

数 学 物 理 方 程

蔡启富等 编

武汉水利电力大学出版社

2000 年 · 武 汉

(鄂)新登字 15 号

图书在版编目(CIP)数据

数学物理方程/蔡启富等编. —武汉:武汉水利电力大学出版社,
2000.4

ISBN 7-81063-066-0

I . 数… II . 蔡… III . 数学物理方程-研究生-教材 IV . 0411.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 19179 号

责任编辑:李汉保 责任校对:徐 虹 封面设计:涂 驰

武汉水利电力大学出版社出版发行

(武汉市武昌东湖南路 8 号,邮编 430072)

武汉水利电力大学印刷厂印刷

开本:850×1 168 1/32 印张:6.625 字数:176 千字 印数:1 - 1 700 册

2000 年 6 月第 1 版 2000 年 6 月第 1 次印刷

ISBN 7-81063-066-0/O·5 定价:10.00 元

内容提要

本书是为工科研究生开设的“应用数学物理方程”课程编写的基础教材。内容包括典型方程和定解条件,分离变量法,积分变换法,行波法,格林函数法,二阶线性偏微分方程的分类和小结,偏微分方程的差分法及附录等,每章附有习题。全书概念清楚,论证适度,注重方法与应用,便于教学。

本书可作为工科研究生数学物理方程的教材,也可供有关科技工作者参考。

前 言

根据国家教育部工科研究生数学课程指导小组制定的工科研究生应用数学物理方程课程教学基本要求,参照有关教材并结合教学实践,我们编写了这本教材。本书的写作力求体现面向工科研究生,概念清楚,论证适度,注重方法与应用,适当与现代数学知识接轨,并适当介绍数学物理方程在科学和工程技术中的典型应用。

本书由国家教育部工科研究生数学课程指导小组委托哈尔滨工业大学审稿,他们提出了宝贵的意见和建议,周学良教授对本书提出了许多宝贵的修改意见,本书的编写和出版得到了数理系和学校有关部门的大力支持,在此我们一并表示衷心地谢意!

本书第一、二章由吴少华编写,第三、四章由杨晓光编写,第五、六章由葛冀川编写,第七章由蔡启富编写。由于编者水平有限,错误和不足之处恳请读者批评指正。

目 录

前言	i
1. 典型方程和定解条件	1
1.1 基本方程的建立	1
1.2 初始条件和边界条件	6
1.3 定解问题的提法	8
习题一	10
2. 分离变量法	12
2.1 有界弦的自由振动	12
2.2 有限长杆上的热传导	20
2.3 极坐标系下位势方程的分离变量法	22
2.4 非齐次方程的特征函数法	26
2.5 非齐次边界条件的齐次化	29
2.6 Sturm-Liouville 问题	32
2.7* 高维高阶方程的分离变量法	35
2.8* 波动方程混合问题的适定性	45
习题二	50
3. 积分变换法	52
3.1 付立叶(Fourier)变换及性质	52
3.1.1 付立叶(Fourier)积分与付立叶(Fourier)变换	52
3.1.2 付立叶(Fourier)变换的性质	54
3.2 付立叶(Fourier)变换在数理方程中的应用	56
3.3 拉普拉斯(Laplace)变换	62
3.3.1 拉普拉斯(Laplace)变换的概念	62

