

# 系统动力学

谭惠民 编译

国防工业出版社

0122

# 系统动力学

谭惠民 编译

国防工业出版社

## 内 容 简 介

本书是为机械、化工、土建等专业的学生编写的。全书的主要内容为：系统动力学的基本任务和基本概念；信号及其数学描述；动态系统及其过程模型；线性系统的理论及其应用；系统动力学问题的解。书中还举出一些经过精选的例题和图表，可进一步帮助学生建立正确的概念、掌握基本的方法。

对于电讯和自控专业的学生，本书可作为学习“信号与系统”的基础教材。

本书为高等学校开设“系统动力学”课程的教科书，也可供机械、化工、土建工程技术人员自学参考。

## 系 统 动 力 学

谭惠民 编译

\*

国防工业出版社出版

(北京市车公庄西路老虎庙七号)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印刷

787×1092<sup>3</sup>/<sub>16</sub> 印张<sup>8</sup>/<sub>4</sub> 175千字

1989年10月第一版 1989年10月第一次印刷 印数：0,001—2,000册

ISBN 7-118-00562-2/TB21 定价：1.60元

# 前 言

在机械、化工、建筑、检测等技术领域，当规划或者设计一个工程题目时，动力学的观点得到日益广泛的应用。这对于提高工程质量，降低费效比具有重要意义。为此，就要求研究工程对象的动态模型及其对输入的动态响应。研究表明，尽管工程对象所属的技术领域可以大相径庭，但只要涉及的是系统的动态过程及动态特性，其建模方法、分析方法、仿真方法等，都是类同的、共通的。系统动力学就在此基础上应运而生了。

北美和西欧一些大学开设《System Dynamics》。这门课程，已有十余年的历史。近几年来，国内一些大学也相继开设了类似的课程，并出版了相应的教材。由于《系统动力学》是一门比较年青的课程，不同学科领域的学者对它的理解也存在着相当大的差异。搞机械的教师沿着《机械动力学》的方向讲授；搞控制的，则沿着《自动调节原理》的方向讲授；搞通讯的则沿着《信号与系统》的方向讲授。甚至于搞力学的、搞经济的教师，也在各自作出自己的解释。这种沿着特定技术领域的方向进行《系统动力学》讲授的方法，其优点是不言而喻的，它可以使学生很快“进入情况”，学会解决本专业的具体问题的能力。但同时也容易产生忽视对系统动力学基本概念和基本方法掌握上的弊病。在我准备给学生讲授这门课程并查阅众多的教科书时，就面临着这种情况。我感到这些教科书都有各自的优点，但作为一本适宜于不同专业共用的有关系统动力学的入门教材，似乎都不大合适。

承蒙联邦德国卡尔斯鲁厄 (Karlsruhe) 工业大学 J. 瓦悟尔 (J. Wauer) 教授的帮助，向我推荐了 P. 普罗福斯 (P. Profos) 教授撰写的《系统动力学基础》一书。读完以后，很受启发。这本书的内容十分精炼，基本概念、基本方法交代的比较清楚，特别适用于需要系统动力学的知识，而未必把系统动力学作为研究方向的学生。以此书为蓝本，已经向三个年级的学生作了讲授，效果良好。

读者现在拿到的这本书，其主要内容全来自 P. Profos: *Einführung in die Systemdynamik*, B. G. Teubner Stuttgart 1982. 只是在第二章的随机信号部分及第四章的系统特性调整部分，作了一些修改和补充。如果发现有什么不当，则多半是我编译中的疏漏，还望不吝指教。

