$$N_x = P_x.$$

其中 P_x 为作用在封头上的总压力, N_x 为作用在截面上的内力, 即轴向力。如果圆筒直径为 D , 则作用在封头上的总压力, 不管封头形状如何, 均为〔1〕

$$P_x = p \frac{\pi D^2}{4}.$$

将其代入上式得到

$$N_x = p \frac{\pi D^2}{4}. \quad (a)$$

又因为器壁较薄, 故可近似地认为应力沿容器厚度方向均匀分布, 于是得到轴向应力 σ_m 与截面上内力 N_x 之间的下列关系:

$$\sigma_m \pi D t = N_x. \quad (b)$$

其中 $\pi D t$ 为圆筒横截面积。根据上述 (a)、(b) 二式便得到

$$\sigma_m = \frac{p D}{4 t}. \quad (1.1)$$

这就是薄壁圆筒在内压作用下轴向应力计算公式。其中

p ——内压, 公斤/厘米²;

D ——平均直径, $D = (D_w + D_n)/2$, 厘米;

t ——壁厚, 厘米;

σ_m ——轴向应力, 公斤/厘米²。

需要指出的是, 在计算作用在封头上的总压力 P_x 时, 严格地讲, 应当采用筒体内径, 但为了使计算公式简化, 便于工程应用, 近似地采用平均直径。

二、环向应力计算

求环向应力, 仍采用截面法。但由于所求应力的方向不同, 所以截面的取法亦不同。现用一过圆筒直径的假想纵截面 B-B 将圆筒分成两部分, 考察其中任意一部分的平衡, 如图1.3所示。

根据 Y 方向的平衡条件, 得到

$$N_\theta = P_y. \quad (c)$$

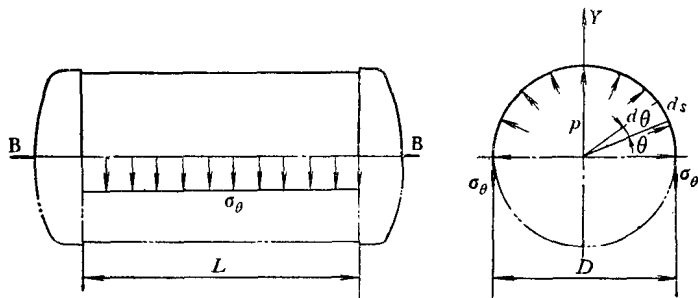


图1.3 薄壁圆筒的环向应力计算

其中 P_y 为内压 p 在 y 轴上投影之和, 其值为

$$P_y = \int_0^\pi p \, ds \sin\theta L.$$

其中 $ds = (D/2)d\theta$ 。将其代入上式积分后得到

$$P_y = pLD. \quad (d)$$

(c) 式中之 N_θ 为纵截面上的内力。因为环向应力 σ_θ 沿厚度 t 和长度 L 方向均相同, 故 N_θ 与 σ_θ 之间存在下列关系:

$$N_\theta = \sigma_\theta 2Lt. \quad (e)$$

其中 L 为圆筒长度, $2Lt$ 为圆筒纵截面积。将(d)、(e)二式代入(c)式得到环向应力计算公式:

$$\sigma_\theta = \frac{pD}{2t}. \quad (1.2)$$

式中各项符号的意义和单位与(1.1)式相同。

对比(1.1)和(1.2)式, 可以看出: 薄壁圆筒承受内压时, 其环向应力是轴向应力的两倍。因此在设计过程中, 必须注意两个问题: 一是纵焊缝必须采取加强措施; 二是如果需要在圆筒上开孔, 应尽量开成椭圆形, 且使椭圆之短轴平行于圆筒轴线, 如图1.4所示, 以尽量减小纵截面的削弱程度, 从而使环向应力增加少一些。

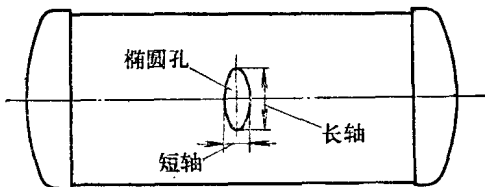


图1.4 薄壁圆筒上开孔的有利形状

三、分析方法小结

在以上分析中, 对于薄壁圆筒中的应力分布, 实际上作了两点假定: 一是由于器壁很薄, 所以近似认为应力沿厚度方向均匀分布; 二是没有考虑筒身与封头连接处局部地区应力分布的不均匀性, 而认为沿轴线方向各处应力是相同的。基于上述假定, 可以直接应用平衡的方法求得应力的数值, 而无需借助于几何和物理条件。这一方法不仅适用于薄壁圆