3.3.2	拉普拉斯(Laplace)变换的存在定理	64
3.3.3	拉普拉斯(Laplace)变换的反演公式	66
3.4	拉普拉斯(Laplace)变换的性质及逆变换	66
3.4.1	拉普拉斯(Laplace)变换的性质	66
3.4.2	拉普拉斯(Laplace)变换的逆变换	71
3.5	拉普拉斯(Laplace)变换在数理方程中的应用	74
3.6	极值原理 热传导问题解的适定性	77
3.6.1	热传导问题解的存在性	77
3.6.2	极值原理	78
3.6.3	热传导混合问题解的唯一性与稳定性	79
3.6.4	热传导柯西(Cauchy)问题解的唯一性与稳定性	80
3.7	δ 函数 基本解	82
3.7.1	一维波动方程泊松(Poisson)公式的物理意义	82
3.7.2	δ 函数	83
3.7.3	广义函数及其付立叶(Fourier)变换	85
3.7.4	基本解	90
	习题三	94
4.	行波法	96
4.1	一维波动方程的达朗贝尔(D'Alembert)公式	96
4.1.1	达朗贝尔(D'Alembert)公式	96
4.1.2	解的物理意义	98
4.1.3	半无限长弦的自由振动问题	99
4.1.4	一维非齐次波动方程的柯西(Cauchy)问题	101
4.2	三维波动方程的柯西(Cauchy)问题	102
4.2.1	三维波动方程的泊松(Poisson)公式	102
4.2.2	降维法	107
4.2.3	泊松(Poisson)公式的物理意义	109
4.2.4	三维非齐次波动方程的柯西(Cauchy)问题	110
	习题四	111

5. 格林(Green)函数法	113
5.1 拉普拉斯(Laplace)方程的对称解与格林(Green)公式	113
5.1.1 拉普拉斯(Laplace)方程的对称解	113
5.1.2 格林(Green)公式及其应用	115
5.1.3 调和函数的基本性质	119
5.1.4 狄利克莱(Dirichlet)问题的唯一性和稳定性	122
5.2 格林(Green)函数的基本概念	123
5.2.1 格林(Green)函数	123
5.2.2 格林(Green)函数的基本性质	127
5.3 常见区域的格林(Green)函数与边值问题	130
5.3.1 球域的格林(Green)函数	131
5.3.2 上半空间的格林(Green)函数与狄利克莱问题	134
5.3.3 圆域的格林(Green)函数	135
5.3.4 上半平面的格林(Green)函数	136
习题五	138
6. 二阶线性偏微分方程的分类与小结	139
6.1 两个自变量的二阶线性方程	139
6.1.1 方程变换与特征线	139
6.1.2 方程的类型及其标准形式	142
6.2 n 个自变量的二阶线性方程	147
6.2.1 方程的分类	147
6.2.2 方程的简化	150
6.3 小结	154
6.3.1 三类方程的比较	154
6.3.2 广义解的基本概念	158
习题六	162
7. 偏微分方程的差分法	163
7.1 抛物型方程的差分法	163

7.1.1	导数的差商近似	163
7.1.2	一维热传导方程的差分格式	165
7.1.3	相容性、收敛性和稳定性	169
7.1.4	分析稳定性的 Fourier 方法	172
7.2	双曲型方程的差分法	178
7.2.1	一阶双曲型方程	178
7.2.2	一阶线性双曲型方程组	185
7.2.3	波动方程的差分格式	186
7.3	椭圆型方程的差分法	189
7.3.1	Poisson 方程的差分格式	189
7.3.2	边值条件的处理	190
7.3.3	差分格式解的存在唯一性	191
	习题七	193
附录 I	付氏(Fourier)变换简表	196
附录 II	拉氏(Laplace)变换简表	197
	参考文献	201

1. 典型方程和定解条件

任何物体的运动都受到一定的自然规律的制约。我们常见的一些数学物理方程,它们作为描述这些物体运动的数学模型,是从数量形式上刻划了由相应的物理定律所确定的某些物理量之间的制约关系。

本章我们将通过几个典型的物理模型,说明如何从守恒律出发导出常见的一些数学物理方程。

1.1 基本方程的建立

例 1 弦振动问题

物理模型

一长为 l 的柔软、均匀细弦,拉紧以后,让它离开平衡位置在垂直于弦线的外力作用下作微小横振动(即弦的运动发生在同一平面内,且弦上各点的位移与平衡位置垂直),求在不同时刻弦线的形状。

弦线在运动过程中,各点的位移、速度、张力等都在不断地变化,但它们遵循动量守恒律。

动量守恒律

物体在某一时间间隔内的动量的增量等于作用在该物体上合外力在这一时间间隔内产生的冲量。

首先建立坐标系,取弦的平衡位置为 x 轴,在弦线运动的平面内,垂直于 x 轴且通过弦线的一端的直线为 u 轴。以 $u(x, t)$ 表示弦线上的 x 点在时刻 t 的位移。