方再根副教授对本书的编译稿进行了认真仔细的审阅，提出的宝贵意见已被采纳，在此表示衷心的感谢。

谭惠民

1988. 9. 于北京理工大学力学工程系

## 目 录

<b>第一章 基本概念及基本任务</b> .....	1
1. 引论 .....	1
2. 基本概念 .....	2
3. 基本任务 .....	5
<b>第二章 信号及其数学描述——信号模型</b> .....	7
1. 信号的一般特性 .....	7
2. 信号分类 .....	8
3. 确定性信号的数学描述方法 .....	9
3.1 在时域内描述模拟信号 .....	9
3.1.1 解析表示 .....	9
3.1.2 通过脉冲序列描述信号 .....	10
3.2 在频域内描述模拟信号 .....	11
3.2.1 简谐信号的描述 .....	11
3.2.2 用傅立叶级数描述周期信号 .....	14
3.2.3 通过傅立叶变换描述信号 .....	18
3.2.4 $\delta$ -函数及其傅立叶变换 .....	20
3.2.5 通过拉普拉斯变换描述信号 .....	22
4. 随机信号的数学描述方法 .....	24
4.1 幅度域内的特征量及特征函数 .....	25
4.1.1 幅度域内的特征量 .....	25
4.1.2 幅度域内的特征函数 .....	26
4.2 时间域内的特征函数 .....	28
4.2.1 自相关函数和自协方差函数 .....	28
4.2.2 特征函数的性质 .....	29
4.3 频率域内的特征函数 .....	31
4.3.1 自功率谱密度函数 .....	31
4.3.2 自功率谱密度函数的性质和示例 .....	31
4.4 窄带和宽带随机过程及白噪声 .....	32
4.5 功率谱密度的实际获得 .....	34
5. 信号描述方法的实际应用 .....	35
5.1 真实信号 .....	35
5.2 信号描述方法的适用范围 .....	35
<b>第三章 动态系统及其数学描述——过程模型</b> .....	37
1. 模型概念及模型类型 .....	37
1.1 模型概念 .....	37
1.2 过程模型分类 .....	37
2. 对过程模型的要求 .....	38
2.1 过程模型的精度要求 .....	38

2.2 建模工作量与模型应用的关系 .....	38
3. 系统的数学描述方法 .....	39
3.1 在时间域内的描述方法 .....	39
3.1.1 微分方程 .....	39
3.1.2 响应函数 .....	39
3.2 在频率域内的描述方法 .....	40
3.2.1 频率特性函数 .....	40
3.2.2 传递函数 .....	41
3.2.3 描述函数 .....	41
4. 建模方法 .....	43
4.1 演绎法建模 .....	43
4.2 实验建模——系统识别 .....	46
4.3 理论模型与经验模型的不同特性 .....	46
<b>第四章 线性系统</b> .....	<b>48</b>
1. 线性化方法 .....	48
1.1 小偏差方法 .....	48
1.2 调谐的线性化 .....	49
2. 线性系统的数学描述 .....	49
2.1 在时域内描述线性时不变系统 .....	50
2.1.1 微分方程 .....	50
2.1.2 响应函数 .....	50
2.2 在频域内描述线性时不变系统 .....	52
2.2.1 传递函数及频率特性函数 .....	52
2.2.2 传递函数的基本特性 .....	53
2.3 一种描述方法向另一种描述方法的转换 .....	54
3. 由系统环节确定系统传递函数 .....	55
3.1 线性系统的基本环节及基本线路 .....	56
3.2 计算基本线路的传递特性 .....	56
3.2.1 描述类型: 微分方程 .....	57
3.2.2 描述类型: 传递函数及频率特性函数 .....	57
3.2.3 描述类型: 响应函数 .....	59
3.2.4 描述类型: 极-零位分布 .....	60
4. 线性系统的一般特性 .....	62
4.1 迭加原理 .....	62
4.2 频率保持原理 .....	62
4.3 系统结构特性及结构转化法则 .....	63
5. 线性系统的动态特性 .....	65
5.1 稳态特性 .....	65
5.2 固有特性 .....	66
5.3 稳定性 .....	68
5.4 强迫振动的瞬态特性和稳态特性 .....	70
5.5 频谱特性 .....	72
6. 线性系统的典型环节 .....	73
6.1 线性环节 .....	73

6.2 典型的线性系统块 .....	77
6.2.1 一阶延迟环节(PT1环节) .....	79
6.2.2 二阶延迟环节(PT2环节) .....	81
6.2.3 高阶延迟环节(PTn环节) .....	83
6.2.4 时滞环节 .....	85
6.2.5 超前环节 .....	87
7. 线性系统传递特性的调整 .....	90
7.1 通过改变参数调整传递特性 .....	91
7.2 通过补充结构调整系统传递特性 .....	92
<b>第五章 系统动力学基本问题的解 .....</b>	<b>94</b>
1. 系统分析 .....	94
1.1 任务的提出以及解题准备 .....	94
1.2 解题方法 .....	95
1.2.1 确定性信号 .....	95
1.2.2 随机信号 .....	100
2. 系统综合 .....	102
2.1 任务的提出 .....	102
2.2 解题准备及解题方法 .....	102
2.2.1 直接系统综合 .....	102
2.2.2 间接系统综合 .....	104
3. 系统识别 .....	106
3.1 系统识别方法概述 .....	106
3.2 系统识别的工作过程 .....	107
3.3 试验信号的选择 .....	108
3.4 信号处理 .....	109
3.4.1 开环识别时的信号处理 .....	110
3.4.2 闭环识别时的信号处理 .....	113
附录 .....	115
附录1. 常用函数的傅立叶变换 .....	115
附录2. 拉普拉斯运算规则 .....	116
附录3. 常用函数的拉普拉斯变换 .....	116
主要参考文献 .....	118

