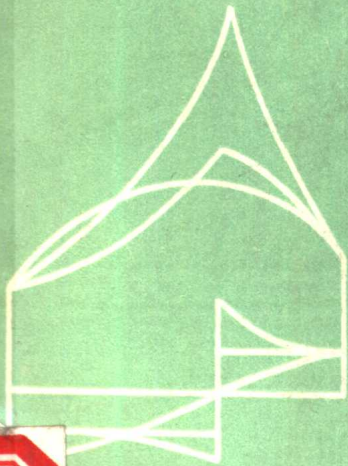
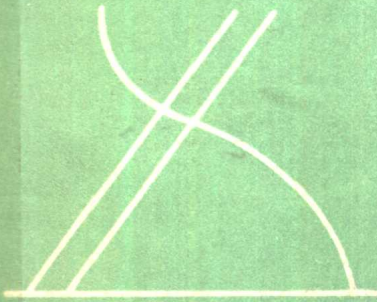


北京金属学会轧钢工程师技术培训班教材之二



軋制理論 若干問題

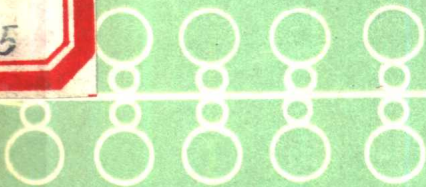


北京金属学会

一九八三年一月

83

25



北京金属学会轧钢工程师技术培训班教材之二

轧制理论若干问题

贺毓辛 茹 铮 朱景清

北京金属学会

一九八三年一月

编者前言

举办短期的学习班使工程技术人员能有一个交流技术的机会，显然是一件好事情，为做好这一工作，应北京金属学会之嘱，就轧制理论问题我们做一个中心发言，考虑到同志们都是有经验的轧钢技术专家，一般问题是勿须多讲的，斟酌再三我们拟就轧制理论中的若干问题做一些介绍，当然错误不妥之处是难免的，如能起抛砖引玉的作用也就算达到我们的目的了。

目 录

一、轧制理论发展概况.....	(1)
二、三种典型轧制情况.....	(8)
三、轧机弹塑曲线.....	(21)
四、轧制压力计算公式的评价及提高计算精度问题.....	(38)
五、轧制变形抗力.....	(45)
六、连轧理论基础及计算机仿真.....	(70)

第一章 轧制理论发展概况

轧制理论的发展是以生产实践为基础的，反过来又指导和推动着生产的发展，而且生产技术愈发展，生产对理论的依赖性愈高，对生产也愈有指导意义。

纵观轧制理论的发展〔1〕，可以看出它大致经历了三个阶段：

1、萌芽阶段

这一阶段可以说一直延续到第一次世界大战前夕，或者说到出现卡尔门方程为止。

由于当时技术水平的低下和认识上的限制，在这一阶段谈不上有科学的理论，而只是提出了若干假设以便来说明轧制技术中的一些问题，既没有实验基础，也缺乏理论根据，对轧制过程的实质还很不了解，因此当时流行着一种说法叫做“轧制是一门艺术”。

例如对轧制力的计算所做的假设都是不正确的，但不宜于更多地归咎于当时的人们，而是因缺乏实验条件所造成的。其它方面的研究也是如此，甚至对咬入时的受力分析也没有搞清楚，这里就不再多说了。

2、发展阶段

1925年T.Karman用数学近似解法建立了压力方程，1933年E.Siebel借助测压仪实测单位压力分布成功，标志着这一阶段的开始，然而由于战争的破坏，实验及理论的发展受到阻碍，因此，轧制理论实际上在第二次世界大战后才获得迅速的发展。这一阶段的特点是轧钢技术工作者利用实验和基础科学的知识来解决工程实际问题，形成了百花齐放、百家争鸣的发展局面。

战后的三十年可以概括地分为三段：

1) 战后的头十年(1945—1955)，此时对轧制参数前滑、宽展、力能分别地进行了大量研究，而且特别致力于各种影响因素对这些参数影响的研究，同时在实验及观察的基础上，提出了一些新的论点，如关于运动学条件的粘着假说，压力计算中各种摩擦峰理论，关于变形条件的变形锥假说等，以期能使计算精确或者更完满的阐明轧制过程的一些现象，而且对前滑、宽展、力能进行了较系统的研究。

这一段使理论研究深化了，前进了一大步，但由于当时条件和认识上的限制，一些有关轧制实质的问题，仍未解释清楚，出现了滑移学说和粘着学说的争论，压力理论峰值圆化的争论等，这些争论至为激烈，而且没有认识上的统一，正由于此，促使理论进一步的发展。