在弦线上截取一段 $[a, b]$, 设弦的线密度为 ρ (千克 / 米), f_0 为作用在弦线上且与弦线运动方向一致的强迫外力密度 (牛顿 / 米)。

从而在任意时刻 t , 弦段 $[a, b]$ 的动量为

$$\int_a^b \rho \frac{\partial u}{\partial t} dx$$

在时间间隔 $[t_1, t_2]$ 内动量的增量为

$$\int_a^b \left(\rho \frac{\partial u}{\partial t} \right)_{t=t_2} dx - \int_a^b \left(\rho \frac{\partial u}{\partial t} \right)_{t=t_1} dx \quad (1.1)$$

注意到作用于弦线段 $[a, b]$ 上的外力有两类: 外加强迫力和周围弦线通过端点 a 和 b 作用于弦线段 $[a, b]$ 的张力。

强迫外力 f_0 (外力密度) 在时间微元 dt 内对长度微元 dx 所产生的冲量为 $f_0 dx dt$, 从而强迫外力 f_0 在时间间隔 $[t_1, t_2]$ 内对弦段 $[a, b]$ 所产生的冲量为

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \int_a^b f_0 dx \quad (1.2)$$

作用在端点 $x = a$ 和 $x = b$ 的张力分别为 T_a, T_b , 其方向如图 1-1 所示。它们在水平方向的分量分别为 $-|T_a| \cos \alpha_1$ 、 $|T_b| \cos \alpha_2$, 在运动方向上的分

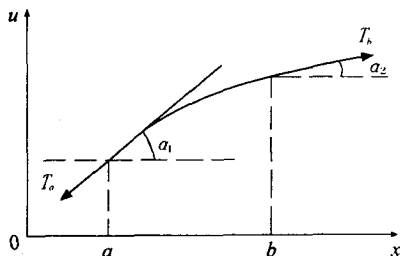


图 1-1

量分别为 $-|T_a| \sin \alpha_1$ 、 $|T_b| \sin \alpha_2$ 。由于弦线作微小横振动, 故可认为

$$|\alpha_1|, |\alpha_2| \ll 1, \quad \cos \alpha_1 \approx \cos \alpha_2 \approx 1,$$

$$\sin \alpha_1 \approx \tan \alpha_1, \quad \sin \alpha_2 \approx \tan \alpha_2$$

因弦线段 $[a, b]$ 在水平方向所受的合外力为零, 故

$$|T_a| \cos \alpha_1 = |T_b| \cos \alpha_2$$

即

$$|T_a| = |T_b| = T_0 (\text{常数})$$

因此张力 T_a, T_b 在运动方向的合力在时间间隔 $[t_1, t_2]$ 内产生的冲

量为

$$\begin{aligned}
 & \int_{t_1}^{t_2} T_0 \sin \alpha_2 dt - \int_{t_1}^{t_2} T_0 \sin \alpha_1 dt \\
 &= \int_{t_1}^{t_2} [T_0 \operatorname{tg} \alpha_2 - T_0 \operatorname{tg} \alpha_1] dt \\
 &= \int_{t_1}^{t_2} \left[\left(T_0 \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=b} - \left(T_0 \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=a} \right] dt \quad (1.3)
 \end{aligned}$$

由动量守恒律

$$\begin{aligned}
 & \int_a^b \left[\left(\rho \frac{\partial u}{\partial t} \right)_{t=t_2} - \left(\rho \frac{\partial u}{\partial t} \right)_{t=t_1} \right] dx \\
 &= \int_{t_1}^{t_2} \left[\left(T_0 \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=b} - \left(T_0 \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=a} \right] dt + \int_{t_1}^{t_2} dt \int_a^b f_0 dx \quad (1.4)
 \end{aligned}$$

利用牛顿—莱布尼兹公式,表达式(1.4)可改写为

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \int_a^b \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \frac{\partial u}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(T_0 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] dx = \int_{t_1}^{t_2} dt \int_a^b f_0 dx$$