# 第一章 基本概念及基本任务

## 1. 引 论

在许多技术领域，愈来愈频繁地提出这样的问题：在不同的外部作用的影响下，一个工程结构的性态会发生怎样的变化？我们可以从大量的有关问题中列举一些典型的例子。

**建筑工程** 由于在大风、地震、交通运输、各种机器引起的震动作用下，桥梁、高层建筑、烟囱等结构物的性态。

**交通运输工程** 公路和铁路运输工具，因路面不平，发生颠簸时的性态；飞机和轮船作驾驶操纵时的性态。

**能源技术** 各种发动机及其驱动装置和设备，在正常工作或受到扰动时的控制和调节特性。

**工艺流程** 设备在正常运行，及受到扰动时的控制和调节特性。

**机械制造技术** 在振动激励影响下工作母机的性态。

**城市供给系统** 电、气、水等供给网络因消耗量的变化，或受干扰时(如管道破裂)所呈现的特性。

**军事工程** 目标跟踪系统的特性等。

在非技术科学的领域也存在类似的问题，如经济、生物、生态系统对环境变化所作出的反应。

提出上述这些问题的原因或者动机有可能是各不相同的。在技术领域具有重要意义的是，人们可以通过计算，事先确定一项工程的动力特性与其结构的关系。这样一来，人们就可以有目的地进行构思、规划和设计，以得到预定的特性；或者在给定的设计条件下，达到尽可能好的特性（最优化）。在非技术领域也可以作相似的分析，主要是用来进行预测。

如果一项工程已经客观存在，已经在那里运行，进行动力学分析通常则出于这样的目的：寻找出现故障、性能不完善等现象的原因，以便有针对性地采取补救措施。

无论在技术科学范围内，还是在非技术科学范围内，动态分析不少是为了研究未知系统各组成部分的相互关系，这种研究常常需要与实验相结合。

本书所论述的，就是求解以上各类问题的基本方法及辅助手段。

为了能够对系统动力学的各类问题进行分析计算，两个首要条件是：

(1) 对系统所施加的作用，有一种合适的描述方法，比如说，采用以时间为自变量的数学函数来描述。

(2) 系统中所发生的作用的传递过程，其表达形式是便于进行计算的，比如说，可以用一组微分方程加以描述。

第一个条件可以表示为信号描述，或者说信号模型。第二个条件则可表示为系统模



型，或者说过程模型。两者都涉及到数学模型及数值模型，亦即所谓的抽象模型。

当我们对源自不同领域的信号模型和过程模型进行分析比较后，可以发现它们之间在形式上存在着惊人的相似性。这种相似性表明不同的系统之间有着内在的联系，同时也表明，有可能提取一种统一的普遍的解法。

这种普遍适用的解法带来的一个很重要的好处是非常经济。除此以外，还有其它重要意义，如可以对过程的发生获得更深刻的理解，也有可能使所得的基本结论更加具有普遍意义，使这些基本结论在不同的领域内互相严格地借用。

本书将叙述构成信号模型和过程模型的方法，求解有关问题所必须的辅助手段及其相互之间的关系。为了避免事物的本质方面被数学形式所掩盖，又鉴于这是一本入门性质的教科书，只具有中等的理论水平，因此，凡是必要，宁肯放弃那些尽管很周密严格但过于抽象的数学工具。而对于可以得出普遍适用结果，并且便于数值计算的分析手段，将予以优先考虑。

根据经验，如果对理论关系有了清晰的理解，并且有能力对实际问题作出理论上的概括，则具体的求解一般不会有大的困难。目前有众多的可供实用的计算程序，使用者往往只需结合具体问题编个主控程序，由此大大的减轻了编程工作。这一步工作就听任读者自己去做了。

## 2. 基本概念

在上一节我们指出，不同的动态现象之间存在着相似性，并由此提出进行统一分析处理的可能性。显然，首要的工作是，必须从有关的物质现实中抽象出一些普遍适用的概念。在这一节，我们就要提出一些基本概念，并用一些简单例子加以解释。以后我们还将根据需要，陆续提出另外一些概念。

