

中国文化史知识丛书

中国古代数学成就

主编 王绍曾 罗青

项观捷 著

山东教育出版社



中国文化史知识丛书

中国古代数学成就

项观捷 著

山东教育出版社

一九八八年·济南

中国文化史知识丛书
王绍曾 罗青 主编
中国古代数学成就
项观捷 著

*

山东教育出版社出版
(济南经九路胜利大街)
山东省新华书店发行 山东人民印刷厂印刷

*

787×1092毫米32开本 3.625印张 66千字
1988年4月第1版 1988年4月第1次印刷
印数1—960

ISBN 7—5328—0252—3/G·215

定价 0.88 元

出版说明

近几年来，国内文化界对编写“中国文化史”引起普遍重视。许多专家、学者在讨论如何向青年进行爱国主义教育时，大家有一个共同的想法，就是要广泛深入地宣传、介绍我国五千年灿烂的文化，来激发青年的爱国主义热情，促进两个文明建设。我们这套《中国文化史知识丛书》正是基于这样的设想而编写的。

中国是世界上的文明古国，曾为人类文明做出过卓越的贡献。中国文化在世界文化史上有着重要地位，作为炎黄子孙，无不为此而骄傲。同时，历史告诉我们，任何古老文明，都是我们的祖先长期奋斗、积累的结果；没有斗争，没有创造，就不会有悠久的灿烂文化。这就要求我们继承和发扬这个光辉的传统，以振兴中华为己任，把我们的聪明才智，无私地献给祖国，为两个文明建设，为人类文明，继续做出应有的贡献。

一部中国文化史，涉及到许多专门学科，内容几乎无所不包，这套丛书不可能兼收并蓄，只能就文化史上较为重要、较为突出、并为大家感兴趣的专题，分别作系统的重点的介绍。大体上包括考古文物、科技发明、典章制度、图书典籍、

文教艺术、衣食住行、风俗礼制、宗教信仰、中外交流、医疗保健等各个领域。这些领域，曾有不少人进行过研究和探索，但作为普及文化史知识而编写的成套读物，过去很少有人做过，我们这是一次大胆的尝试。

我们这套丛书的特点是通俗好懂，生动具体，图文并茂。力求做到科学性、通俗性、趣味性的结合。同时尽量反映学术界最新研究成果，以适应各个层次读者的阅读。这套丛书，每册一般六至七万字，将分批陆续出版。

这套丛书，在编辑过程中，先后参加工作的还有鲁军、胡廷森等同志。

由于我们的水平有限，不可避免地存在缺点和错误，希望在读者的帮助下得到改进。

编 者

一九八六年九月十日

目 录

一、萌芽时期的中国古代数学	1
世界上最早的十进位值制记数法	1
勾股定理与陈子测日	8
九九歌的故事	16
《墨经》几何学	18
《周易》、《庄子》和孙臧的数学成就	21
二、《算经十书》与汉唐数学	26
科举考试与《算经十书》	26
中国古代数学的代表作《九章算术》	28
《海岛算经》与重差术	48
有趣的“韩信暗点兵”问题	50
《缉古算经》与一元三次方程	53
其他算经	54
祖冲之的世界记录	58
刘焯、一行与世界上第一次子午线实测	67
三、宋元全盛时期的数学	71
伟大的科学家沈括	71
驰名中外的“秦九韶法”	74
X与天元术	80
杨辉三角	83

球面三角学的奠基者郭守敬.....	86
集前贤之大成的朱世杰.....	89
四、明清数学	94
中国古代数学的回落.....	94
珠算与《算法统宗》.....	99
中西数学的最终合流.....	100

一、萌芽时期的中国古代数学

世界上最早的十进位值制记数法

一提起萌芽时期的我国古代数学，与数学起源有关的一连串问题就会很自然地首先涌入我们的脑海：最初的数的概念是什么时候产生的？我们的祖先是什么时候学会使用数字的？几何图形又是什么时候开始被我们祖先有意识地引入生活的？……这些首先引起我们兴趣的问题几乎个个都是头等难答的问题。对于我们炎黄子孙来说，这些难解之谜的魅力也许是永久性的。

