2

进　展

这一部分综述国内外一年来自然科学的进展，按学科分类排列，以便读者就所需阅读的学科按图索骥。各学科内容与《自然杂志年鉴1979》衔接。

170

数　　学

数　　论

解析数论　一年来在某些经典问题的研究中取得了进展。陈景润研究了等差级数中最小素数的上界估计，即当C为何值时，在首项为l公差为q的等差级数中一定存在数值不超过q^C的素数。满足这一条件的C称为Линник常数。自1959年潘承洞证明了$C\leqslant 5448$以后，经过不少数学家的努力，到1977年芬兰数学家Jutila证明了$C\leqslant 80$及$C\leqslant 36$。1979年陈景润得到$C\leqslant 17$。

在哥德巴赫猜想的研究中，陈景润、潘承洞得到哥德巴赫数的例外集$E(x)$的一个上界估计式。哥德巴赫数的例外集是指不能表示为两个奇素数之和的不超过x的偶数的集合。哥德巴赫猜想即哥德巴赫数的例外集中不含有大于或等于6的偶数。1975年Montgomery和Vaughan证明了必存在一个正数δ，成立$E(x)=O(x^{1-\delta})$。1979年陈景润、潘承洞给出了δ的定量估计式：$E(x)=O(x^{0.99})$。

在研究一个充分大偶数n分解成两个素数之和的分法个数$r(n)$的上界估计式方面，陈景润证明了

$$r(n)\leqslant 7.8342C_N\frac{N}{\log^2 N}。$$

这里C_N是一个无穷乘积：

$$C_N=\prod_{p\geqslant 2}\left(1-\frac{1}{(p-2)^2}\right)。$$

这一结果改进了Davenport和Bombieri在1965年得到的估计式

$$r(n)\leqslant 8\ C_N\frac{N}{\log^2 N}。$$

北京大学潘承彪应用潘承洞-丁夏畦的均值定理给出$r(n)$上界估计式的一个简化证明。

1979年7月在英国德拉姆(Durham)举行了国际解析数论讨论会。与会代表近80人，在会上宣读的报告和论文有40余篇。中国代表团第一次参加这一会议。在会上Selberg作了题为《筛法六十年》的报告。Inweniec报告了他在组合筛法及相继素数差上界估计方面的最新成果。相继素数差问题即研究θ为何值时，x与$x+x^\theta$之间一定有素数。1973年Huxley

应用黎曼ζ函数零点密度估计的结果得到$\theta>7/12$。Inweniec 及 Jutila 证明了$\theta\geqslant13/23$。Heath-Brown 与 Inweniec 首次将筛法应用到这个问题的证明中，进一步证明了$\theta>11/20$。我国的华罗庚、王元作了题为《数论在多重积分近似计算中应用》的报告；潘承洞作了题为《一个新的均值定理及其应用》的报告。

1980 年 4 月在济南召开了第二届全国数论会议，与会代表 32 人，共宣读论文及报告 22 篇。在会上，四川大学尹文霖、李中夫报告了他们在三维除数问题的研究中的最新成果。设$d_3(n)$表示将n表为三个因子乘积的表法数，则有

$$\sum_{n\leq x}d_3(n)=xP_3(\log x)+\Delta_3(x),$$

$P_3(\log x)$为$\log x$的一个二次多项式，三维除数问题即研究$\Delta_3(x)$的估计式。他们证明了

$$\Delta_3(x)=O(x^{127/282}),$$

这一结果改进了尹文霖在 1964 年得到的$\Delta_3(x)=O(x^{34/75})$。

山东大学楼世拓、姚琦改进了 Levinson 关于黎曼ζ函数在$\sigma=½$线上零点个数$N_0(T)$的下界估计。他们证明了

$$N(T)\geqslant0.35N_0(T),$$

这里$N(T)$是黎曼ζ函数在$0\leqslant\sigma\leqslant1$，$0<t\leqslant T$中的零点个数。该文也曾在国际解析数论讨论会上报告。

代数数论　在第二届全国数论会议上，四川大学柯召、孙琦报告了关于一系列丢番图方程解的性质的研究成果。他们证明了丢番图方程$x^4-2py^2=1$当p为奇素数时，除$p=3$、$x=7$、$y=20$外均无正整数解，还讨论了$x^4+4=Dy^2$及$x^2-Dy^4=1$等丢番图方程解的性质。

孙琦、郑德勋、沈仲琦等研究了数论变换，得到分圆域的整数剩余类环上 DFT 的一系列结果。

柯召、郑德勋得到了不含平方项的实系数三元恒定二次型$\varepsilon(ax^2+by^2+cz^2)$　$(0<a\leqslant b\leqslant c,\ \varepsilon=\pm1)$中对$b/a$的不同值有且仅有下面两对表数相同但互不等价的型：$t(x^2+y^2+z^2)$与$t(x^2+2y^2+2z^2)$和$t(x^2+y^2+2z^2)$与$(x^2+2y^2+4z^2)$。

中国科学院数学研究所王元研究了丢番图逼近。他改进了施密特关于丢番图逼近论中一个测度定理，而得到一组转换定理，即线性方程

$$\sum a_{ij}x_j+b_i=0$$

的解与线性方程

$$\sum a_{ij}y_i+b'_i=0$$

的解的关系。王元、王连祥、任建华得到一组同余方程组的转换定理。

王连祥、朱尧辰、徐广善应用施密特定理证明了一些级数的超越性。朱尧辰还给出判别实数是超越数或正规数的一个充分条件和实例。

山东大学于秀源、中国科学院数学研究所于坤瑞给出一类对数线性形式的上界估计。

一年来出版的专著有：四川大学柯召、孙琦的《初等数论一百例》、《谈谈不定方程》。《谈谈不定方程》一书概括介绍了不定方程的主要内容、历史上许多著名的问题和猜想，介绍了解决这些问题的方法，概述了一些近代成果。山东大学潘承洞的《素数分布与哥德巴赫猜想》一书以数论中的素数分布与哥德巴赫猜想这两个著名问题为中心，介绍了数论中一些基本概念以及研究这两个问题的主要方法，简要地叙述了哥德巴赫猜想的历史与现状。

四川大学孙琦、郑德勋、沈仲琦的《快速数论变换》主要介绍快速数论变换的理论、方法、应用及最新进展。 (楼世拓)

微分几何学

近年来国际上微分几何学的研究和交流活动十分活跃。1979 年 6 月在美国伯克莱加州大学为陈省身教授举行了国际微分几何学术会议。1979 年美国普林斯顿高级研究院作为几何年，集中地进行了微分几何学的研究。1980 年 8 月在北京举行了国际性微分几何和微分方程学术会议，有 17 名国外著名数学家前来作系统演讲，他们中好几位是各国科学院院士。这些会议和研究活动表明，微分几何学目前正处于一个非常活跃的阶段。微分几何的研究，除了继续保持以研究大范围性质为主的特征之外，偏微分方程理论在微分几何中的深刻应用，微分几何和理论物理进一步的沟通，也是近年来表现出的一个特色。

下面举一些例子来说明。

邱成桐继解决 Calabi 猜想之后，又和 R. Schoen，肖荫堂等人合作，利用极小曲面来研究流形的曲率和拓扑的关系，得到一系列重要成果。邱和 Schoen 又成功地证明了广义相对论中的正质量猜测。

调和函数、测地线、极小曲面的一个自然的推广是黎曼流形间的调和映照，其中心问题是证明调和映照的存在性定理及其奇性集的结构。Schoen 和 Uhlenbeck 研究了极小化的调和映照的奇性集，估计其维数，所得的结果包含前人的一系列存在定理和正则性定理作为其特殊情况。