作为例子，我们观察图 1.1 所示的液力装置。用一个溢水容器使液面保持稳定的高度  $H_0$ 。水流量  $M_1$  由安装在容器底部的阀门加以控制，阀门的最大打开截面为  $A_0$ ，阀门的打开截面可由冲程  $h$  加以调节。假定最大冲程为  $h_0$ ，与  $A_0$  相对应。 $h$  与  $M_1$  之间的关系认为是线性的。

水流量  $M_1$  注入截面为  $A_1$  的流出容器。设  $M_1$  为常数，可以想象，将流出容器的水位调整到某一确定的高度  $H$  时，通过底部出口  $A_2$  的流出量  $M_2$  正好与流入量  $M_1$  相等。与液面高  $H$  对应的是水容量  $m$ 。

假定  $h$ 、 $M_1$ 、 $H$ 、 $m$  和  $M_2$  这几个量之间的确定关系保持稳定。很容易想象，只要阀门冲程  $h$  有所改变，就会引起所谓的动态过程。如果我们简单地认为，对于阀门冲程  $h$  的阶跃变化，水流量  $M_1$  会无延迟地跟着变化，则动态过程取决于水在流出容器中进行的贮存过程，流出量  $M_2$  因此而得到调整。

可以看出，在  $M_1$  变大的条件下，水容量  $m$  以及水位  $H$  也随着增大。根据流出规律，它使得  $M_2$  也增大。这种内部变化一直要进行到  $M_2$  达到  $M_1$  的值，从而出现一个新的稳定状态为止，见图 1.2。由此可以确认，一个由外部作出的阀门位置  $h$  的变化，相应的会使系统发生一个重新平衡的过程。在此过程中，有关的量  $M_1$ 、 $m$ 、 $h$  和  $M_2$  以确定的方式随时间而变化，如图 1.2 中的曲线所示。当阀门的运动方式给定时， $M_1$ 、 $M_2$  的变化规律与阀门特征量 ( $h_0$ 、 $A_0$ ) 及容器的几何量 ( $A_1$ 、 $A_2$ ) 有关。

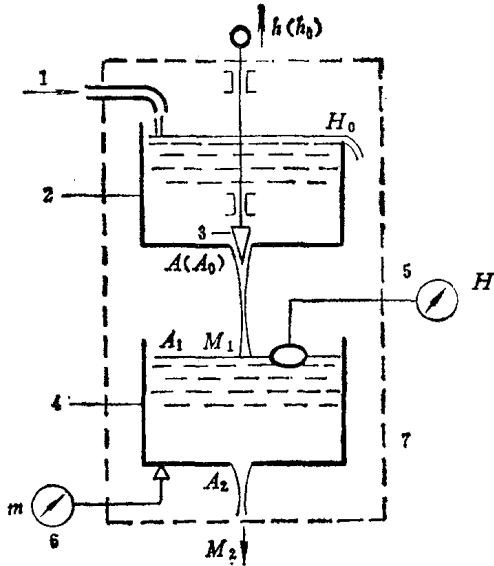


图1.1 一个液力系统的工艺简图

1. 输入口; 2. 溢水容器; 3. 阀门; 4. 流出容器;  
5. 液位指示; 6. 容量指示; 7. 系统界限。

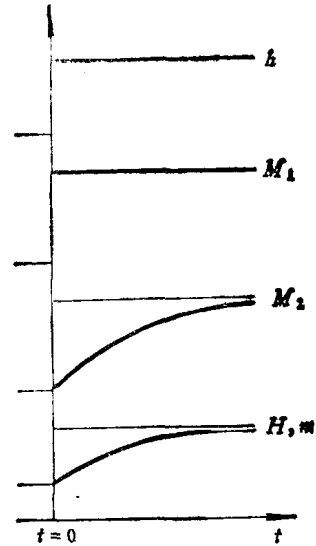


图1.2 当  $h$  阶跃变化时,  $M_1$ 、 $M_2$ 、 $H$  及  $m$  的时间历程

并不是所有提到的装置量对于驱动这个装置都有同等重要的意义。比如说, 水位  $H$  通常是一个更为重要的驱动量, 可以利用  $H$  调节一个附加的控制器, 再用控制器改变阀门冲程  $h$ 。而水位  $H$  往往很容易加以指示, 同时作为操作人员的判读依据。如果从第二个容器流出的液体被引入另外一个容器, 并且引起该容器液面的晃动时, 我们感兴趣的就会是流出量  $M_2$  了。此时, 问题可归结为研究液容量  $m$  的时间历程, 也可以理解为液体的称重过程 (图 1.1 中, 即用一个弹簧称表示液容量  $m$  的大小)。