可以想象得出，最初产生的数的概念最可能是自然数第一个数“1”的概念。然而产生数“1”这个概念的具体时间和过程在历史上是不会留下痕迹的。因为人们当时不仅没有一般的文字来记录这件事，即使对于数“1”这个概念也没有办法有形地把它表示出来。从数“1”这个概念的产生到数字1的产生，这中间有一个难以想象的漫长的过程。关于这一点，只要想一想一个呀呀学语的孩子从学会数(shǔ)“1”到学会写“1”要经过多么艰难的学习过程就明白了。因此，对于今天的人们来说，要想给出数的概念最初产生于什么时候这个问题一个确切的回答，那简直是不可能的。

相比之下，我们的祖先是什么时候学会使用数字这个问题要容易一些。但实际上，就是对于这个要容易一些的问题，我们目前也远远不知道确切答案是什么。因为最初的数字创造和普通文字的创造一样，是从个别数字的创造开始的，而这是系统文字形成之前很久很久的事情。所以最初这些个别数字的创造时间和过程没有也不可能有直接文字记录留下来。因此，要想找到这个问题的答案，单靠对于直接文字记录的研究是不行的。然而，数字的创造过程毕竟是一个有形的过程，所以也许考古学会在将来的某一天帮助我们找到这个问题的答案。不过到目前为止，考古学的最新成果距离这个问题的答案也还有万里之遥。因此，我们最好还是暂且把这个问题放一放，而转向一个更容易一些的问题，即比较系统的数字是什么时候形成的？乍一看，这个问题的答案似乎不难找到。但实际上，世世代代的炎黄子孙找了几千年，也没有找到一个令人满意的答案。在这中间特别值得提出的是“黄帝隶首作数”这样一个传说。这个传说在我国古代广为流行，象司马迁的《史记》等重要历史著作中都记载有这个传说。根据这个传说，后人所用的数字都是黄帝时代一位名叫隶首的人创造的。这个传说显然是不符合历史事实的。因为从个别数字的创造到比较系统数字的形成，中间有一个漫长的过程。作为比较系统的数字，乃是多少代人集体智慧的结晶，怎么可能是一人一时创造出来的呢！但是，从这个传说可以看出，在我国，比较系统的数字出现得相当早，以至早在三、四千年之前，人们就已经搞不清比较系统的数字

是怎样形成的了。那么又为什么会出现“黄帝隶首作数”这样一个传说呢？也许是因为我们古人有个习惯，就是爱把一些集体发明的光荣归在一个人的名下。而黄帝时代经常被说成是中华民族各项文明开端的时代，所以就出现了“黄帝隶首作数”这样一个说法。不过，事情也还可以从另一个方面来解释。在书面系统文字形成之前，许多事情特别是一些比较重大的事情，要想让大家都知道，尤其是要让子孙都知道，就只好靠口耳相传。因此传说又常常有它真实性的一面。所以也很可能在黄帝时代确实有隶首这么一个人，并且他在数字的整理和传播方面作出了特别重大的贡献，从而留下了“黄帝隶首作数”的传说。

我们今天已经见到的我国最早的比较系统的文字，是距今现在大约三千多年的商朝后期的文字，即所谓“甲骨文”。这种文字所以被称为甲骨文，是因为这种文字当时是刻在龟甲和兽骨上的。由于龟甲和兽骨不易腐烂，所以许多刻有甲骨文字的龟甲和兽骨在地下埋藏了几千年之后，又和今天的人们见了面。这才使我们知道，至迟在三千多年前，我国就已经有了比较系统的文字。而在这里特别引起我们兴趣的是，就在甲骨文中已经出现了数字，而且是比较系统的数字。这些数字大多是用来记录当时战争中杀死或俘获敌人的数目，或者是狩猎时猎得禽兽的数目，或者是祭祀时宰杀牲畜的数目等等。并且尤其值得注意的是，这些数字都是采用的十进制记数法。例如有这么一片甲骨，上面就刻着“八日辛亥允戈伐二千六百五十八人”，这意思就是说，在八日辛亥