另一个引人注目的方向是 Gromov 等人所从事的对黎曼流形的拓扑性质和几何性质的研究。这些研究使得黎曼流形的拓扑性质和曲率的关系逐步明朗起来，例如求出了非负曲率的黎曼流形的 Betti 数的界限等结果。

微分几何在规范场中的应用吸引了一些著名的数学家的重视及研究，出现了许多新课题，中心问题之一是求解杨-Mills 方程，这是流形上的一个非线性偏微分方程组。1978 年，Atiyah-Hitchen-Singer 应用著名的指标定理证明了四维球面上规范群为 $SU(2)$的不可约自对偶规范场依赖于 $8k-3$ 个参数(其中 k 为 Pontrjagin 示性数)。其后有不少人继续把微分几何用于杨-Mills 场，得到许多好的结果，例如这些自对偶解原则上已可以制作出来。就我们所知，数学家与物理学家均对 S^4 上无源的 $SU(2)$群规范场是否必为自对偶(或反自对偶)规范场感到兴趣，迄今虽尚未弄清，但有人已证明了 4 维球及某些更广泛流形上局部稳定的杨-Mills 场必定是自对偶的。又已证明了具有限作用量的杨-Mills 场的孤立奇点必可除去等等。此外 Morse 理论得到了推广，Twistor 理论继续在发展，这对于杨-Mills 场的研究均有影响。

近年来我国微分几何在国际上交流相当频繁，正在摆脱由于长期停顿所造成的困难，研究工作得到一定的开展，特别在杨-Mills 场的数学结构方面又陆续取得一系列成果，在调和映照和子空间理论方面也已经有了一定的研究成果。此外值得介绍的是在应用方面，近年来几何的计算机证明以及计算几何等方面都取得一定的研究成果。

规范场的数学结构 在杨-Mills 场理论方面，1974 年开始，由于杨振宁与复旦大学合作研究，促进了此项研究的开展，取得一系列成果。谷超豪以及微分几何研究室一些同志在这两年又得到新的进展。其中谷超豪的工作主要有：①证明了欧氏空间 R_n 上杨-Mills 方

程解的解析性并指出一切局部解的作法，并且指出利用 R_4 上任何局部解都能作出许多 H^4（单连通的负常曲率空间）的具有限作用量的整体解，并且它的作用量及 Pontrjagin 数可以取到任何实数。②指出 $S^3\times S^1$ 上确有杨-Mills 方程的非自对偶解的存在。③整体地决定了全部的平行杨-Mills 场(包括二维三维)。④他与胡和生合作，对任何紧致群，定出了一切的球对称规范场。胡和生在对于具质量规范场的研究中，证明了闵可夫斯基时空只有在 4 维时才可能有静态的有限能量解，发现了质量→0 时的一种新的不连续性。在关于规范场的规范条件的研究中，谷超豪与胡和生把规范场的洛伦兹规范条件的确定归结为变分问题，并提出一种新的规范条件(也用变分问题决定)，如果这种规范条件满足，场就有了新的守恒量。沈纯理研究自对偶解与无源解的关系，对于某些正数量曲率的 4 维黎曼流形，讨论了无源解为自对偶解的充分条件。

调和映照与子空间理论　调和映照是当前微分几何研究中引人注意的一个方面，它非但与许多几何问题及偏微分方程有密切联系，并且与理论物理中的一些问题有关。过去的数学文献中所讨论的往往只是黎曼空间(具正定线素)之间的调和映照，谷超豪建立了闵可夫斯基平面到完备黎曼空间的调和映照的完整理论，证明了对于任何 C^2 初值柯西问题的大范围解必存在。作为物理应用，这证明了二维的非 σ 模型是不会产生奇性的一种非线性场。

对于稳定调和映照，忻元龙证明了球面 $S^n(n\geqslant 3)$ 到任何黎曼流形的非平凡的稳定调和映照的不存在性，并推广到 S^n 的某些子流形去。他又证明了 Kähler 流形之间的一类稳定调和映照的全纯性。潘养廉证明了：对于欧氏空间 E^{n+p} 中紧致子流形 $M^n(n\geqslant 3)$，在法丛是平坦且只有 p 个全脐点方向时，不存在从 M^n 到任何紧致黎曼流形的稳定调和映照。

陈咸平证明了球面中子流形是极小子流形的充要条件为它的高斯映照是调和映照。

对于子空间理论也有一系列的研究成果。Simons 在 1968 年得到，S^{n+1} 中具常数量曲率的极小超曲面的第二基本形式长度的平方 S 是一个常数。如果 $0\leqslant S\leqslant n$，则 $S=0$ 或 $S=n$。问题是，是否存在 S 的下一个空隙？如果存在，是多少？彭家贵（与滕楚莲合作）对此给出了部分回答，首先确定了下一个空隙是存在的，即设 $M^n(n\geqslant 3)$ 是 S^{n+1} 中的闭极小浸入超曲面且 $S=\text{const}$，如果 $S>n$ 则 $S>n+\dfrac{1}{12n}$。并且在 $n=3$ 时，如果 $S>3$ 则 $S\geqslant 6$。与此相关，潘养廉证明了：若 S^{n+1} 中常数量曲率、紧致的极小超曲面的截面曲率以 1 为上界，则 M^n 是大球 S^n 或 $S=2(2n-3)$，并且在 $n=3$ 时决定了这些极小超曲面。这些工作改进了 Naoya Doi (1980)的结果。他还得出了对 E^n 中具有平均曲率的紧致子流形 M^n 的一个积分不等式，并证明当等号成立时，M 的高斯映照是全测地映照。由此对具平行平均曲率的子流形推出一系列的结果。彭家贵（与 M. do Carmo 合作）推广了 R^3 中 Bernstein 定理得出：设 χ: $M\to R^3$ 是一稳定完备的极小浸入，则其象是平面。

此外，田畴与陈维垣还用管状超曲面得到欧氏空间中任意余维数的紧致定向子流形上的某些积分公式，将全曲率的有关结果推广到子流形上，并应用 Morse 不等式建立了子流形局部性质与整体性质之间的某种关系，又推广了在超曲面场合由 B. R. Gardner 得到的积分公式及闵可夫斯基公式。张维弢得到 R_n 中的非负曲率紧致超曲面的几个充要条件。

严志达在他过去对实半单纯李代数分类研究的基础上，对于对称黎曼空间的谱理论进行了研究，给出了所有秩 1 的紧致对称空间的谱及其相应的截面曲率。

蒋声、沈一兵分别利用标架法与全脐点超曲面得到常曲率空间的新特征，蒋声并把他的结果应用于惯性坐标系的研究中。黄正中研究了容有正交全脐点超曲面族的爱因斯坦流形，他还与马传渔合作研究了具半对称度量联络的空间。王启明研究了复射影空间中的等参数超曲面。刘书麟研究爱因斯坦张量的某种不变性。吴光磊把嘉当引理推广到高次外形式。梅向明讨论了子流形上的亚纯向量场。李翊神与田畴还研究了演化方程。他们都得出有意义的新结果。

几何定理的机械化证明　另一个引人注目的方向是微分几何定理的机械化证明。吴文俊于 1977 年发现了一个与 Tarski 和其他人所使用的完全不同的方法，对几何定理给出行之有效的机械化证明。后来，在理论上又有突破，将这一方法有效地发展到微分几何中去。一大批微分几何的定理都可以用机器加以证明，并可用以发现新的定理，这是一个大有发展前途的研究方向。