上述例子中所用到的一些符号和概念, 一般可以引伸到其它任意情况。

我们观察一个系统 (液力装置)。这个系统由一些单个的部件 (带有阀门的溢水容器、流出容器) 所组成。这些部件按某种规律相互依赖、相互作用。系统以它的环境为界 (如图 1.1)。

这个系统处于外部作用的影响之下, 或者说是输入作用、输入量 (冲程运动) 的影响之下。它们会互为因果地引起系统量 ( $M_1$ 、 $m$ 、 $h$ 、 $M_2$ ) 的变化, 并因此而影响系统的状态。此处, 输入作用的现时变化, 会对系统量的未来值产生影响, 这就意味着存在一个动态系统。某些系统量 (如  $M_2$ ) 可以向外部作用, 或者从外部加以观察和测量 (如  $H$  或  $m$ )。这样的系统量, 或由它们所形成的量, 称作输出量。

输入量向系统量或输出量的传递, 是通过传递过程 (贮存和流出过程) 完成的。可通过有关的物理定律及系统参量 ( $H_0$ 、 $h_0$ 、 $A_0$ 、 $A_1$ 、 $A_2$ ) 确定这一传递过程。

在系统动力学范畴内, 人们感兴趣的是系统输入量历程和输出量历程之间的关系 (在本例中即  $h(t)$  和  $H(t)$  之间的关系), 这种关系称之为传递特性。

输入量、系统量、输出量统称系统变量, 它们按照一定规律彼此联系在一起, 并传递某种作用。这几个量一般也称作信号 (广义的信号)。在测量和调节技术中信号的含义要狭隘一些, 通常是指起信息载体作用的量。

为了便于进行理论研究，将上述一般概念和根据实际工程细节抽象出来的图形结合起来，利用所谓方框图来描述系统。方框可以代表一个系统，或者系统的一个机械部件、功能部件，见图 1.3(a)、1.3(b)。方框也可以使系统的数学描述或逻辑描述符号化，通过方框描述的运算或逻辑过程，将输入量和输出量联系在一起。我们称这样的图形为信号流程图或结构图。

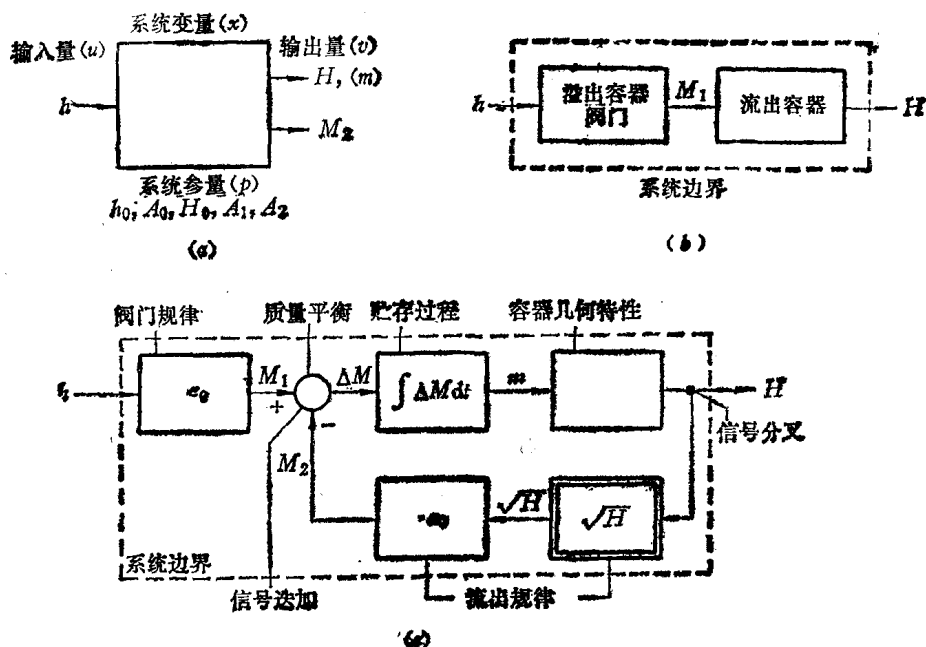


图1.3 液力系统的方框图描述

(a) 方框使整个装置符号化；(b) 方框使部件功能符号化；(c) 方框使信号之间的数学关系符号化。

输入量、输出量、系统量，亦即信号，在方框图中被画成一些线（信号路径），箭头表示作用方向。信号是可以分叉的，即可以在几个方位上同时有效而不减弱，见图 1.3(c)。同一类型的信号通常是可以迭加的，见图 1.3(c)。