那一天，在一次战争中消灭了2658个敌人。

我们知道，现在世界上最通用的记数法是十进位值制记数法。虽然十进位值制数字今天对于一个小学生来说都不陌生，但是其中所包含的道理却不是每一个中学生都清楚的。十进位值制记数法包含两个要素，一个是十进制，另一个是位值制。所谓十进制，就是我们平时所说的“逢十进一”和“退一当十”。所谓位值制，就是一个数码表示什么数，不仅决定于这个数码本身，而且还要看这个数码所在的位置。比如说，22这个数字中，右边的数码“2”，表示的是2这个数，而左边的数码“2”，表示的则是20这个数。同一个数码“2”，由于位置的不同，而表示了不同的数。

十进制显然与人有十个手指头有关。又因为人除了十个手指头外，还有十个脚指头，所以世界上有的民族使用过二十进制。另外，世界上还有些民族使用过六十进制、十二进制……等等，真是五花八门。而且细细地追究起来，这五花八门的进制也似乎各有各的道理。于是很自然地就产生了一个问题，即究竟以多少进制为适宜呢？对于这个问题，有资格给出回答的只有实践。几千年来，世界各民族人民实践选择的结果，就是现在十进制数字盛行于世界。而我们的祖先从一开始就采用了十进制，这无疑给我国数学的发展带来了许多便利。

另外，我国古代的记数法不仅仅采用了十进制，而且采用了位值制。位值制可以说是人类智慧最杰出的创造之一。有了位值制，这才有可能用很少几个数码去表示出所有的数。

正如有了排列顺序的概念，才有可能用26个英语字母写出所有的英语单词。

如果一种记数方法没有采用位值制。那么可以想象得出，这种记数方法一定是很累赘的。可能罗马数字对于我们中间有些人来说还不算是太陌生，因为直到今天仍然可以在一些钟表上见到用罗马数字表示钟点数。而罗马数字所采用的记数法就是非位值制的。让我们举个例子来说明罗马记数法是如何来记数的。罗马记数法是用C来表示100，若要表示200，那就将C重复写两次成为CC。以此类推，若要用罗马数字来记3888这个数，那就是：

MMMDCCLXXXVIII

不难想象，利用这种笨拙的记数法，即使只是进行一些简单的加减运算，也会麻烦不堪。而如果要利用这种记数法来进行乘除或者分数运算，那就更是令人望而却步了。无怪乎在当时罗马一个会作乘除运算的人，就要被尊崇为数学专家了。

关于位值制的道理，活动在人类文化另一个发祥地——底格里斯河和幼发拉底斯河流域（即平时人们常说的两河流域）的巴比伦人也很早就知道，但他们用的是六十进制。中美洲的马雅人也很早就懂得位值制的道理，但用的是二十进制。记数法采用位值制而且又是十进制的，在世界上以我们中国人为最早。

我国甲骨文中的数字已经明确地采用了十进制，并且包含了位值制的因素。到后来，我们祖先在用算筹记数时，就

更进一步，明确地采用了位值制。这里所谓算筹，就是一些一样长短一样粗细的小棒，是我国古代用来记数和演算的工具。因为我们这个国家盛产竹子，而我们的祖先又是特别善于利用竹子，所以算筹大都是竹制的。“算”这个字，古代写法是“筭”。《说文解字》中说：“筭，从竹，从弄。”就是说，所谓算，就是摆弄竹棒的意思。至于我们的祖先是什么时候开始使用算筹的，尚未有确凿的证据用以作出结论。已经见到的最早的实物是1971年8月在陕西千佛县一座西汉墓中出土的骨质算筹。这些骨质算筹制作十分精致。可以料想，在此之前算筹一定有相当长一段历史了。根据史料考证，至迟在春秋战国时候，人们就已经能十分熟练地运用算筹来进行演算了。到公元前一百年左右，人们已经可以利用算筹作各种四则运算，以及一些开平方、开立方的复杂运算了。

用算筹来表示数码有两种方式。一种叫作纵式，一种叫作横式。具体摆法是这样的：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
纵式						⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥
横式	—	==	===	====	=====	⊥	⊥⊥	⊥⊥⊥	⊥⊥⊥⊥

用算筹记数时，个位用纵式，十位用横式，百位用纵式，千位用横式，万位又用纵式……这样依次类推，纵横相间，看起来十分清晰，即所谓“凡算之法，先识其位，一从十横，百立千僵，千十相望，万百相当”。