除了上面这些新成果外，还需要特别提出的是，苏步青继续整理他多年来的丰富研究成果，出版了《射影共轭网理论》、《微分几何五讲》、《计算几何》等专著。　**（胡和生）**

拓　扑　学

代数拓扑学和微分拓扑学在五十年代和六十年代取得飞跃的发展，并且对于几乎所有重要的数学分支从代数数论、代数几何一直到偏微分方程、微分几何都产生巨大影响。以致 Dieudonné 说，现代数学可以说是处于以代数拓扑学和微分拓扑学为中心的时代。

代数拓扑学研究拓扑空间的同调论、同伦论、广义上同调论。它们的理论相当丰富，具体的计算却十分困难。最典型的例子是球面 S 的同伦群，现在仍然所知不多。Serre (1953) 证明 $\pi_m(S^n)$ 对于 $m>n$ 是有限群，除了 $\pi_{2n-1}(S^n)$ 当 n 为偶数时的情形之外。后来一般结果很少，最近 Selick (1978) 证明，对于 $\pi_n(S^3)$ 的 p 分量 x，均有 $px=0$。Cohen, Moore, Neisendorfer (1979) 推广到 S^{2i+1}，证明对于 $\pi_n(S^{2i+1})$ 的 p 分量 y，都有 $p^iy=0$。

(*Ann. Math.*, 1979)

一个复合形同调群的秩数可以归并成一个庞加莱级数，设 ΩE 为单连通有限复合形 E 的闭路空间，则 ΩE 的庞加莱级数定义为

$$p(\Omega E)=\sum_{i=0}^{\infty}\operatorname{rank}H_i(\Omega E;\mathbf{Q})t^i,$$

其中 rank 表示秩，$\mathbf{Q}$ 为有理数域。Serre 曾猜想 $p(\Omega E)$ 是 t 的有理函数。最近 Anick 造出一个例子否定了这个猜想，他造的例子是五个 S^2 和七个 e^4（四维圆盘）构成，连接映射由一些 Whitehead 积构成。

格拉斯曼流形的符号差（signature，也称指数 index，即中间维数的上同调群由上积构成的二次型的符号差）最近才算出，其结果为：$G_{n,k}$，n 偶，是 $k(n-k)$ 维可定向流形。

$$\operatorname{sign}(G_{n,k})=\begin{pmatrix}\left[\frac{n}{4}\right]\\ \left[\frac{k}{4}\right]\end{pmatrix},\ \text{当}\ n,\ k\ \text{均为偶数，且}\ k(n-k)\equiv 0\ (\mathrm{mod}\ 8),$$

$\operatorname{sign}(G_{n,k})=0$，其他情形。　(*Pac. J. M.*, 1979)

最近，林文雄（音译）决定了无穷维实射影空间 RP^∞ 的稳定上同伦群（用谱定义）：

（1）如 $n>0$，则 $\pi_S{}^n(RP^\infty)=0$，

（2）如 $n=0$，则 G. B. Segal 映射 $A(Z_2)^\wedge \to \pi_S{}^0(RP^\infty)$ 是同构。其中 $A(Z_2)$ 是 Z_2 的 Burnside 环，$\wedge$ 为其完备化。$A(Z_2)^\wedge = Z_2 \oplus Z_2{}^\wedge$，$Z_2{}^\wedge$ 为 2-adic 整数。由此可以证明 Mahowald,Segal, Sullivan 许多猜想的某些情形。(*Math. Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1980)

最近 Koschorke 引进球面稳定同伦群 $\pi_n{}^S$ 的一个不变量 Q_n: $\pi_n{}^S \to Z_2$。它的定义是对应于 $\pi_n{}^S$ 的元素的定向流形 M^n 到 R^{n+1} 的浸入，取值为该浸入的 $(n+1)$ 重点的数目 (mod 2)，显然 $Q_0 \neq 0$, $Q_1 \neq 0$, Banchoff (1974) 证明 $Q_2=0$, Freedman 证明 $Q_3 \neq 0$，并猜想 $Q_i=0$（除了 $i=0,1,3,7$），最近 Eccles 证明了 $Q_i=0$，除了 $n=0$，1，3。也就是说，除了 $n=0,1,3$ 之外，定向流形 M^n 的余维为 1 的浸入 $(n+1)$ 重点数都是偶数。显然这个结论对于不可定向流形是不对的（RP^2 到 R^3 中的浸入只有 1 个 3 重点）。

(*Math. Proc. Camb. Phil. Soc.*,1980)

关于不动点集有一个老的猜想，P. A. Smith 猜想(1939)。设 T 为 S^3 上一个周期为 2 的自同胚变换，若 T 的不动点集 F 同胚于 S^1，则 F 在 S^3 中不打结。1980 年，Thurston, Bass 等人证明这个结果。但高维 P. A. Smith 猜想早已证明是错的。

(Giffen 1966, Gordon 1974)

微分拓扑学的主要问题是流形的拓扑分类。一维流形的分类是显然的。二维闭流形的拓扑分类已在十九世纪中叶由黎曼给出。一百多年来三维、四维流形分类问题一直没有多大进展，其中主要的拦路虎是庞加莱猜想：任何单连通三维闭流形一定与三维球面同胚。许多人进行大量的工作，多次声称已经证明（从证明四色猜想的 Haken, 到 1980 年的 Pitcher)，但都存在漏洞。最近，Thurston (1977～　)对于具有双曲结构的三维流形进行分类，得到较完整的结果。

Anande Swarap 最近证明三维流形的一些有限性结果，其中之一是：对于给定的基本群，只有有限多个互相不同胚的、有边缘的、紧致的、可定向的、不可约的三维流形。K. Johannson 也宣布过这个结果。　(*Bull. Lond. Math. Soc.*, 1980)

三维流形虽然仍有许多困难，但是近些年来有较大的进展。与此相比，四维流形所知甚少。最近知道，连三维流形的一些基本定理也不成立。例如 Dehn 引理，它大致是讲三维流形 M 中有一个二维圆盘 D，其边界是单纯多边形 C，如果 C 在 D 中的邻域里是不含奇点的，则 M 中存在一个不含奇点的二维圆盘也以 C 为边界。Dehn 在 1910 年对这个定理的证明是不完备的，1957 年 Papakyriakopoulos 等人给出完全的证明。但它的四维情形已经证明是不对的。松本等人甚至造出一个可缩的、非紧 PL-4 流形 W_0，使 $\partial W_0 \approx S^1 \times R^2$，但 ∂W_0 中没有非同伦平凡的闭道路能够是 PL 嵌入圆盘的边界。他们同时还举出单连通 PL-4 流形使 Papakyriakopoulos 证明的球定理的四维情形也不成立。　(*Inv. Math.*, 1979)

但是一般的四维流形，Kirby 等人有许多研究。对于光滑、紧致、单连通的 4 维流形 W^4，一般办法是把它描写为环柄体。如果 W^4 可由 B^4（4 维闭球体）粘上 2 环柄的话，就可以使用 Kirby 的 framed link 演算(1978)。但是，许多 W^4 含有 1 环柄和 3 环柄。最近，Trace 证明，如果两个 4 维流形都是由同一个单连通 4 维流形粘上同样数目的 3 环柄，且都具有连通的边缘，则这两个 4 维流形必定微分同胚。S. J. Kaplan 又进一步得到，每个光滑、紧致、单连通的 4 维流形 W^4，都可由 B^4 用在 ribbon disk 上进行换球术加上 2、3、4 环柄得到。

(*Topo.*, 1980)