下面，对于已经提到的一些概念的中心意思，用相应的定义再一次的归纳一下。

系统——相互处于合乎规律的关系中的部件的总称。一个系统总是有一个具体的或抽象的环境界限。

动态系统——一个系统，其内部状态在外部作用的影响下，成因果关系地产生这样的变化，即一个现时的作用会影响到系统将来的状态。

输入作用——从周围环境产生的与动态系统的变化有因果关系的效应。

输入量（输入变量）——输入作用的量化量。

系统量（系统变量）——动态系统的量化特性及内部效应随输入量的变化而变化，并通过这种变化向外部传递信息。

输出量（输出变量）——向外部作用的，能从外部观察到的系统量，或者是由这些量进一步形成的量。

传递过程——物质或信息的发生现象，通过这一现象，输入量对动态系统的系统量及输出量产生作用。

传递特性——系统的输入量历程和由此造成的输出量历程之间的关系。

系统参量（系统特征量）——一些使传递过程得以限定的常量或变量。

动态系统的结构——输入量、系统量以及输出量按一定规则的连接方式。

广义的信号——合理传递的输入量、输出量、系统量的统称。

狭义的信号——传递合理信息的量。

系统方框图——动态系统的抽象的图形描述。

信号流程图——动态系统的输入量、系统量和输出量之间的数学联系的图形描述。

### 3. 基本任务

在 1. 中, 我们列举了各个技术领域中系统动力学所担负的任务, 不过只是建立了这门学科与实际应用的联系, 并未涉及系统动力学的一般法则。借助于上一节定义的基本概念, 现在有可能阐明这样一个原理: 不同的应用领域所出现的系统动力学问题, 可以归纳为极少的几种基本任务, 使得一般性研究方法的优点变得更为明显。

实际的动态系统几乎总是带有好几个输入量和好几个输出量。为简单起见, 我们仅以单输入-输出系统作为研究对象, 其方框图如图 1.4 所示。这样做是合理的, 因为研究清楚了这种简单情况, 就可以过度到更为复杂的多输入-输出系统的研究。

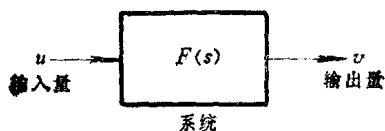


图1.4 单输入-输出系统的方框图

表 1.1 汇集了有关系统动力学基本任务及其典型应用实例的说明。

表1.1 系统动力学的基本任务

基本任务	给 定	待 求	应用场合举例
1. 系统分析	$u, F(s)$	$v$	测量技术, 控制技术, 调节技术, 振动分析
2. 系统逆分析	$F(s), v$	$u$	测量技术, 控制技术, 跟踪技术
3. 系统识别	$u, v$	$F(s)$	实验技术, 过程建模
4. 系统综合	$u$ , 以及所希望的 $v$ 的特性	可实现的最优化的 $F(s)$	动态过程的优化设计, 测量技术, 调节技术

实际应用中经常遇到的任务是所谓的系统分析。此时, 系统是已知的, 多半以结构图的形式或工艺流程图的形式给定的, 也可以是一个具体的能驱动的装置, 以便与启动或干扰条件相联系。不管是哪一种情况, 都存在进行系统分析的可能性。如果是后一种情况, 就存在实验研究的可能性。

求解的基本任务之一是, 由已知的输入量变化过程的  $u$  以及给定的所研究的系统的传递特性  $F(s)$ , 求未知的输出量变化过程的  $v$ 。对大量的不同工程领域的系统动力学

问题都可以归属为这一类问题。

但有一类问题与上述问题刚好相反，即输出量的变化过程以及系统传递特性是已知的，而把要求得出的输入量的变化过程，称之为系统逆分析。

另一类问题是所谓系统识别（也有称过程辨识的），此时输入和输出过程的  $u$ 、 $v$  是已知的，待求的是系统的传递特性  $F(s)$ ，实际上是建立传递过程的数学模型（过程模型）。这类问题中最典型的是各种实验建模方法。