筒, 而且对于一般回转壳体也是适用的。至于厚壁容器以及连接处的局部应力分析, 上述方法是不适用的, 这个问题将在第三章和第四章中详细地加以介绍。

此外, 在上述应力分析方法中, 所截取的横截面和纵截面有一个共同的特点, 即与圆柱面垂直, 或称正交。在以后分析一般回转壳体的应力时, 所取的虽然不一定是横截面或纵截面, 但它们都必须与壳体的回转面正交。

第二节 回转壳体的应力分析——薄膜应力理论

所谓回转壳体, 系指壳体的中面是由一根平面曲线绕一根固定轴在空间旋转 360° 而成的。平面曲线形状不同, 所得到的回转壳体形状便不相同。例如, 圆柱壳中面是与回转轴平行的直线绕该轴旋转而成的; 球壳或椭球壳分别为半圆周线和半椭圆线绕回转轴旋转而成; 而圆锥壳则是与回转轴相交之直线绕该轴旋转而成的。

一、回转壳体应力的初步分析

一回转壳体的曲面如图1.5所示, 它是由曲线AB绕AO轴旋转而成的。曲线AB称之为“母线”。如果通过回转轴作一纵截面与壳体曲面相交得到一交线, 称之为“经线”, 它与母线相似。如果作一圆锥面与壳体曲面相正交, 得到的交线叫做“纬线”。

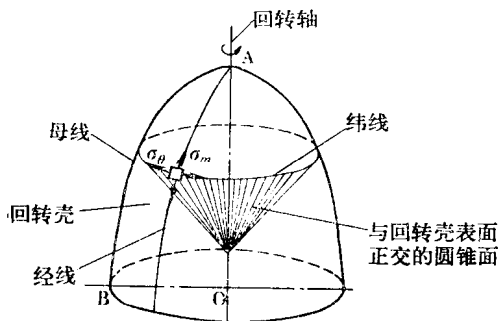


图1.5 回转壳体上的主要应力

回转壳体承受内压之后, 其经线和纬线方向都要发生伸长变形, 因而在经线方向产生经向应力, 用 σ_m 表示; 在纬线方向产生环向应力, 仍用 σ_θ 表示。

由于轴对称的关系, 在同一纬线上各点的经向应力 σ_m 均相等, 环向应力 σ_θ 亦如此。但是, 在不同的纬线上二者均不等。此外, 在壳体壁厚较薄, 而又不考虑壳体与其它零部件连接处的局部应力时, 可以认为上述两种应力沿壁厚方向均匀分布。根据这些特点, 可以直接应用截面法和平衡条件确定应力计算公式。

二、经向应力分析

求经向应力时, 所用的假想截面与薄壁圆筒中略有差别。在求薄壁圆筒的轴向应力(亦即经向应力)时, 是用与轴线垂直的横截面将其截成两部分的。在回转壳体中, 如果仍然采用垂直于轴线的横截面作为假想截面就不行了。这是因为这样的截面所截得的壳体厚度, 不是通称的壁厚, 而且各处均不相同; 此外, 在这样的截面上不仅有正应力, 而且还有剪应力。

基于上述情况, 所采用的假想截面不是垂直于轴线的横截面, 而是与壳体表面正交的圆锥面。其立体图形如图1.5所示, 平面视图如图1.6(b)所示。

为了求得任意纬线上的经向应力, 必须以该纬线为锥底作一圆锥面, 其顶点在壳体的

对称轴上, 圆锥面母线的长度 [如图 1.6 (c) 中之 $\overline{OC}$ 或 $\overline{OC'}$ 直线], 叫做回转壳体曲面在该纬线上的“第二主曲率半径”, 用 ρ_2 表示, 其确定方法如图 1.7 所示。