（胡作玄）

单复变函数论

由于见闻有限，我们只能简述值分布论、单叶函数论和复变函数逼近论方面的某些进展。

值分布论 （1）设$f(z)$在$|z|<1$内全纯，A. Bernstein（1979年7月在英国Durham复分析会议上的报告）证明了$f(z)\in$ BMOA 的充要条件是

$$\sup_{|a|<1}\left\{T\left(1,\ f\left(\frac{z+a}{1+\bar{a}z}\right)-f(a)\right)\right\}<+\infty。$$

（2）设无界区域D至少有一个有穷边界点，$f(z)$在D内全纯，且对于D的每个有穷边界点ζ有$\overline{\lim\limits_{\substack{z\to\zeta\\ z\in D}}}|f(z)|\leqslant 1$。又设$\lim\limits_{r\to\infty}\sup\limits_{\substack{|z|=r\\ z\in D}}|f(z)|/r=0$，D. J. Newman 曾猜想有$|f(z)|\leqslant 1(z\in D)$。W. H. J. Fuchs（1980年3月在美国普度大学举行的经典复分析会议上的报告）证实了这个猜想。

（3）设$f(z)$为一整函数，W. K. Hayman 曾猜想相应于渐近值∞，存在渐近路径，它在圆$|z|\leqslant r$内部分的长度为$O(r)$。A. A. Гольдберг 与 A. Э. Еременко（*Матем. Сборник*, **109** (1979) 555）否定了这个猜想。

（4）设$f(z)$在角域S内全纯，在较小的角域S'内其级$\geqslant\rho$ $(0<\rho<+\infty)$，且在S'内$f(z)$的零点的收敛指数也$\geqslant\rho$，J. E. Littlewood 曾猜想在S内$f(z)$的a值点的收敛指数恒$\geqslant\rho$，至多除去一个有穷复数a。W. K. Hayman 与杨乐（《科学通报》，9 (1980) 385）证明了如果达到级$\geqslant\rho$的序列$\{r_\nu\}$适合（*）$\lim\limits_{\nu\to\infty}\dfrac{\log r_{\nu+1}}{\log r_\nu}=1$，则上述结论成立。他们还构造了函数，指出条件（*）是最佳的。

（5）对域D内的一族亚纯函数，如果族中每个函数$f(z)$在D内有$f(z)\neq 0$，$f^{(k)}(z)\neq 1$，W. K. Hayman 曾猜想该族应是正规的。顾永兴（《中国科学》，数学专辑（I）(1979) 267）已证实了这个论断。

（6）庄圻泰（*Sci. Sinica*, **23** (1980) 141）指出在 Pólya 峰序列与型函数间存在紧密联系，并给出关于 Pólya 峰的一些定理的推广。

（7）杨乐（*Sci. Sinica*, **23** (1980) 16）证明了：设$f(z)$为$\lambda(0<\lambda<+\infty)$级整函数，则存在一条方向，使得在含此方向的任意角域内，$f(z)$的重级$\leqslant k$的a值点的收敛指数与$f'(z)$的重级$\leqslant l$的b值点的收敛指数两者之中至少有一个等于λ。这里a, b为两个任意的有穷复数，且$b\neq 0$；k, l为两个任意的正整数，且$\dfrac{2}{k}+\dfrac{1}{l}<1$。

（8）设$w(z)$为由$\psi(z,w)\equiv A_\nu(z)w^\nu+A_{\nu-1}(z)w^{\nu-1}+\cdots+A_0(z)=0$定义的$\nu$值代数体函数，其下级$\lambda$有穷。吕以辇（*Sci. Sinica*, **23** (1980) 407）证明了：当$\lambda\geqslant\dfrac{1}{2\nu}$时，$w(z)$的直接超越奇点的数目$p\leqslant 2\nu\lambda+2(\nu-1)$；当$\lambda<\dfrac{1}{2\nu}$时有$p\leqslant 2\nu$。

单叶函数论 （1）设$f(z)=z+\sum_{n=2}^{\infty}a_nz^n\in S$在$|z|<1$内是单叶且正则的。龚昇（《中国科学》，数学专辑（I）(1979) 202）证明：若$|a_2|<1.635$，则比勃巴赫猜想$|a_n|<n(n\geqslant$

2)成立。任福尧(《中国科学》，数学专辑(Ⅰ)(1979) 275)证实：若 $|a_3|<1.71$，则对一切 n 其比勃巴赫猜想成立。

(2)龚昇(*Sci. Sinica*, **23**(1980)1)给出了第六项系数的比勃巴赫猜想一个简单的证明。

(3)龚昇(《科学通报》，15(1980)673) 给出了 Fitzgerald不等式的另一种改进形式，并在比勃巴赫猜想的证实上给出了一些有趣的应用。胡克 (《科学通报》，13(1980)577 推广了龚昇(《中国科学》，3(1979)237)得到的 Fitzgerald 型偏差定理。

(4)设 $f(z)=z+\sum_{n=2}^{\infty}a_n z^n$ 是在 $|z|<1$ 内近于凸的函数。Y. Leung (*Proc. AMS*, **76**, 1(1979) 89)用 Lebedev-Milin 不等式证明：若 $f(z)$ 是 $|z|<1$ 内近于凸的函数，则对一切 n 和 m, M. S. Robertson 猜想成立：

$$||n|a_n|-m|a_m||\leqslant|n^2-m^2|。$$

(5)设 $F(\zeta)=\zeta+b_1\zeta^{-1}+b_2\zeta^{-2}+\cdots\in\Sigma'$ 在 $1<|\zeta|<+\infty$ 内单叶且正则，$G(w)=F^{-1}(\zeta)=w+B_1w^{-1}+B_2w^{-2}+\cdots$ 是 $F(\zeta)$ 的逆函数。任福尧(科学通报(英文版)**25**, 4(1980) 277)证明 $k=8$ 时 Springer 猜想成立：

$$|B_{15}|\leqslant 429,$$

等号当且仅当 $F(\zeta)=\zeta+\eta\zeta^{-1}$, $|\eta|=1$ 时成立。

(6)G. Schober (*Kodai Math. J.*, **2**, 3 (1979) 411) 开展了具有拟共形扩张的单叶亚纯函数的逆函数的系数估计，作为极限情形也证明 $k=8$ 时 Springer 猜想成立。

(7)R. Kühnau 和 H. Blaak (*Math. Nachr.*, **91**(1979) 183)分别给出了圆环上共形映照和椭圆内部或外部上的共形映照具有拟共形扩张的充分条件。

复变函数逼近论 (1)Стороженко Э. А. (*Изв. АН СССР Сер.Матем.*, **44**, 4(1980) 946)将 H_p 空间中的 Jackson 定理推广到 $0<p<1$ 的情况。

(2)Шевчук И. А. (*Матем. Заметки*, **25**, 2 (1979) 225)进一步研究了由 Дзядык В. К. 开始研究的关于区域上多项式最佳逼近的阶的估计依赖于区域边界点的问题。在这方面还有 Андриевский В. В. (*Док. АН Укр. ССР*, 3 (1980)3; 6 (1980) 3) 的工作。他考虑了边界是拟保角及逐段拟保角变换时的情况。

(3)Куликов И. В. (*Изв. АН СССР Сер. Матем.*, **43**, 5 (1979) 1121) 研究区域上的比勃巴赫多项式，改变了过去要求区域边界满足利普希茨条件的要求，只假设了边界包含有有限个旋转点，且在这些点的邻域中满足适当条件，在 L_p 空间中逼近映射函数，得到了逼近阶的估计。

(4)Korevaar J. (*Lect. Notes Math.* (1979) 747)将区间上的 Müntz 定理推广到复平面上去，并且对缺项泰勒级数的性质作出了研究，还提出了一些没有解决的问题。