2) 战后第二个十年(1955—1965)，这一阶段有如下特点。

A. 为了进行深入研究，在实验技术上有较大的突破，特别是在摩擦力、运动学、

参数、纯轧力矩等的直接测量方面，这些工作使辨别上面假说的真伪提供了可能。

B. 进行了系统的综合研究，因而使着对轧制过程实质的认识上有了一个新的飞跃。

C. 开始了连轧过程的综合研究。BISRA提出的厚度计式厚控原理，现已广为采用，是轧制理论走在生产前面并用以来指导和控制生产的开端。

3) 战后第三个十年(1965—1975)它是以电子计算机应用于轧钢生产(1965)开始的，轧制生产向高速、自动、连续化的方向发展，这必然引起轧制理论研究的深刻变化。其特点为：

A. 生产要求高精度的数学模型及测试仪表，这就要求研究深化，而且有了实际对比检验的可能，积累了大量资料，促进轧制理论的发展。

B. 轧制过程高速、自动化使设备、工艺、自动控制组成一个综合的系统，此时要综合地加以考虑和研究。同时，不促要求稳态的轧制过程，而且还要研究动态的轧制过程。

C. 要求轧制过程的最佳化，产品质量的最优化，设备参数最佳化，这大大促进轧制理论的发展，如板型研究对三维轧制理论的建立起了推动作用。

D. 控制产品质量受到重视，因而引起轧制理论工作者的注意，如材料各向异性就是一例。

E. 电子计算机运用使过去不能进行的工作得以进行。

此时，理论的预见及指导作用愈来愈强，冷连轧的“前刚后柔”的最佳刚度方案即为一例，它先由理论推出，给变刚度轧机的应用开辟了广阔的前景。

3、逐渐向形成技术学科发展

虽然轧制理论已大为发展，但仍存在不少问题。例如：

1) 对物质给定性质的假设过于简单，仅做为刚塑性体和各向同性体来研究轧件是不够的。

2) 缺乏研究轧件与工具的关系，过去重点放在研究轧件上。

3) 动态过程的研究不足。

4) 塑性的变形过程及运动学过程研究不够。

这些问题已引起注意，逐渐地向形成一个完整的轧制理论体系发展，出现了各种学派，它们虽不成熟，但出现了百花齐放的可喜局面。对此我们不再一一介绍，下面仅简略地概述我们近年来所做的一些工作。

1) 以流变学的观点划分轧制过程并给出各种类型的轧制力计算方法⁽²⁾。

根据轧件物理性质，用流变学分类可以有以下几种情况：

A. 整体模型

a, 把轧件视为刚塑性体；

b, 把轧件视为粘性体；

c, 考虑轧件加工时加工硬化、变形温、速度的影响。

B. 分区模型

- a, 除塑性区外考虑弹性压缩区及弹性恢复区的作用;
- b, 考虑轧件的外区作用。

C. 分层模型

- a, 接触表面有一液体摩擦层;
- b, 中间为粘性体接触表面有一固体膜。

除对上面几种轧制类型介绍外, 更绘出其具体的计算轧制压力的公式。

具体到各轧制类型的压力公式如下:

A. 考虑硬化及温速度的影响。

$$\frac{dp}{dx} - \frac{k(x,t)}{z} \frac{dz}{dx} \pm \frac{t}{z} = 0 \quad (1)$$

式中: t ——时间;

p ——轧制压力;

t ——轧制摩擦力;

x, z ——轧件变形区之尺寸因素;

k ——变形抗力。

B. 弹性恢复区的压力计算:

$$P_e = \frac{2}{3} (k - q_h) \sqrt{\frac{h R'}{E} (1 - \nu^2) (k - q_h)} \quad (2)$$

式中: P_e ——弹性恢复区的压力;

h ——轧件轧后厚度;

ν ——轧辊波桑系数;

R' ——压扁时的轧辊半径;

q_h ——前张力;

E ——弹性模量。

C. 考虑外区影响的压力公式:

$$n = p/k = \frac{1 + \frac{h}{8l}}{1 - f_0(\epsilon) \frac{1}{2h}} \quad (3)$$

式中: n ——应力状态系数;

l ——变形区长度;

f_0 ——基准摩擦系数;

ϵ ——压缩率。

D. 当轧件为粘性体时之压力。

$$\frac{dp}{dx} = \eta \frac{d^2 V_x}{dy^2} \quad (4)$$

$$V_x = \frac{1}{\eta} \frac{dp}{dx} \frac{y^2}{2} + C_1 y + C_2 \quad (5)$$

式中： η ——粘性系数；

V_x ——粘性轧件沿截面的运动速度；

C_1, C_2 ——积分常数。

E. 具有油膜时之轧制压力。

$$\frac{dp^*}{dx^*} - \left\{ \sqrt{\frac{\varepsilon H}{R}} x^* - B \left(\frac{\eta}{\eta_H} \right) \left[\frac{1 - \frac{V_H}{V_2}}{1 - \frac{V_H}{V_1}} \right] \frac{1}{h^*} \right\} \frac{2 \sqrt{\varepsilon}}{h^*} \sqrt{\frac{R}{H}} = 0 \quad (6)$$