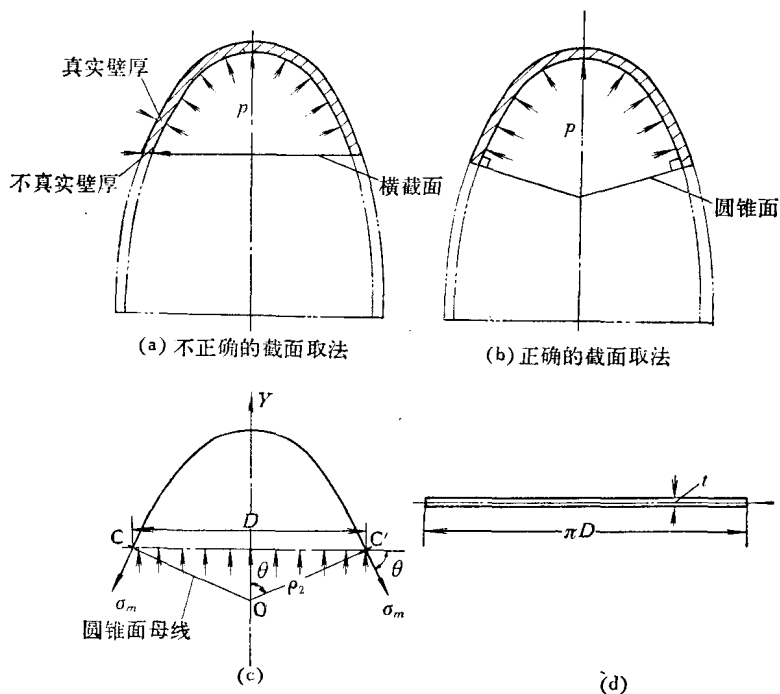


图 1.6 回转壳体的经向应力分析

圆锥面将壳体分成两部分, 考虑其中任意一部分的平衡, 如图 1.6 (c) 所示。根据 Y 方向的平衡条件, 得到

$$(p\pi D^2/4) - \sigma_m \pi D t \sin\theta = 0. \quad (f)$$

式中第一项为内压在 Y 方向上的合力; 第二项为截面上的内力在 Y 轴上的投影。从图 1.6 (c) 可以看出, D 与 ρ_2 之间存在下列关系:

$$\rho_2 = D/2\sin\theta. \quad (g)$$

将 (g) 式代入 (f) 式, 便得到

$$\sigma_m = \frac{p\rho_2}{2t}. \quad (1.3)$$

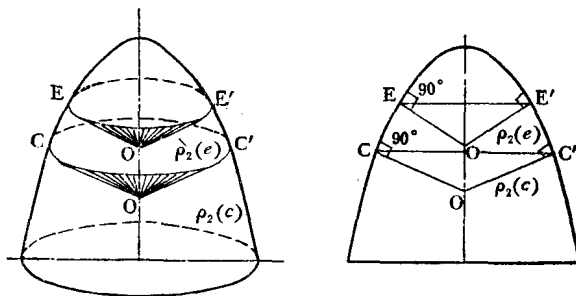


图 1.7 确定第二主曲率半径的方法

这就是计算回转壳体在任意纬线上经向应力的一般公式，其中

ρ_2 ——壳体曲面在所求应力点的第二主曲率半径，厘米；

σ_m ——经向应力，公斤/厘米²；

其它符号的意义与单位同前。

二、环向应力分析

在分析薄壁圆筒环向应力时，采用的方法是用通过轴线的纵截面将其分成两大部分，并考察其中任一部分的平衡。这种方法基于这样的前提，即整个纵截面上的环向应力是均匀相等的。对于一般形状的回转壳体，这一前提已不复存在。前已分析，在同一经线上的不同点（亦即纬线不同），其应力是不等的。所以，这时如果仍采用薄壁圆筒的方法，根据平衡条件，只能确定截面上总内力的大小，而无法确定各点的应力大小。

为了解决上述矛盾，在已经确定了经向应力的情况下，可以从壳体中截取一小单元体，考察其平衡，即可求得环向应力。这样，虽然从总体上看，应力分布是不均匀的，但从小单元体看，因为取得足够小，应力又可近似地认为是均匀的。