(5)沈燮昌(《科学通报》，3(1980)97)在一类很一般的 K_q 区域上得到了用具有固定极点的有理函数逼近函数时，最佳逼近阶的估计式及有理函数级数展开式。(还可以看《数学年刊》，1 (1980) 51)。

(6)Русак В. И. (*Рациональные функции как аппарат приближения*, Минск Изд--ва БГУ (1979)) 对于具有固定极点的有理函数在单位圆上引进了 Fejer, Vallée-Poussin, Jackson 算子，得到了最佳逼近的阶的估计。Китбалян А. А. (*Доклады АН Арм. ССР*, **69**, 1 (1979) 8)还对 Fejer 算子作了推广。Ровба Е. А. (*Док. АН БССР*, **23**, 11(1979)968) 将按 Чебышёв 多项式展开的理论推广到具有极点的有理函数中去。Русак В. И. (同上)还

得到了具有任意极点的有理函数的最佳逼近的精确估计式。Вячеславов Н. С.(*Матем. Сб.*, **108**, 2 (1979) 219)在区间上，对 L_p 空间中用有理函数逼近逐段解析函数，得到了阶的上下界估计，包含了过去已知的一些结果。

(7)Ибрагимов И. И. 在其著作《*Теория приближения челыми функчиями*, Баку (1979)》中研究上复平面上整函数的逼近问题。

(8)在 Padé 逼近方面，Дзядык В. К. (*Матем*, *Сб.*, **108**, 2 (1979) 247)对一些特殊函数研究了 Padé 对角线序列的一致收敛问题。Рахаманов Е. А. 等(*Матем. Сб.*,**112**, 2 (1980) 162)和 Лопес Г. О. (*Матем. Сб.*, **111**, 2 (1980) 308)分别对一般全纯函数或亚纯函数研究了 Padé 对角线序列的一致收敛性问题。 **(杨 乐 任福尧 沈燮昌)**

泛函分析

这里主要是简述线性泛函分析的几个方面。

算子理论是泛函分析近年来甚为活跃的一个重要方面。新出了两种算子理论的重要的国际性杂志：*Journal of Operator Theory* 和 *Integral Equation and Operator Theory*。

在不变子空间理论方面，Enflo 在一篇很长的论文(预印本)中举例说明存在可分的、非自反的巴拿赫空间，其中有这样的算子，其一切不变子空间都是平凡的。但该文很难读，据说尚未有人确切地复算过。S. Brown 利用函数代数和复分析(共形映照)的方法证明了次正常(subnormal)算子必存在不平凡不变子空间。他的这种方法被 Pearcy, Apostol 等人发展成为“S. Brown 技巧”，用来证明了某些类算子存在非平凡的不变子空间。

在非正常算子理论方面，夏道行引进了半亚正常算子的概念，建立了它的奇异积分模型，又给出了用广义记号算子决定亚正常算子谱的定理和用广义极记号算子决定半亚正常算子谱的定理。夏道行和李绍宽给出了亚正常算子和半亚正常算子的谱映照定理、谱投影及谱分割的定理等。Pincus 及夏道行把主函数、精刻函数及迹公式等引到亚正常算子及半亚正常算子的情况。Putnam 继续得到关于亚正常算子的谱及不等式的新的结果。

Carey 及 Pincus 证明了几乎正常的次正常算子的主函数必是整数值的。他们又系统地研究了几乎交换的酉算子对，并且把几乎正常算子的主函数、指标理论与几何测度论及函数代数理论紧密地联系起来得到一系列结果。Voiculescu 证明了具有有限重复度的几乎正常算子经过希尔伯特-施密特摄动后，它的 Pincus 主函数或 Helton-Howe 测度不变。Helton 及 Howe 得到了多个几乎交换算子的迹公式，并紧密地联系于伪微分算子或奇异积分算子。

江泽坚及其学生们研究了巴拿赫约化问题，取得一系列结果。严绍宗等对不定尺度空间上的酉算子和自共轭算子等建立了较准确的模型，并用以解决了一些有关谱分析中的问题。王声望对广义谱算子得到一系列结果。

樊巘等建立了算子式的 Pick 引理，Voiculescu 又发展了关于希尔伯特空间上算子经模理想算子摄动后的系统的理论。

在 C^* 代数方面，不少的数学家在研究分类问题，并取得了很多好结果。如沈昭亮用泛函维数群的工具对一类 C^* 代数进行分类。Douglas 等人对 C^* 代数的扩张及 K 同调理论作出新的发展，并用来研究流形上椭圆型微分算子的指标理论。蔡文端研究了 C^* 代数

间的正线性映照，得到有意义的结果。李炳仁对实 C^* 代数及张量积得到一系列结果。国外近年来对 C^* 代数上 KMS 态的研究较活跃。

Connes 发展了一种非常抽象的非交换积分，它密切地联系着 W^* 算子代数、分叶及非紧致流形上微分算子的指标理论，他的工作引起较为广泛的注意。Rickart 近年来有关于函数代数的一系列深入的结果。

用概率论方法研究巴拿赫空间的结构，取得了一系列进展，引起了人们的注意。Johnson, Maurey, Schechtnan 及 Tzafriri 等人得到关于巴拿赫空间，Orlicz 空间的对称结构的系统结果。

Gel'fand 等人对于辛结构的代数研究、有关的哈密顿算子理论和他们的一套形式变分理论很值得注意。

Gel'fand, Sharp 等人对可微分变换群的表示的研究，密切联系着点过程、局部流代数的表示和统计力学。夏道行在一定条件下求出了与这种表示有关的拟不变测度的 Radon-Nikodym 导数的一般形式，并且作出了另一类基本的既约酉表示。

此外国内还有林群的关于算子方程近似解的研究，阳名珠关于中子迁移算子的研究，郭大钧关于非线性积分方程的研究，王声望关于 Немыцкий 算子的研究，吴从炘关于核空间的研究，都取得相当好的结果。 **（夏道行）**

概　率　论

马氏过程　马尔可夫过程是概率论的一个历史颇为悠久的领域，近年来依然在蓬勃发展。“对称马氏过程”和“可控马氏过程”等新分支的出现便是一个很好的说明。

“马氏过程和位势理论”在五十年代由 J. Doob 和 G. A. Hunt 开辟，近些年被 Chung K. L. 等大力发展。过去国内无人触及。这两年王梓坤带了一些同志做了不少工作，使我国在这方面的研究有了一个良好的开端。王梓坤研究了高维布朗运动的末遇分布和极大游程，李志阐研究了中断马氏过程的平衡位势等问题。

马尔可夫链中的 Q 矩阵问题的研究，国内有较好的基础。例如 Q 过程的侯振挺唯一性定理曾荣获 1978 年度 Davidson 奖。新近，杨向群用分析方法完成了有限流出、有限非保守 Q 过程的构造，将 Q 过程的构造向前推进了一步。熊大国用概率方法讨论了一类特殊的 Q 过程——(Q, b) 过程的构造。笔者和郑小谷将侯氏定理推广到抽象空间。保守情形早先曾由胡迪鹤得到。接着，郑小谷又把 Q 过程的定性理论推广到抽象空间，他也推广了 Feller 边界。