式中：H——轧件轧前厚度；

*——无量纲值；

H(脚注)——轧件入口处；

V_H ——表示油膜者。

2) 对轧件与工具进行综合研究，阐明轧件与工具的关系。

早在1957年我们就阐述了轧件与工具的关系，绘出弹塑曲线，并给出弹性方程(3)。

七十年代对弹塑曲线性质做了详尽说明，并用它来建立起各种厚控系统的数学模型(4)(5)。

最后又对轧件与工具的关系综合加以考虑，其主要观点如下(6)：

轧制过程是轧件与工具相互作用的矛盾运动，轧制过程在受力、变形、运动学方面构成了一个空间体系，这个轧制过程空间，可以分别由轧向(x—x)、轴向(z—z)、高向(y—y)三个方向来描述，建立轧制过程的力学模型，如果再引入时间的概念，则可进一步说明轧制过程的动态变化，构成了一个四维空间体系，建立这一力学模型的目的是在理解轧制过程实质的基础上，实现轧制过程的最优化，以期指导和改善生产，达到高产、优质、低消耗的目的。

A. 在轧制方向上，轧件由轧辊咬入进行轧制是连续进行的。如图1—1—a所示，最早的研究很自然的集中到变形区内轧件承受塑性变形上，研究轧制力、宽展、前滑各轧制参数来解决工程计算问题。而后，开始注意轧制塑性变形区外的弹性恢复区，以及张力轧制时轧件在机架间的弹性变形(即通称的连轧张力方程)。

在这些研究基础上可以设想，整个轧制过程是一个交替弹塑性变形过程的系统，单机无张力轧制时，变形区外无弹性变形区(弹性恢复区不计)是这一系统的特例，而在研究连轧张力时，则把塑性变形区视为间断点，看成一个弹性系统。现在则把它视为一个完整的弹塑性系统，并研究其最佳化(表现为压下规程最佳化)。

B. 在高向上，最初限于条件，轧件与工具的研究相分离，金属成形与设备设计校核相分离，如图1—1—b所示，最早所考虑的是工具强度方面，而且做了较大的假设，之后，注意到：轧制力分布不均，轧件与工具之关系(弹塑曲线)，轧辊之间力分布不均等。在这些研究基础上可以设想，在高向上也是一个弹塑性变形的系统，并研究

其最佳化（表现为设备参数最佳化）。

C. 在轴向上最初也是轧制力矩与设备能力校核相分离的，最简单的假设是上下力矩相等经传动件并联地传到电机。后来，注意到：辊系受力分析，力矩分配不均及产生的附加弹性力矩等。通过最近对差速轧制（压剪变形、异步、非对称轧制）的研究更进一步看出，轧制力矩分配不均的塑性力矩必须引起注意，这样，它也是一个弹性塑性的力矩传递过程，要把它视为一个总体系统，并研究其最佳化（表现为负荷分配最佳化），其发展过程示于图 1—1—c 中。