小单元体由下列三对面截取而得：一是壳体的内外壁表面；二是两个相邻的、包括壳体经线和轴线的平面；三是两个相邻的、与壳体正交的圆锥面。如图1.8所示。

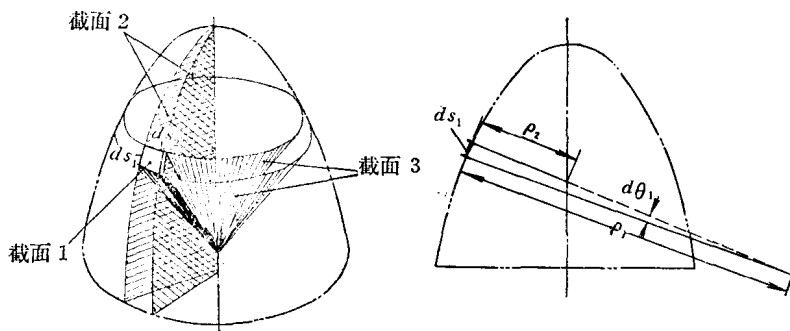


图1.8 确定回转壳体环向应力时小单元体的取法

所截得的单元体之受力如图1.9所示，其中（a）图为空间视图，（b）图为两个侧向视图。在单元体的上下面上作用有经向应力 σ_m ；内表面有内压作用，外表面不受力；另外两个与纵截面相应的面上作用着环向应力 σ_θ 。因为所取的单元体很小，所以， σ_m 和 σ_θ 在它们所作用的面上都认为是均匀的。