对于不可逆马氏过程，即存在环流，钱敏平、汪培庄、龚光鲁作了深入的研究。郭懋正和吴承训研究了生灭 Q 过程和直线上某些扩散过程的环流分解。钱敏研究了椭圆算子的扩张与 $\hat{\hat{C}}$ 半群。对于可逆马氏过程也有不少进展。龚光鲁、钱敏研究了一维扩散过程的可逆性。侯振挺和笔者建立了抽象场论，提出了有势马氏过程新概念，它刻划了可逆马氏过程的本质特征。我们也讨论了生灭 Q 过程和单流出 Q 过程的有势性和可逆性及构造，给出了有力的有势性判准。笔者完成了保守有限流出有势 Q 过程的构造，给出了这种情形的不断有势 Q 过程的唯一性准则，讨论了抽象空间中的可逆马氏过程。郑小谷又作了推广和改进。

可逆马氏过程是一种对称马氏过程。对于后者，国外十分活跃。这一点从最近 P. Meyer

来华讲学中也可看出。但可列状态空间情形的主要结果属于国内。

这一年间，出版了两本研究专著：王梓坤著的《生灭过程与马尔可夫链》(科学出版社)和钱敏、侯振挺等著的《可逆马尔可夫过程》(湖南科学技术出版社)。

无穷质点的随机模型　六十年代中期，P. Л. Добрушин 等人提出了随机场，以作为研究经典统计物理平衡态的一种随机模型。它的中心问题是研究 Gibbs 态的存在唯一性。近年来，C. Preston 做了不少工作。

随机场是一种静态模型。七十年代，P. Л. Добрушин 和 F. Spitzer 等人又提出了用马氏过程来研究平衡态，即所谓无穷质点马氏过程。这是一种随机动力模型。物理上的定态相当于马氏过程的不变测度，而平衡态(即细致平衡)相当于可逆测度。问题是：给出反映系统随机演化速率的速度函数，马氏过程是否存在？何时唯一？何时可逆？何时可逆测度唯一？何时遍历？

明确的物理背景引起了普遍的注意，新的问题和困难吸引着人们去探索。因此，这个概率论新领域在国际上相当活跃。国内严士健带了一些同志从 1978 年开始从事这方面的研究工作。丁万鼎和笔者证明了具有紧邻速度函数的自旋变相过程可逆的充要条件是它有势。并且可逆测度集与吉布斯态集相重合。唐守正进一步排除了"紧邻"条件。严士健等把抽象场论推广到任意状态空间，有效地研究了一般速度函数的有势性和可逆性问题。给出了有势性的一些有力的判准。而已有的可逆性结果只是很特殊的情况。过程的耦合是研究遍历性的一种十分有效的方法。唐守正、刘秀芳、郑小谷用两种不同的方法把二元耦合推广到 n 元耦合。

1976年，R. A. Holley 和 D. W. Stroock 用鞅方法研究无穷质点的随机演化，给出了相当好的存在条件及唯一性条件。并且证明了鞅问题的解唯一时常是马氏过程。新近，L. Gray 对此有较显著的改进。

针对 I. Prigogine 等提出的耗散结构理论，严士健和李占柄曾用概率方法严格地导出了 Master 方程。接着，李占柄等又对 Master 方程所决定的概率流进行分解。并讨论了 Ляпунов 稳定性问题。　**(陈木法)**

鞅论与随机分析　近年来随着随机过程一般理论与鞅论的发展，在随机过程理论研究中出现了一个广泛的新领域——随机分析，这方面许多重要结果是由法国和日本的数学工作者得到的，尤其是 P. A. Meyer及其同事们。在我国，严加安在鞅论与随机积分的许多方面开展了研究，用较为"初等"的方法来规定关于半鞅的随机积分，并证明了积分的各种重要性质[1]，大大简化了 Meyer 和 Jacod 原来的工作，还讨论了可选过程的积分问题[2]。指数鞅一致可积性条件是鞅论中讨论较多的问题之一，严加安[3]得到了一些新的充分条件，包含了这方面已有的工作(诺维可夫[4]的工作为特例)，在方法上也较原来有很大改进。严加安[5]又引进半鞅可料表示性的概念，并刻划了存在这种表示的条件，该文在布朗运动下的特例能推出一些有用的结论。这方面其他工作可见〔6,7〕和黄志远等对平方可积鞅测度的讨论[8, 9]。局部时的研究原来只是对布朗运动的，近年来 Yor、Azèma 等人开始讨论连续局部鞅局部时的性质，郑伟安、何声武[10]把局部时与轨道性质联系起来并证明了连续局部鞅由它的初值和局部时唯一确定。严加安[11]推导了半鞅局部时的几个公式。

陈培德[12~15]对随机过程一般理论中一些问题进行深入的讨论，也包括了 σ 可积性概

念在离散鞅和过程投影理论中的应用。汪嘉冈[16]讨论了各类随机过程自然 σ 域在决定性时间上的连续性问题。

近年来国际上关于随机微分方程的研究是多方面的，严加安[17]利用Mèmin的方法研究了相当一般的关于半鞅的随机微分方程解的存在、唯一和稳定性问题。俞中明[18, 19]对随机微分方程和差分方程的各种稳定性开展了讨论。进行这方面工作的还有黄志远等[20]。

极限理论 研究随机现象在大量试验中的稳定性就是极限定理的主要内容。在历史上极限定理曾经是概率论研究的中心课题，直至今日，仍然十分受人注意，其中一个内容便是对弱相依平稳序列或高斯序列证明类似于独立序列的各种极限定理。张尧庭等[21]讨论非正则条件下独立同分布序列变叙中项的极限分布和吸引场。程士宏[22]则讨论弱相依平稳序列变叙中项的极限分布问题。林正炎等[23]证明了对弱相依平稳序列的随机和也成立与非随机和同样的极限定理。苏明礼对平稳高斯序列证明了类似于独立同分布情况的重对数律[24]。

其他 程乾生、谢衷洁[25, 26]对时间序列应用中密切有关的两个问题：谱估计的时窗选择和最大信噪比滤波，从数学上进行了严密的讨论。程乾生[27]直接用 H 空间同构的方法给出多维平稳序列的奇异性与瓦尔特分解的谱表示。沈世镒[28]讨论了一般离散序列模型的信源编码定理。徐光煇等[29]首次讨论了排队问题中另一个有用的指标——队长首次达到某个上、下界的时间分布，并对M/G/1模型求出了这一分布。关于概率论应用的工作见[30～32]。

1980年11月由南开大学主办在天津举行了第三届全国概率论学术会议，会上交流了大量科研成果。同以往相比，这次交流的论文题材广泛，数量质量都有一定提高，反映了我国概率论研究正在逐步赶上世界先进水平。 **（汪嘉冈）**