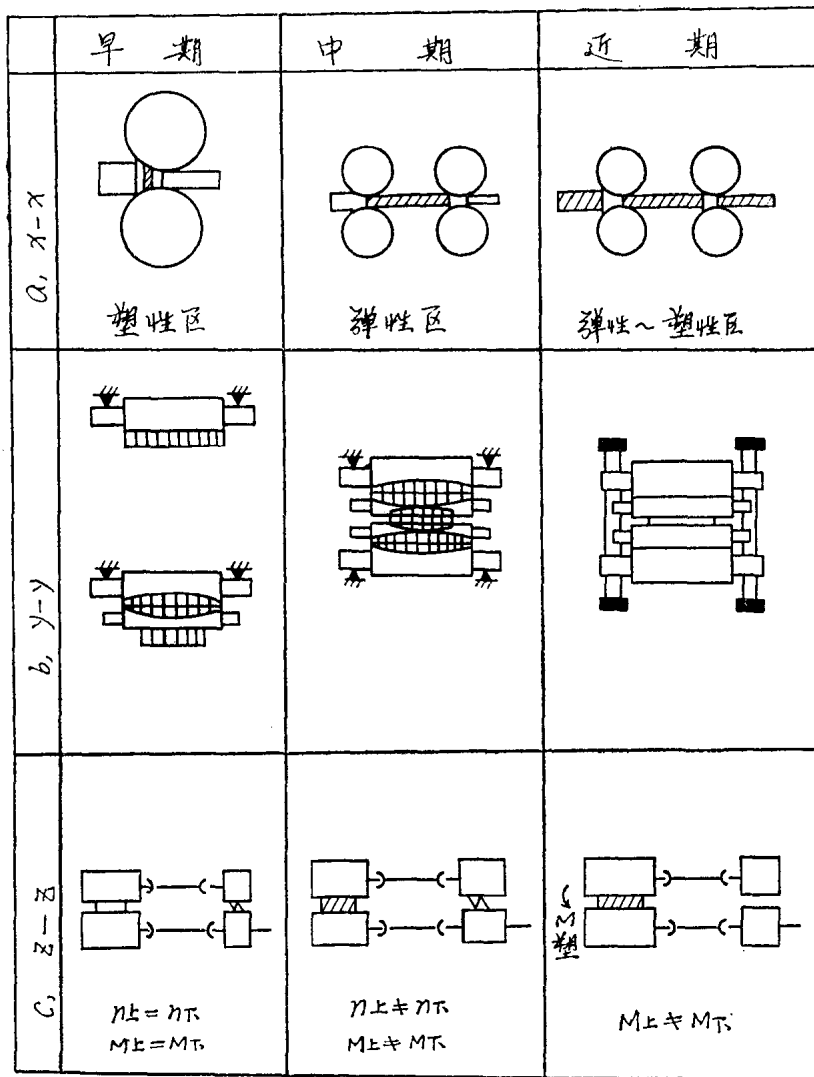


图 1—1 轧制理论发展示意图

轧制过程的综合力学模型 表1-1

	塑性变形区	弹性变形区
力学方程	静力学方程	$q = C$
	运动方程	$-\rho h \frac{\partial v}{\partial t} + \rho g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial x} h = 0$
运动学方程——连续方程	$h \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} + V \frac{\partial h}{\partial x} = 0$	$h \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} + V \frac{\partial g}{\partial x} = 0$
物理方程	$t = fp$ $q - P = k$ $V = V_0 (1 + \bar{X}M)$, $M = pa$	$\frac{\partial q}{\partial t} + V \frac{\partial q}{\partial x} - E \frac{\partial v}{\partial x} = 0$
起始条件 边界条件	H, h, q_H, q_h, V_H, V_h 已知 H, h, q, V 与弹性区互为边界 $hr = H - D(1 - \cos \gamma)$ $y = \frac{\Delta h}{2l} x + \frac{h}{2}$, $dx = \frac{2l}{\Delta h} dy$ $h = s + \frac{P}{K}$, $dh = ds + \frac{dp}{K}$	H, h, q_H, q_h, V_H, V_h 已知 H, h, q, V 与塑性区互为边界

最后,还应指出,无论材料的组织性能还是加工织构用力学解释已获得一定进展,可予期压力加工对金属组织性能的影响也将能完满解决。

3)为了改善轧制过程的动态研究,建立了轧制过程综合的力学模型⁽⁶⁾,其结果如表1—1所示。

显然,这一模型具有显著的优点。

参 考 文 献

- [1] 贺毓辛: 连轧理论基础 7, 1980.
- [2] 贺毓辛等: 轧制力学导论, 1981.
- [3] 贺毓辛: 热轧板带工艺学, 1958.
- [4] 贺毓辛: 冷轧板带工艺理论基础, 1973.
- [5] 贺毓辛: 连轧理论基础 3, 1978.
- [6] 贺毓辛: 轧制过程力学模型, 1980.

第二章 三种典型轧制情况〔1〕

轧制过程受许多因素的影响，这些因素的影响在生产条件下又常常表现为不同形式，且各因素之间又互为影响，使轧制过程复杂化。为了给研究创造有利条件，人们对诸影响因素进行分类，归类和抽象。这样，便可进行单因素的研究和分析，以期正确反映影响实质。

影响轧制过程的因素，可以分为两类，属于第一类的是那些影响轧制金属本身性能的一些因素：金属的化学成分和组织状态，变形温变，变形速度和加工硬化等；属于第二类的是影响应力状态的因素。

在这些因素中又是什么因素规定和影响轧制过程的本质，即影响轧制的力学、变形、运动学的特征呢？这是非常重要的，所以在这里我们要着重讨论这个问题。

根据实验表明，对同一金属在相同的温度速度条件下，决定轧制过程的主要因素是轧件和轧辊的尺寸。

在 α 、 D 、 Δh ，皆为常值的情况下，用 H/D 、 $\epsilon\%$ 参数可以估价轧件尺寸因素的影响，取决于压下率 $\epsilon\%$ 之值。可有三种典型轧制情况，它们都有明显的力学，变形，运动学特征。