凡是以动态的观点采用系统分析的方法进行构思和设计，都会遇到所谓的系统综合问题。在处理这类问题时，通常应事先给定输入量  $u$ ，系统的初始状态，以及待求变量或参数的允许变化范围。进而要对输出量  $v$  的品质及系统特性的品质规定一个计值的准则。待求的量就成为该系统可以实现的最优的传递特性（结构和参数）。当结构也是事先给定时，问题就简化为对系统参数的优化。

为了能够对以上提出的各类基本问题进行实际求解，无论是信号过程（ $u$ 、 $v$ ）还是传递过程，都必须以一个适于计算的方法描述，也即应该构成一种数学模型。以下两章分别介绍信号和传递过程的数学模型，以及获得这类模型的方法。

## 第二章 信号及其数学描述——信号模型

### 1. 信号的一般特性

在第一章，我们已经对信号这一概念下了定义。为了便于今后的研究，也可以理解为：一个信号在数学上是时间的函数。它的变化规律则表示所需传递的某种信息。因此，我们说信号是信息的载体。

在多数情况下，信号是通过测量得到的。实际测量时，在测量有用信号的同时，不可避免地会受到各种干扰的影响。因此，由测量仪器给出的信号总是由有用信号和干扰信号两部分混合而成的。系统所传递的就是这种混合的信号。产生干扰信号的原因是多种多样的，如静电场或电磁场、震动、温度波动、分子运动产生的电阻变化等，这得视具体情况而定。

**有用信号** 表示有意用来传递感兴趣信息的那部分信号。

**干扰信号** 表示无意混入的、亦即传递无用信息的那部分信号。干扰信号使有用信号发生畸变，使有用信号的辨认（解调）变得困难。

当信号用作信息载体时，必须要有一个编排的规则（代码、编译规则等），用来规定信息和信号相应特征之间的关系，这种关系称之为信息参量。信息参量的选择应以信号类型（如直流电压、交流电压等）为准。表 2.1 列出了一些常用的信息参量。

表 2.1 典型信号的信息参量

信号类型	常用的信息参量
等值量（如压力信号）	幅值
变化量（如交变电压）	幅值、频率
脉冲量（如力脉冲）	脉冲幅值、脉冲持续时间、脉冲频率、脉冲相位、脉冲编码

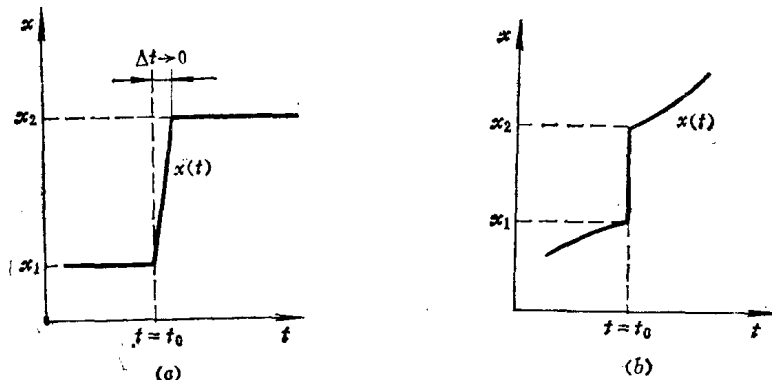


图 2.1 用来确定一个模拟信号的阶跃变化

信息参量必须是时间的单值函数。在信号是阶跃变化的情况下,通过下面描述的规则使单值性的必要条件得到满足。可以设想一个有前沿的过程,从 $x_1$ 过渡到 $x_2$ 。阶跃变化即为过渡时间 $\Delta t$ 趋向零的极限情况,见图2.1(a)。对于这种极限情况,就可采用描述规则,参见图2.1(b)为

$x(t_0^-) = x_1$ , 在时间点从 $t < t_0$ 趋近 $t_0$ 时的极限值;

$x(t_0^+) = x_2$ , 在时间点从 $t > t_0$ 趋近 $t_0$ 时的极限值。

## 2. 信号分类

习惯上总是使信号特征与一定的数学描述相匹配,以便于分析计算。下面将根据这一观点对信号进行分类。

**连续和非连续信号** 所谓连续和不连续都是对时间而言的。连续信号是指每一任意时间点都存在的信号。非连续信号是在有限个时间点上存在的信号,在通常情况下,这些时间点的间隔是相等的。

**模拟信号和离散信号** 这两种信号的区分标志与信息参量有关。对于一个模拟信号,信息参量的瞬时值在任意精细的层次上都可以变化,亦即在一个确定的范围内信息的存储量是无限大的。与模拟信号相反,一个离散信号的信息参量的瞬时值并不是处处都能非常精细的,而只是在某一确定的最终层次上变化。