[1] 严加安, *Sèm. de Prob.* XⅣ *Lect. Notes*, 784 (1980) 148

[2] 严加安, 同上, 223

[3] 严加安,《数学学报》, **23** (1980) 293

[4] Новиков А. А., *Теор. вероят. и ее прим.*, XⅦ (1974) 717

[5] 严加安,《中国科学》(1980) 316

[6] 严加安, *Sèm. de Prob.* XⅣ. *L. N.*, 784 (1980) 220

[7] 严加安,《数学学报》, **23** (1980) 638

[8] 黄志远,《数学研究报告》7, 武汉大学(1980)1

[9] 黄志远, 许明浩, 胡则成, 同上, 11

[10] 郑伟安, 何声武,《数学年刊》, **1** (1980) 505

[11] 严加安,《数学年刊》, **1** (1980) 545

[12] 陈培德,《数学学报》, **23** (1980) 183

[13] 陈培德,《数学学报》, **23** (1980) 354

[14] 吕播,《数学学报》, **23** (1980) 323

[15] 郭成,《数学学报》, **22** (1979) 633

[16] 汪嘉冈,《复旦学报》, **19** (1980) 196

[17] 严加安, *Sèm. de Prob.* XⅣ. *L. N.*, 784 (1980) 305

[18] 俞中明,《南京大学学报》, 3 (1979) 7

[19] 俞中明,《数学年刊》, **1** (1980) 459

[20] 黄志远, 许明浩, 胡则成,《数学研究报告》7, 武汉大学(1980)22

[21] 斑成,《数学学报》, **23** (1980) 323

[22] 程士宏,《北京大学学报》, 4 (1980) 14

[23] 林正炎, 陆传荣, 陆传赉,《数学学报》, **23** (1980) 566

[24] 苏明礼,《吉林师范大学学报》, **3** (1980) 9

[25] 程乾生, 谢衷洁,《应用数学学报》, **2**(1979) 119

[26] 程乾生, 谢衷洁,《数学学报》, **22** (1979) 693

[27] 程乾生,《数学学报》, **23** (1980) 684

[28] 沈世镒,《数学年刊》, **1** (1980) 223

[29] 徐光煇,《应用数学学报》, **3** (1980) 34

[30] 许祯镛,《中国科学》(1979) 33

[31] 方开泰, 吴传义,《应用数学学报》, **2**(1979) 132

[32] 俞孔樾,《应用数学学报》, **2** (1979) 206

运 筹 学

运筹学各分支近两年来不论是理论研究还是应用研究都进展迅速，如数学规划论、离散最优化、应用图论和组合学、对策论、决策理论、随机服务理论、可靠性理论、数理经济学等重要分支目前都已发展成为应用数学中十分活跃的学科；而在应用方面，运筹学已广泛涉及诸如服务、存储、需求、议价、投资、市场、生产、时间表、管理、规划、决策、交通、网络、厂址选择、设计、维修、更新、检验、信息处理、能源、资源分配、环境、对抗、搜索等课题。两年来公开发表的运筹学文章为数极多，除发表于各国有关杂志上外，还大量刊登于一些论文集、会议录上，其数量估计近千篇，有些成果具有重要意义。下面简介国外成果：

数学规划 关于最优性条件的研究，多集中于两方面：一是研究无限维空间中由任意闭凸锥约束的规划问题的最优性条件，已得到广义的一阶和二阶必要条件与充分条件，从而知道广义充分条件并非有限维空间最优性的充分条件的直接推广，而是有本质的变化；一是研究 n 维空间中某些特别类型的规划问题的最优性条件，如 Fletcher 等人研究了目标函数和约束条件都含有“模”的不可微最优化问题，在不要求凸性的假设下得到一阶、二阶的必要和充分条件。Mangasarian 研究了二次规划、线性与非线性互补性问题具有局部唯一解时的必要条件。

对偶性理论 近来多致力于各种类型的对偶性理论的统一方面，由此导致对映象的半连续性的进一步研究。1980 年 Passy 和 Yutov 提出了伪对偶的概念，并研究了带等式约束的非线性规划的伪对偶定理。

算法 两年来，提出有效的新算法和研究其收敛性及收敛速度，仍然是最优化理论中极活跃的部分。常用的可行方向方法，在希尔伯特空间的紧致凸子集上的连续可微泛函的极值问题、不可微的规划问题和随机的规划问题中得到了发展。很有实用价值的广义既约梯度法（GRG）被进行了修正，从而使收敛性得到了证明。共轭梯度法的一个新进展是它与 BFGS 方法的结合，这很有益于共轭梯度法的计算效率。增广拉格朗日乘子法最近受到了较多的注意，证明了对于乘子的不同修正方法可以导致不同的收敛速度，目前已提出了几种修正乘子的方法。Powell 和 Han 等人对于非线性约束的一般规划问题的变尺度方法进行了很好的研究，他们证明了当拉格朗日函数的海色矩阵是不定矩阵时，变尺度方法仍有超线性的收敛速度。

多目标规划 Wierzbicki 在近几年间发展了一种新的基本理论，即建立在“参考性目标水准”和“标量化罚函数”这两个概念上的理论。几乎全部基本定理，包括 Pareto 最优性的必要条件和充分条件，都可通过这两个概念加以表达或推广。此外还发展了“和协解”的概念，证明了和协解在非下限点集中是稠密的。

不动点计算 连续映象的不动点的计算和应用在近十年来迅速发展为一个运筹学分支，它与非线性规划有密切的联系。目前已提出多种算法，它们能以任意精度逼近不动点，从而构造性地证明了不动点的存在性。这类算法还可被用来解代数方程组和一些非线性方程组。它们用来解非线性规划和非线性互补问题时，可达到线性或二次的敛速。

图论和组合学 这方面发展很快，研究课题极其繁多。值得注意的是，在六十年代末完成了 Heawood 定理的证明，1976 年证明了四色问题之后，关于图论的另外两个著名

问题：哈密顿问题和 Ulam 猜想，最近也有了新进展。在组合最优化方面，L. G. Khachian 的解有理线性规划的椭球算法得到了若干改进，它们多集中在如何选取更小的初始椭球，和在每次迭代时对椭球进行更多的切割。关于矩阵的全单模性的研究，也有引人注目的成果。

随机服务理论　这仍是一个很活跃的分支，近来对许多复杂的排队系统进行了研究。由于实用的需要，研究计算机网络系统的随机服务模型受到很多注意。它和随机服务系统的最优控制关系密切。在马氏决策规划的研究方面，借助于统计判决方法和 Bayes 方法，对系统状态只能部分观察的决策模型和对系统的转移概率全然不知的决策模型进行了研究，并得到了有意义的结果。

下面综述国内成果。

1979～1980年运筹学在国内发展迅速，成果累累。在各种学术交流会议上报告的文章约计有一百多篇，但已经发表在杂志上的文章为数不多。下面简述已发表的若干成果。

在无约束的规划方面，俞文魮、李元熹利用凸多面锥的正基的概念，证明了单纯形调优等直接法的收敛性；他们进而利用正基研究了带约束的规划问题，给出了直接算法及收敛性的证明。邓乃扬、张建中、诸梅芳对 Powell 直接法的理论基础作了研究，并对算法进行了改进；他们还对最小最大问题提出了拟 Topkis-Veinott 方法。在带约束的规划问题方面，越民义、韩继业提出了几种新的转轴运算，在此基础上，改进了 Wolfe 的既约梯度方法并证明了收敛性，从而解决了既约梯度法的收敛问题。越民义研究了一类单增点到集映象簇，并讨论了它在非线性规划中的应用。桂湘云、吴方和赖炎连改进了 Goldfarb 变尺度法，证明了改进的方法具有超线性的敛速，这解决了Goldfarb 方法对于一般目标函数的收敛问题。胡毓达等提出了解非线性约束的规划问题的 SCDD 方法，并有效地用于箱形简支梁结构的优化计算、涡轮机级轮周效率的最佳选择和干货船主尺度的最优设计。王长钰提出了具有混合转轴的可行方向法，它能处理线性约束条件发生退化的情况。章祥荪给出了改进的 Rosen-Polak 梯度投影方法，在很弱的条件下证明了收敛性。在总体极值的研究方面，郑权、张连生等对带有非线性约束的总极值问题提出了新算法，此方法有效地用于光学薄膜的自动设计、透镜初始解自动创成以及电网络最优设计。严仲德利用熵的概念也研究了总极值问题。在多目标规划方面，应玫茜和魏权令研究了单变量多目标规划问题的解法以及多目标规划的稳定性；陈光亚研究了有效点的性质和多目标规划的某类逼近问题。