我们曾用综合测量装置对此问题进行实验研究。实验同时测量了变形区内金属各点对轧辊的单位压力，单位摩擦力。同时还测量了金属质点沿轧辊表面的相对流动及变形情况。

实验研究方法如下：为了进行综合测量，在上轧辊装以综合测力装置，在下轧辊表面上在一系列等距螺旋线上刻孔——印痕法，测定金属滑移路程。

综合测力装置如图2—1所示，在轧辊1上钻以直径为 d_0 之小孔，其内配置直径为 d 之针式测力仪2，二者之间有微小空隙（ $\Delta = d_0 - d$ ），针式测力仪之另一端由膜式支点3固定，这样装置可容许测力仪2在切力影响下作微小摆动，在其上装有四个螺钉5固定的十字形传感器以测摩擦力。为了测定单位压力在测力计2端部，装置滚珠6，心棒7和圆筒传感器8，单位压力由测力针2经滚珠、心棒传至传感器8，因为支点3为薄膜式，可容许测力针上下稍作移动，以传递单位压力。在传感器4、8上贴有应变电阻片9，将机械参量转换成电参量记录之。该装置可在同一单元面积上同时测出所有轧制单位压力 p 和单位摩擦力 t_x 、 t_y 之值，并具有共点性，整理数据简易，是一种较好的综合测量装置。

所谓印痕法的原理是根据在轧辊表面上刻以小孔，当金属表面质点与轧辊表面质点

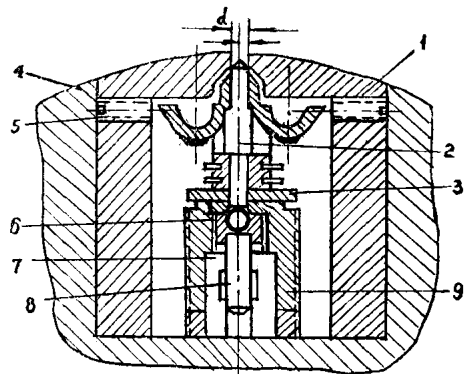


图 2-1 综合测力装置

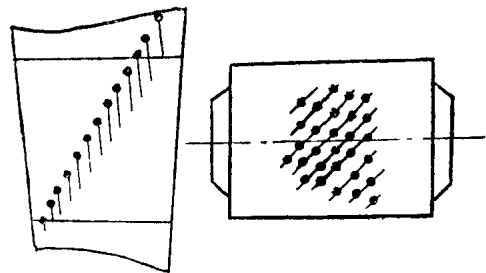


图 2-2 印痕法测金属滑动路程

有相对滑动时，则压入圆孔的金属将因切力作用而错位，在金属表面上留下痕迹。可想而知，在轧辊表面上如在一系列等距螺旋线上按一定螺距刻孔，可能给出金属在变形区内滑动路程的清晰景象（图 2-2）。

这样，就可同一轧件上进行力学条件，运动学条件等之综合测量研究。试件尺寸如表 2-1 所示。实验结果如下：

1、力学特征：首先分析第一种轧制情况，即以大压下量轧制薄轧件的轧制过程， $\epsilon = 34 \sim 50\%$ ，在这种情况下，单位压力沿接触弧的分布曲线有明显的峰值；而且压下量越大，单位压力越高，峰值越尖，尖峰向轧件出口方向移动（图 2-3）。

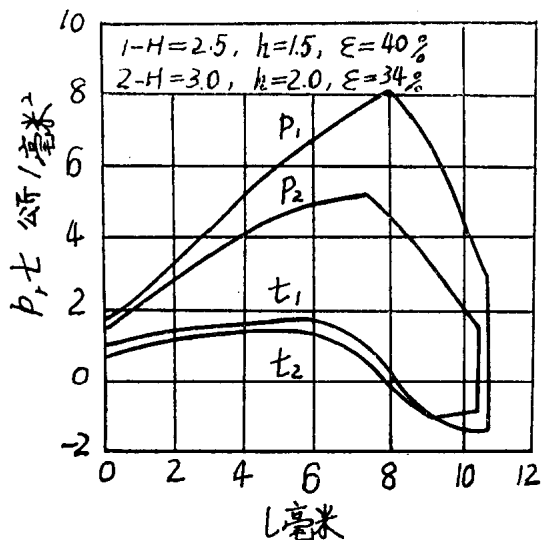


图 2-3 轧制薄件时单位压力 P 及单位摩擦力 t 沿接触弧之分布

表 2-1 试件尺寸表

金属	轧件尺寸 (毫米)			轧制条件		
	H	B _H	L _H	$\epsilon\%$	常值	变值
铅	20	20	200	5	D	$\epsilon\%$
	7	20	200	14.5	X	
	3	20	200	34	Δh	
	2.5	20	200	40		
	2	20	200	50		