通常只是研究模拟信号,而离散信号则可以看作有限制的等值信号加以研究。

**确定性信号和随机信号** 确定性信号指的是信号本身的时间历程以及信号的信息参量的时间历程,这可以精确地给出,因而可以事先加以确定。与此相反,一个随机信号的时间历程与许多偶然因素有关,因此不能逐点准确地加以描述,而只能以某种概率加以预测。

有用信号常常是确定信号。干扰信号常常是随机信号。不过这种情况并不是一种普遍规律。

**周期信号及非周期信号** 如果在相同的时间间隔内信号重复,我们称之为周期信号。也即有

$$x(t) = x(t + nT_0), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

经时间差 $\Delta T = \pm nT_0$ ,可以使信号历程 $x(t + nT_0)$ 与原信号历程 $x(t)$ 相一致。注意,这只适用于由唯一的时间间隔来描述的时间历程。

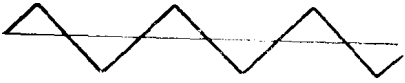
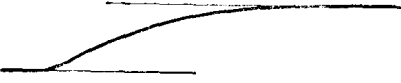
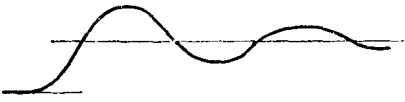
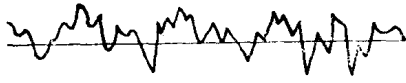
与周期信号相反,非周期信号本身不能用时间差来吻合。为了完整地描述这种信号历程,原则上需要对整个时间域 $-\infty < t < +\infty$ 进行研究。

**单调信号以及振荡信号** 如果一个信号历程在所研究的时段内是不振荡的,可称之为单调信号。与之相反,振荡信号表示一个振动过程。

**平稳信号与非平稳信号** 如果对一个信号的观察时间加以延伸或扩展,而信号的统计特性不发生变化,则可称之为平稳信号;如果这一要求得不到满足,则称之为非平稳信号。有关信号统计特性的一些概念,详见本章4.之内容。

表2.2列举了几种模拟信号的典型历程,用图形描述了以上所作的一些定义。可以看出,同一信号可以归属于不同的类别,视所研究的是哪一种参量而定。比如说,一个在时域内连续的周期性模拟信号,在频域内则表现为不连续的离散信号。

表2.2 典型的模拟信号时间历程

信号历程	确定的	随机的	非周期的	周期的	单调的	振荡的	平稳的	非平稳的
	×			×		×	×	
	×		×		×			×
	×		×			×		×
		×	×			×	×	×

实际上, 如表中所列的这类纯粹的信号形式可以说是非常少见的。大部分的由测量所得的信号是两种、或者更多种纯粹信号的混合。特别是对于一些确定性信号, 常常要考虑随机干扰信号(测量噪声)以及周期干扰信号(电源噪声)的混入。

### 3. 确定性信号的数学描述方法

一个信号及其信息参量的时间历程, 可以在时间域内直接加以描述, 也可以在频率域内间接加以描述。相应的便有不同的数学方法可供使用。能否正确地选择描述方法, 取决于对有关方法的特性及适用范围的了解程度。下面介绍与此有关的一些基本知识, 所涉及的均为模拟信号。

#### 3.1 在时域内描述模拟信号

当在时域内描述信号历程时, 信息参量  $x$  被描述为独立变量时间  $t$  的函数。

##### 3.1.1 解析表示

某些情况下, 在所感兴趣的时间间隔内, 函数  $x(t)$  可以用一个解析式子表示。某些简谐振动就是这样的典型例子, 如

$$x(t) = x_0 \cos \omega_0 t \quad (\text{时间范围 } -\infty < t < +\infty)$$

指数历程也是一种典型例子, 如

$$x(t) = k \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \quad (\text{时间范围 } 0 < t < +\infty)$$

有时候用三角函数和指数函数的合成来描述一个时间单边限制的连续信号历程。

除以上这些连续信号以外, 常常需要描述这样一类信号: 它们总的说来是周期性的,