由 (a, b) 及 (t_1, t_2) 的任意性,并注意到 u 及其各阶偏导数和 f_0 的连续性(在此不妨作此假设),立即得

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \frac{\partial u}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(T_0 \frac{\partial u}{\partial x} \right) = f_0 \quad (0 < x < l, t > 0)$$

由于弦线是均匀的,故 $\rho = \text{常数}$,因此方程可化为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t) \quad (0 < x < l, t > 0) \quad (1.5)$$

其中 $a^2 = \frac{T_0}{\rho}$, $f(x, t) = \frac{f_0(x, t)}{\rho}$ 。

方程(1.5)称为一维波动方程,当强迫外力为零时(此时为自由振动),方程(1.5)成为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1.6)$$

方程(1.5)右端项 $f(x, t)$ 是一与未知函数 u 无关的项,这个项

称为自由项。包含有非零自由项的方程称为非齐次方程,自由项恒为零的方程称为齐次方程。这里非齐次方程描述的是强迫振动,齐次方程描述的是自由振动。

例2 热传导方程

物理模型

在三维空间中,考虑一均匀、各向同性的物体 Ω ,假定它内部有热源,并且与周围介质有热交换,讨论物体 Ω 内部温度的分布和变化。

一块热的物体,如果体内各点的温度不全一样,则在该体内就有热的流动,它们遵循能量守恒律。

V 为 Ω 内任意截取的一块。设 $u(x, y, z, t)$ 表示该物体 Ω 内的 (x, y, z) 点在时刻 t 的温度(度), c 是比热(焦耳/度·千克), ρ 是密度(千克/米³), q 是热流密度(焦耳/米²·秒), f_0 是热源强度(焦耳/千克·秒),热传导系数为 k 。

在时间间隔 $[t_1, t_2]$ 内,物体 V 的温度由 $u(x, y, z, t_1)$ 升高到 $u(x, y, z, t_2)$ 所需热量(即热量的增量)为

$$\iiint_V c\rho(u|_{t=t_2} - u|_{t=t_1})dx dy dz \quad (1.7)$$

在相同的时间段内,由物体 V 内部的热源所产生的热量为

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V \rho f_0 dx dy dz \quad (1.8)$$

通过 V 的边界 ∂V 流入 V 内部的热量为

$$\oint_{\partial V} -q \cdot n dS \quad (n \text{ 是 } \partial V \text{ 的单位外法向})$$

根据 Fourier 实验定律,热流密度与温度梯度成正比

$$q = -k \nabla u \quad (1.9)$$

因 ∇u 是温度升高最快的方向,故式中负号表明热量是由高温向低温流动。

由能量守恒律

$$\begin{aligned} & \iiint_V c\rho(u|_{t=t_2} - u|_{t=t_1}) dx dy dz \\ &= \int_{t_1}^{t_2} dt \oint_{\partial V} k \nabla u \cdot n dS = \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V \rho f_0 dx dy dz \quad (1.10) \end{aligned}$$

由散度定理

$$\oint_{\partial V} k \nabla u \cdot n dS = \iiint_V \nabla \cdot (k \nabla u) dx dy dz$$

(式 1.10) 可改写为

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V c\rho \frac{\partial u}{\partial t} dx dy dz = \int_{t_1}^{t_2} dt \iiint_V [\nabla \cdot (k \nabla u) + \rho f_0] dx dy dz$$

由 V 及 $[t_1, t_2]$ 之任意性并注意到 u 及其各阶偏导数和 f_0 的连续性, 可得

$$c\rho \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla u) = \rho f_0 \quad (1.11)$$

因物体各向同性, 故 k 为常数, 从而

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \Delta u = f \quad (1.12)$$

其中 $a^2 = \frac{k}{c\rho}$, $f = \frac{f_0}{c}$, Δ 是三维 Laplace 算子。当 $f \geq 0$ 时表示热源, $f < 0$ 时表示热汇。