在简单理想轧制过程中的分析中曾假设，单位压力，单位摩擦力沿接触弧的分布是

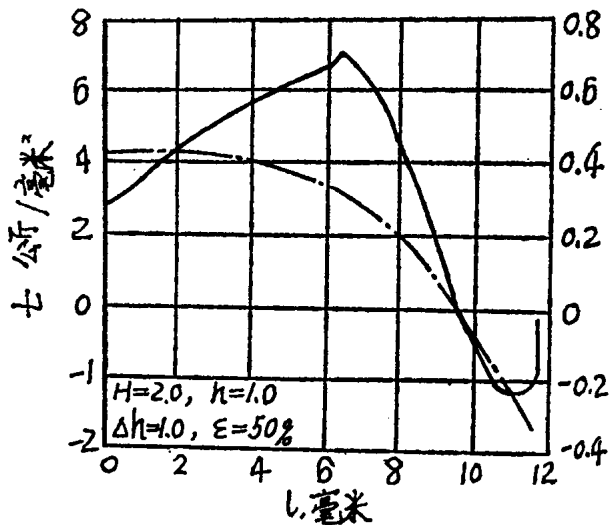


图 2—4 摩擦力及摩擦系数沿接触弧之分布

压力也具有明显的特征（图 2—5），曲线在变形区的入口具有很高的峰值，向着出口方面急剧降低。

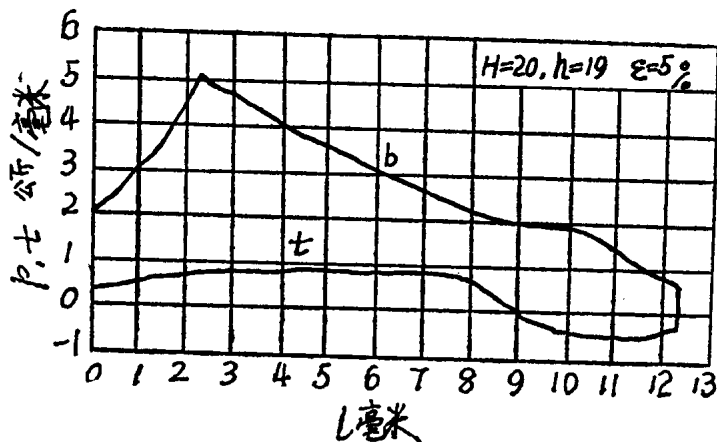


图 2—5 第三种情况，P、t沿接触弧分布曲线

第二种情况为中等厚度轧件轧制过程。ε%约为15%。对于第二种典型情况，由图 2—6 看到，单位压力分布曲线没有明显的峰值，而且它的单位压力小。

2、运动学及变形特征：在研究金属表面质点对工具表面之相对运动时，常常提出或规定各种标志运动学特征参数，以使研究方便。用印痕法测出的是金属质点沿接触弧的滑动路程，所以我们取在理想条件下（均匀变形，忽略宽展且沿接触弧全程发生滑动）金属质点的滑动路程方程式做为轧制运动参数的比较准则。

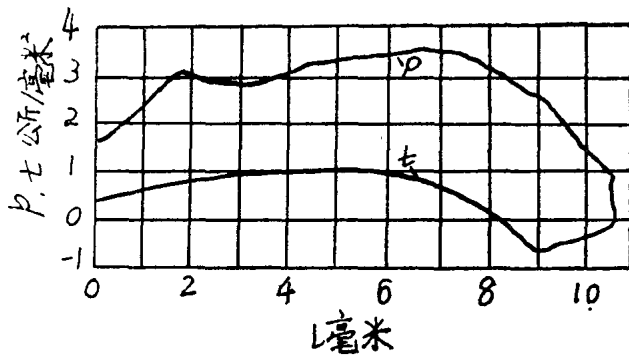


图 2-6 第二种情况, b、布曲线 t 分

图 2-7 金属与工具之间相对滑动路程

下面就来推导理想滑动方程式。如图 2-7。当轧辊转动角度 $d\theta$ ，此时轧辊表面质点的移动路程应为：

$$ds = R d\theta$$

另一方面，与轧辊相应点接触的金属表面质点的移动轨迹，可按下法确定，在假定无宽展和沿轧件横断面质点运动均匀的情况下，根据体积不变条件，此金属表面质点的移动轨迹为：

$$ds_m = R d\theta \left(\frac{h \gamma \cos \gamma}{h_0 \cos \theta} \right)$$

显然，二者之差值

$$d\xi = ds - ds_m = R d\theta \left(1 - \frac{h \gamma \cos \gamma}{h_0 \cos \theta} \right) \quad (a)$$