在图论和组合最优化方面，朱永津和王建方研究了带长度限制的最优二分树和 k 分树问题；刘振宏、马仲蕃、朱永津和蔡茂诚研究了具有次限制的最小树问题；刘彦佩对图的平面嵌入问题得到比较好的结果；邵品琮等对一类有约束的最短连线问题给出了最优解的算法；越民义和韩继业给出了 $m\times n$ Flow-shop 排序问题的最优顺序的算法。在应用方面，杨德庄和刘奇志用整数规划解决了变压器铁芯的最大截面问题，陈开明研究了飞行训练的编队问题。

在随机最优化方面，董泽清研究了连续时间平均目标的马氏决策规划，对于可列的状态集和决策集给出了最优决策的算法；徐光煇和颜基义得到了 GI/M/S 随机服务系统的首达时间的分布律；曹晋华和程侃研究了两部件热贮备系统的可靠性，分析了故障和失效率。在应用方面，郭绍僖利用随机模拟方法研究了矿山的合理开发；王淑君用可靠性方法研究了“失效率等级鉴定抽样方案”。

（**韩继业**）

控 制 理 论

在所评述的这一年当中，控制理论仍沿着它已有的一些路子向前进展。这里包括线性系统的理论、分布参数控制系统、随机控制系统、系统辨识、自适应控制系统、非线性控制系统、大系统(复杂系统)和模糊系统等等的理论。

理论与实际的更密切结合仍是国内外一致强调的方向。在分布参数系统的理论方面，这种结合仍有待于作巨大的努力。我国在弹性振动的控制方面，从自己所遇到的实际问题出发,在理论上有特点,经一年来的努力,在理论上发展得也更较完整了。国内在分布参数系统的最优控制方面也做了工作。在国外，演化方程的方法以及其他泛函分析方法已成为描述和研究分布参数控制系统的标准工具，以往一年中继续积累了大量理论成果。同时，工业中实际的分布参数控制系统的研究，特别是带有实验数据的，也逐渐出现。

在多变量线性系统方面，理论显然走在实际的前面。各国从不同角度——包括频域方法与状态空间方法——所制定的理论已经较为完整且成熟。包括我国学者在内，许多学派各自在自己理论的基础上配制软件，以求这些理论在工程设计上提供能直接使用的方法。这种理论正在开始应用于较广的工业控制上。例如在化工方面，过去在单回路基础上设计多输入、多输出控制系统，较难获得响应好的系统，不得不采用半经验的相互作用措施。但近年来多变量线性控制系统理论的发展已使得对这些相互作用问题有更深的理解，从而在这种理论的基础上可望设计出较好的控制系统。在涡轮风扇发动机方面也有类似情况。

线性系统理论中继续发展的还有 Kalman 所开创的实现理论。变系数线性系统的实现研究取得了进展。国内外都在无穷维线性系统的实现理论上做了工作。

以Kalman命名的极小方差递归滤波及其各种变体仍在不断地扩展其应用——在国内外都是这样。在国外值得注意的是水电站流量预测水文学模型的更新。过去这被认为是困难问题，但利用 Kalman 滤波能更好地预报出状态变量与几天以后的流量。

数字滤波特别与声信号处理等相联系地进展着。快速数论变换的理论研究在国内外都在进行。

微处理机的采用在国外正在推动着已有理论的广泛应用，也可望刺激理论的新进展。自适应控制在国外，特别在瑞典，获得了有成效的应用。我国也已应用于化工生产上取得初步效果。自适应控制的理论还没有跟上实际应用的发展。国内有关于稳定性在自适应系统设计方面的工作。

系统辨识由于是控制理论应用于实际的前提而继续是国内外许多研究工作的主题。一方面是利用系统辨识的方法建立工程系统的模型,另一方面是一些方法收敛性的理论研究。分布参数系统的辨识的研究在国内外也都在进行。能辨识性问题仍然没有得到很好地解决。在国外，发表了生物医学工程方面摹写问题与生理系统的辨识的文章——神经肌肉骨胳系统的控制的摹写与人类呼吸系统的辨识。

在非线性系统的研究方面，微分几何与代数的方法在结构理论上的应用已较成熟。在国外目前正朝向直接与应用有关的问题扩展。在我国，这方面还没有见到有研究成果发表。

在非线性系统方面另一种有趣的研究是国内外关于分歧与失稳问题。这不仅在自动控制方面，也还与更一般的系统科学有密切关系。在具体的非线性系统方面，有关移动电站

并联系统的工作在实际中说明了问题。

大系统理论在国外仍有许多工作沿着原来的路子发展；在国内这方面的研究也在开展。另外，国外也有一种看法，认为有必要探索大系统理论研究的新途径，例如利用抽象代数的工具并与计算机科学相结合。还有人认为有必要对大系统的结构稳定性作重新陈述。

我国有人用分布参数系统模型研究了人口控制与预测。也有人在用系统辨识对人口问题的摹写作进一步的研究。在国外，有人采用了随机的摹写，用跳跃过程的最优控制理论讨论了连续系统人口过程的描述与控制。

在国外，在系统的模糊摹写与这种系统的控制方面出现了不少工作。在我国，模糊数学研究的发展较为迅速，而模糊系统及其控制方面也出现了有趣的工作。

在微分对策方面，国外发表的著作很多。在我国，有定性与定量对策的研究与随机微分对策的研究。

综上所述，控制理论仍在理论与应用上较快地发展着。但象六十年代开始时由经典控制理论到现代控制理论的转折那样的突破性工作还在酝酿中。 **（关肇直）**

计 算 数 学

近年来，国内外计算数学各分支都取得了可喜的进展。同往年的情况一样，促使进展的主要动力有二：一是现代科学技术领域中大量出现的计算问题的刺激，二是计算机科学日益发展的影响。

在这一、二年里，中国的计算数学工作者曾在某些方面作出了一系列或大或小的贡献。这里只能作一概略介绍。

有限元法 冯康研究了间断有限元的理论，对非协调元作了分类。利用庞加莱型能量不等式和强弱两类间断元函数空间的嵌入定理，成功地建立了强、弱间断元的一般收敛性定理。这是很有价值的理论成果。冯康还提出了一种把椭圆边值问题转化为积分方程的有效方法，并且建立了组合弹性结构的力学模型及其相应的数学理论。石钟慈根据后一理论，对用有限元法分析组合结构还提出了切实有效的实现方案。由于有限元法的应用方面很广，大量工作是围绕各类具体问题进行的，因此成果累累，举不胜举。例如，姜礼尚等对“板-梁组合构件的有限元解法”的研究，雷晋干等关于“内表面问题”的有限元分析，冯果忱等利用“正交变换法”处理结构自振计算问题等一系列有价值的工作，都是特别值得提及的。

样条函数 国内的研究工作最初是由船体放样、飞机外形设计等问题引起的。开始时对 B 样条和古典的“磨光法”有过一些新的研究。李岳生和齐东旭的《样条函数方法》(1979)概述了若干成果。值得注意的是，以郭竹瑞、沙震、翁祖荫等为代表的研究集体，对样条插值逼近中的阶的估计，获得了一系列精致的结果。贾荣庆曾把 de Boor 关于Schoenberg 问题解答中的一条多余条件取消了，从而较圆满地解决了问题。翁祖荫得到了等距三次插值样条的三阶导数误差的最佳估计式，否定了 Hall-Meyer 的一个猜测。孙家昶提出了“广义局部坐标样条方法”，该方法既能适用于插值，又能用于曲线拟合问题。李岳生和他的研究生在样条函数共轭插值与微分方程多点边值问题方面取得一系列优秀成果，有些工作还在继续发展中。王仁宏等研究了有理样条插值方法。王还得出任意剖分下的多元样条存在性与唯一性条件，部分地实现了 G. Birkhoff 等人工作中所反映的意图。