作为特例, 如果所考虑的物体是一根细杆 (或一块薄板), 可认为物体内部热量的流动只是沿杆的纵向 (或薄板的平面内), 此时温度 u 是 x, t (或 x, y, t) 的函数, 则方程 (1.12) 变为一维热传导方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f$$

或二维热传导方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = f$$

如果在物体内部的温度趋于平衡状态, 这时温度 u 仅与空间变量有关而与时间变量无关, 我们把这种温度场称为稳定温度场。在稳

定温度场内,温度分布函数 u 满足 Poisson 方程

$$-\Delta u = f \quad (1.13)$$

当 $f = 0$ 时,上式称为 Laplace 方程。

作为例 1,例 2 的一点附注,波动方程描述的是与波的传播有关的物理现象,热传导方程描述的是与扩散有关的物理现象,而 Poisson 方程与 Laplace 方程除描述稳定温度场以外,还分别描述一个有源和无源静电场的电位分布。限于篇幅,这里不讨论这些问题。

1.2 初始条件和边界条件

前面讨论的几类典型的数学物理方程都是描述的某类物理模型的一般特征,并未涉及每个物理模型所具有的特殊性质。例如,在推导弦振动方程时,并未考虑初始时刻弦线的状态和弦线两端所受到的外界影响。因此为了确定一个具体的弦振动,除了列出它所满足的方程外,还须写出描述它初始时刻状态的条件和描述它的端点(即边界)受外界影响的条件。

一般地,用以描述某个物理模型初始状态的条件称为初始条件,描述其边界状态的条件称为边界条件。下面分别就弦振动和热传导问题列出其适合的初始条件和边界条件。

例 1 弦振动问题的初始条件和边界条件

对于弦振动问题,初始条件就是弦在开始时刻的位移以及速度。若以 $\varphi(x)$, $\psi(x)$ 分别表示初位移和初速度,则初始条件可表示为

$$\begin{cases} u(x, 0) = \varphi(x) & (0 \leq x \leq l) \\ u_t(x, 0) = \psi(x) & (0 \leq x \leq l) \end{cases} \quad (1.14)$$

对于边界条件,一般说来有三种

第一,已知端点的位移变化,即

$$u(0, t) = g_1(t) \quad u(l, t) = g_2(t) \quad (t \geq 0) \quad (1.15)$$

特别当 $g_1(t) = g_2(t) = 0$ 时,称弦线具有固定端。

第二,已知端点在运动方向所受的外力,即

$$-T \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = g_1(t), T \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = g_2(t) \quad (t \geq 0) \quad (1.16)$$

特别当 $g_1(t) = g_2(t) = 0$ 时,称弦线具有自由端。

第三,已知固定在一倔强系数为 k 的弹性支承上的端点在运动方向所受的非弹性恢复力。设弹性支承原来的位置为 $u = 0$, 则 $u(0, t), u(l, t)$ 就表示弹性支承的应变,由 Hooke 定律。

$$\begin{aligned} -T \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} &= -ku(0, t) + g_1(t), \quad (t \geq 0) \\ T \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} &= -ku(l, t) + g_2(t) \quad (t \geq 0) \end{aligned} \quad (1.17)$$

特别当 $g_1(t) = g_2(t) = 0$ 时,表示弦线的两端仅受弹性恢复力的作用,即两端固定在弹性支承上。

例 2 热传导问题

热传导问题的初始条件即物体内部的初始温度分布

$$u(x, y, z, 0) = \varphi(x, y, z) \quad (x, y, z) \in \bar{\Omega} \quad (1.18)$$

边界条件有三类

第一,已知边界 $\partial\Omega$ 上的温度分布,即

$$u|_{\Sigma} = g(x, y, z, t) \quad (1.19)$$

这里 $\Sigma = \partial\Omega \times [0, \infty)$, 特别当 $g \equiv \text{常数}$ 时,称物体的边界保持恒温。

第二,已知边界 $\partial\Omega$ 上的热流密度

$$k \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = g(x, y, z, t) \quad (n \text{ 为 } \Omega \text{ 的单位外法向}) \quad (1.20)$$