反映了金属质点在瞬间相对轧辊表面的滑动。

式中： ds ——轧辊表面瞬时移动路程；

ds_m ——于轧辊相应接触点处的金属质点瞬时移动路程；

θ ——接触弧内任一角度；

γ ——中性角；

h_0 ——相应于 θ 角处的轧件高度；

h_r ——相当于 γ 角处的孔高度；

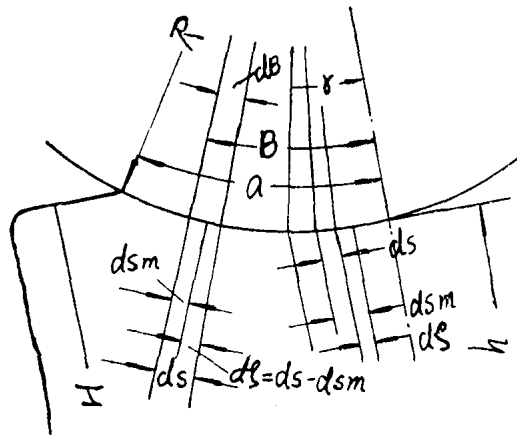
R ——轧辊半径；

$d\xi$ ——金属质点在瞬间相对轧辊表面之滑动。

将上式积分，则金属对轧辊的滑动路程为：

$$\xi = \int_{\theta}^{\alpha} d\xi \quad (b)$$

根据变形区几何图形，可知



$$h\theta = h + 2R(1 - \cos\theta) \quad (c)$$

把(a)(c)代入(b), 则

$$\xi = \int_0^\alpha \left\{ R d\theta - R d\theta \left[\frac{h\gamma \cos\gamma}{h + 2R(1 - \cos\theta)} \cos\theta \right] \right\}$$

积分整理后得:

$$\begin{aligned} \xi &= R(\alpha - \theta) + \frac{Rh\gamma \cos\gamma}{h + 2R} \left\{ \left[\ln \tan\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - \ln \tan\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right] \right. \\ &= \frac{4R}{\sqrt{h(h+4R)}} \left[\tan^{-1} \sqrt{\frac{h+4R}{h}} \tan \frac{\theta}{2} - \tan^{-1} \sqrt{\frac{h+4R}{h}} \tan \frac{\alpha}{2} \right] \end{aligned}$$

上述方程式是代表无宽展和金属质点沿轧件横断面运动均匀情况下金属质点的滑动路程。

现在仍由第一种轧制情况开始考虑, 先看它的轧制运动学及变形特征。

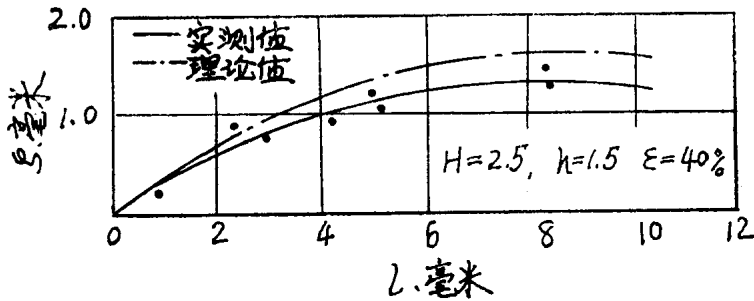
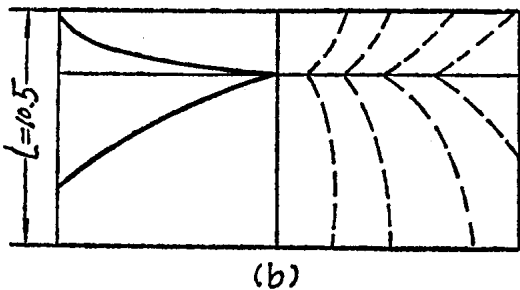
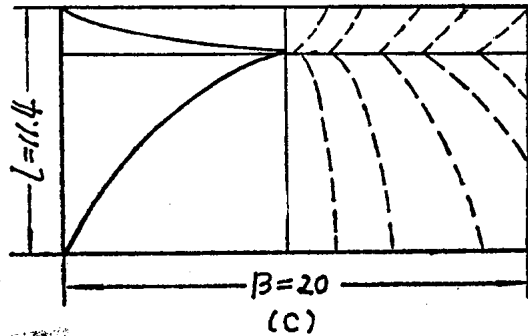
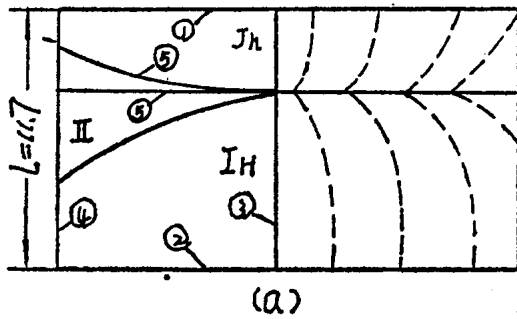