因为 σ_m 可由（1.3）式求得，内压 p 为已知，所以，考察小单元体的平衡，即可求得环向应力 σ_θ 。

根据法线 n 方向上力的平衡条件，得到

$$P_n + N_{\theta n} + N_{mn} = 0. \quad (h)$$

其中 P_n ——作用在单元体内表面上压力 p 的合力 P 在法线 n 上的投影；

$N_{\theta n}$ ——与环向应力相对应的内力 N_θ 在法线 n 上的投影；

N_{mn} ——与经向应力相对应的内力 N_m 在法线 n 上的投影。

现分别计算如下。

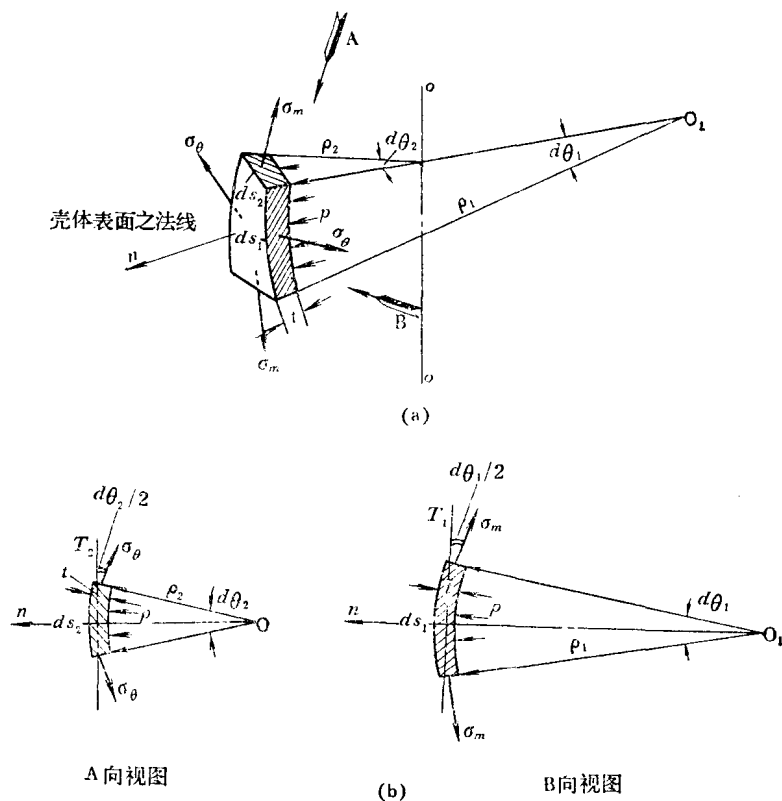


图1.9 回转壳体环向应力分析

第一项 P_n : 内压 p 的合力为

$$P = p ds_1 ds_2.$$

其中

$$ds_1 = \rho_1 d\theta_1, \quad ds_2 = \rho_2 d\theta_2.$$

代入上式, 得

$$P = p \rho_1 d\theta_1 \rho_2 d\theta_2.$$

这个合力与法线 n 的方向是一致的, 所以它在 n 上的投影即为其本身。于是得到

$$P_n = p \rho_1 d\theta_1 \rho_2 d\theta_2. \quad (i)$$

第二项 $N_{\theta n}$: 这一项借助于图1.9 (b) 之A向视图进行计算。因为环向应力在其作用面上均匀分布, 所以, 这个面上的内力

$$N_{\theta} = \sigma_{\theta} ds_1 t = \sigma_{\theta} \rho_1 d\theta_1 t.$$

其中 $ds_1 t = \rho_1 d\theta_1 t$ 为 σ_{θ} 作用面的面积。 N_{θ} 不只作用在一个面上, 而是作用一对面上, 只不过方向不同而已。因此, 这两个内力在法线 n 上的投影之和为

$$\begin{aligned} N_{\theta n} &= -2N_{\theta} \sin(d\theta_2/2) \\ &= -2\sigma_{\theta} \rho_1 d\theta_1 t \sin(d\theta_2/2). \end{aligned}$$

因为 $d\theta_2$ 很小, $\sin(d\theta_2/2) \approx d\theta_2/2$, 于是得到

$$N_{\theta n} = -\sigma_{\theta} \rho_1 d\theta_1 d\theta_2 t. \quad (j)$$

式中负号表示投影方向与法线方向相反。

第三项 N_{mn} : 这一项借助于图 1.9 (b) 的 B 向视图进行计算。首先求得内力

$$N_m = \sigma_m ds_2 t = \sigma_m \rho_2 d\theta_2 t.$$

其次求得它在法线 n 上的投影

$$\begin{aligned} N_{mn} &= -2\sigma_m \rho_2 d\theta_2 t \sin(d\theta_1/2) \\ &= -\sigma_m \rho_2 d\theta_2 d\theta_1 t. \end{aligned} \quad (k)$$

将 (i)、(j)、(k) 三式代入平衡方程 (h) 式, 得

$$p\rho_1 d\theta_1 \rho_2 d\theta_2 - \sigma_\theta \rho_1 d\theta_1 d\theta_2 t - \sigma_m \rho_2 d\theta_2 d\theta_1 t = 0.$$

等式两边同除以 $\rho_1 \rho_2 t d\theta_1 d\theta_2$, 上式可简化成

$$\frac{\sigma_m}{\rho_1} + \frac{\sigma_\theta}{\rho_2} = \frac{p}{t}. \quad (1.4)$$

这就是计算回转壳体环向应力的一般公式, 其中 σ_θ 为环向应力, 其单位为公斤/厘米²; ρ_1 为回转体曲面在所求应力点的第一主率半径, 亦即其母线之平面曲率半径。若母线之曲线方程为 $y = y(x)$, 则 ρ_1 可由下式求得

$$\rho_1 = \left| \frac{[1 + y'^2]^{3/2}}{y''} \right|. \quad (1.5)$$

其它符号的意义与单位同前。

以上我们对回转壳体在内压作用下的应力进行了定性分析和定量计算。这些分析和计算, 都以应力沿壁厚方向均匀分布为前提。这种情况只有当器壁较薄以及离两部分连接区域稍远处才是正确的。这种应力与承受内压的薄膜非常相似。因此, 又称之为“薄膜应力”。有关的应力分析理论, 称之为“薄膜理论”。

第三节 薄膜理论应用举例

这一节我们将应用薄膜理论, 分析几种典型壳体中的应力, 为强度计算作准备。

一、圆 柱 壳

一圆柱壳如图 1.10 所示, 其平均直径 D 、所受之内压 p 、壁厚 t 等均为已知, 试求任意一点 A 处之经向应力和环向应力。

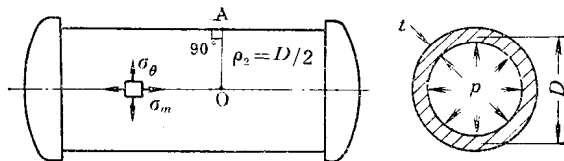


图 1.10 薄膜理论应用之一

(一) 求经向应力 σ_m

根据薄膜理论之 (1.3) 式,

$$\sigma_m = -\frac{p\rho_2}{2t}.$$