$g \geq 0$ 表示流入, $g \leq 0$ 表示流出。特别当 $g \equiv 0$ 时表示物体绝热。

第三,已知边界 $\partial\Omega$ 与周围介质有热交换,设周围介质的温度为 u_0 , 热交换系数为 k_0 , 则

$$-k \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = k_0(u - u_0)|_{\Sigma}$$

$$\text{或} \quad \left(\frac{\partial u}{\partial n} + au \right) \Big|_{\Sigma} = g(x, y, z, t) \quad (1.21)$$

这里 $a = \frac{k_0}{k}$, $g(x, y, z, t) = \frac{k_0 u_0}{k}$ 。

例3 稳定温度场问题

一个稳定温度场的温度分布满足 Poisson 方程(或 Laplace 方程), 对此类方程而言, 因其与时间变量无关, 故对它们只能有边界条件, 其情形同例2中的边界条件, 这里不再赘述。

综合例1, 例2及例3可见, 不论对弦振动问题还是热传导问题, 它们所对应的边界条件, 撇开其物理背景, 单从数学角度来看不外有三种类型:

一是在边界 Σ 上直接给出了未知函数 u 的函数值, 即

$$u|_{\Sigma} = f \quad (1.22)$$

这种形式的边界条件称为第一类边界条件。

二是在边界 Σ 上给出了未知函数沿区域 Ω 的外法线方向的方向导数, 即

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\Sigma} = f \quad (1.23)$$

这种形式的边界条件称为第二类边界条件。

三是在边界 Σ 上给出了未知函数 u 及其沿 Ω 的外法向导数的某种线性组合的值, 即

$$\left(\frac{\partial u}{\partial n} + \sigma u \right) \Big|_{\Sigma} = f \quad (1.24)$$

这种形式的边界条件称为第三类边界条件。

对于上述的三类边界条件, 当它的数学表达式中的自由项(不依赖于未知函数 u 的项)恒为零时, 这种边界条件称为齐次边界条件, 否则称为非齐次边界条件。

1.3 定解问题的提法

前两节讨论了三种不同类型的偏微分方程以及与它们相应的初

始条件和边界条件的数学表达式。初始条件和边界条件都称为定解条件。把某个方程和与之相应的定解条件结合在一起,就构成了一个定解问题。

只有初始条件,没有边界条件的定解问题称为初值问题(Cauchy问题)。只有边界条件没有初始条件的定解问题称为边值问题。既有初始条件又有边界条件的定解问题称为混合问题。

一个偏微分方程中,如果含有未知函数的偏导数的最高阶数为 n ,则称它为 n 阶偏微分方程。如果将某个函数 u 代入方程中能使它变成恒等式,则此函数是该方程的解(古典解)。如果方程中关于未知函数及其各阶偏导数来说是线性的,则称方程是线性的,否则称为非线性的。如果线性方程中的自由项恒为零,则称方程是齐次的。

本书将主要讨论下面三种类型的方程

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \Delta u = f \quad (\text{波动方程}) \quad (1.25)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \Delta u = f \quad (\text{热传导方程}) \quad (1.26)$$

$$-\Delta u = f \quad (\text{位势方程}) \quad (1.27)$$

对于上述三种类型的方程;其相应的定解条件各不相同,对于波动方程和热传导方程,其定解条件一般为初始条件和边界条件,而位势方程则只有边界条件。为什么会有上面所提到的差异呢?对一种类型的方程应如何提定解条件?也就是从数学上讲,提什么样的定解问题是合适的呢?这个问题的回答是:为了使一个偏微分方程的定解问题正确反映客观实际,它必须有解存在,且只有一个解以及解对定解数据(即出现在方程及定解条件中的已知函数)是连续依赖的。所谓连续依赖,通俗地讲就是由定解数据的误差所引起的解的误差可以由定解数据的误差来控制,也就是说定解数据的误差趋于零时,解的误差也趋于零。连续依赖性也称稳定性。如果一个定解问题的解存在、唯一、稳定,称这个问题是适定的。在数学上就认为它的提法是正确的。