图2-8 金属相对轧辊的滑动路程

图2-9 三种典型轧制情况金属表面质点移动轨迹 (a) 第一种情况; (b) 第二种情况; (c) 第三种情况



- ① 出口; ② 入口; ③ 轧制轴线;
- ④ 轧件边沿; ⑤ ⑦ $t_x = t_y$ ⑥ 中面
- Jh IH 前后延伸区 ($t_x > t_y$);
- II 宽展区 ($t_y > t_x$)

实测的金属滑移路程与按上式理论计算的滑移动路程曲线具有相同的性质(图2-8), 这说明上面的假说, 即沿轧件横断面之质点移动速度相等(亦称平面假设), 且

相对于轧辊有滑动，在薄件轧制情况下，是与实际情况基本吻合的，但实验曲线比理论曲线稍低。这是因为在实际轧制条件下，宽展、变形及速度不均匀的现象是不能避免的。

金属表面质点移动实际轨迹，如图 2—9 所示。从 (a) 图看出轧件仅在中性线上没有纵向滑动，在轧件运动的轴线（称轧制轴线）上没有横向滑动。在延伸区（前后延伸区 I_b , I_H ）的各点金属纵向滑动大于横向滑动，而在宽展区 II 则相反，横向滑动大于纵向滑动。在薄件轧制情况下，金属变形大部分趋向延伸，宽展较小，变形已经深透轧件整个高度，金属横断面呈单鼓形（图 2—10a），这与在生产实践中所观察到的现象是一致的。

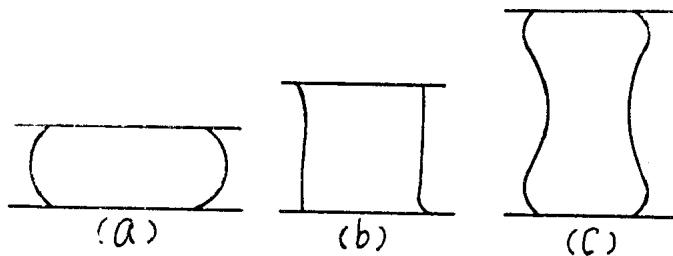


图 2—10 轧件横断面的变化情况 (a) 第一种轧制情况 (b) 第二种轧制情况 (c) 第三种轧制情况

对于第三种情况，金属滑动路程曲线与在平面假设下计算的理论曲线出现了质的差异。如图 2—11 所示，在变形区中部出现水平阶段。这说明金属表面质点对轧辊表面质点之间没有相对滑动，产生粘着。如果这时仍用表面全滑动的假设已经不对了。

这一类轧制过程的特点是由于变形不深透，轧件高度的中间部分没有承受塑性变形，只有邻近表面的金属变形，变形不积匀性显著，产生了强迫宽展，呈双鼓形（图 2—10c）宽展区显著增大了（图 2—9c）。

第二种变形情况。压缩变形恰好深透到轧件的整个高度为这种轧制类型的特征（图 2—10b）变形也比较均匀。

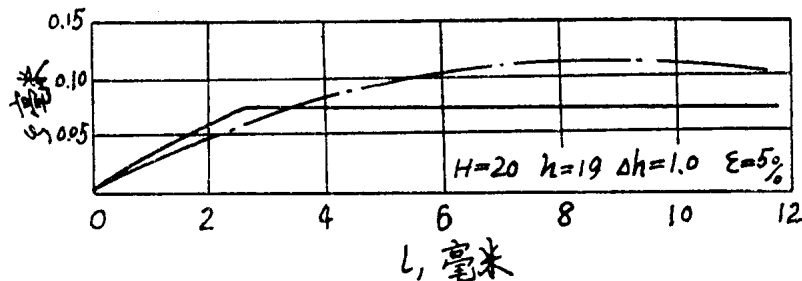


图 2—11 厚轧件轧制时金属滑动路程

这一类型的运动学特征与第一种情况无质的差异，这说明沿接触弧长度有滑动（图 2—12），但其实测曲线更低于理论曲线，说明在此情况下除有一定不均匀变形外，宽展也比较大，如图 2—9b 所示，它的宽展区也比第一种情况大。

轧件通过变形区时，每一横断面沿高度上速度分布是不均匀的。根据一些实验的观察定性地加以说明。