我们知道，位值制的关键是零号。如果没有表示零的方法，那么位值制就不可能完备。我们现在所使用的零号“0”是在公元876年以后才被印度人首先正式使用的。那么，我们的祖先又是如何来表示零的呢？

我们的祖先表示零的方法真是巧妙而又简单之极。那就是在用算筹记数时，凡是遇到零的地方，就不摆算筹，让它空着。换句话说，就是用空格来表示零。例如，6728表示为 $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{一} \end{array} \text{ 二 } = \begin{array}{c} \text{上} \\ \text{一} \end{array} \text{ 二 } \text{ 八}$ ，而6708就表示为 $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{一} \end{array} \text{ 二 } \text{ 八}$ 。这里可能有人要问，如果相邻的零的个数不止一个，那又该怎么办呢？比方说670008，如果把它表示为 $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{一} \end{array} \text{ 二 } \text{ 八}$ ，那不是同 $\begin{array}{c} \text{上} \\ \text{一} \end{array} \text{ 二 } \text{ 八}$ 很容易混淆吗？对于这一点，我们的祖先想了一个很好的办法，就是在用算筹记数和进行演算时，把算筹摆在一个特制的同围棋盘差不多的算盘（不是现在的珠算盘）上。由于算盘上打满了整齐的格子，这样到时空几个格子就一目了然而不致引起异议了。

我们的祖先在算筹记数中用空格来表示零，从而本质上解决了位值制中这一非常关键的问题。在我国古代书籍中，缺字习惯上都用方框□来表示，所以数字中的空位就很自然地也用方框□来表示了。在书写的时候，由于字体常采用行书，所以方框□也就很容易变成圆圈○了。我国古文献中，正式用圆圈○作零号，最早见于金《大明历》（1180年）。到秦九韶的《数书九章》中就已经大量使用圆圈○作零号了。有人曾猜想，我国的零号○是从印度传来的，这是没有根据的。我国的零号的演变过程是很清楚的，而且写法与印度—阿拉

伯数字中的扁圆零号“0”也不相同。

勾股定理与陈子测日

从地下发掘出来的许多考古资料告诉我们，十万年前的“河套人”就已在骨器上刻有菱形的花纹，石器时代的各种工具都已具有一定的形状，而六、七千年以前的陶器上面更已经有了各种几何图案。这一切都说明几何图形很早就被我们祖先有意识地引入了生活。随着原始生产力的发展，越来越多的几何问题摆在了我们祖先的面前。而对于这些问题的思考和解决就构成了几何学最初的发展。特别是我国古代经常发生洪水泛滥，对我国古代几何学的发展更起了巨大的促进作用。

大禹是我们所熟知的传说中的古代治水英雄。据说他“左准绳，右规矩”，辗转奋战十三年，三过家门而不入，终于带领大家战胜了洪水。

“左准绳，右规矩”，就是大禹左手拿着准绳，右手拿着规矩的意思。当然，这只是一种形象的说法，不过说明在大禹治水时，规和矩是须臾不离的重要工具。

大禹治水的方针归结为一个字，就是“导”。就是说，通过开河修渠的方法把洪水导入大海。这样浩大的工程居然在十三年中完成了，说明当时的生产力，特别是测量技术已经达到了一定的水平。在这场大规模测量中，规、矩和准绳毫无疑问都是立下了汗马功劳的。

所谓规，就是圆规。而这里所谓矩，是由长短两尺在端部相交成直角合成，短尺叫勾，长尺叫股，两个尺上都有刻度。有时为了坚固起见，还在两尺之间连上一条杆。

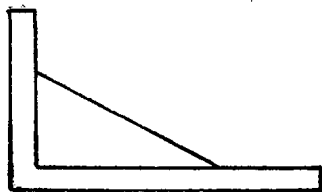


图 1

图 1 中所画就是在山东嘉祥县汉武梁祠石室造像（公元 129—147 年之间）“伏羲氏手执矩，女娲氏手执规”图中所见到的矩的形状。当然，伏羲和女娲未必就是规矩的真正发明者。很可能是因为规矩的真正发明者已经无可考据，所以就吧发明规矩的光荣归到了这两位传说中对中华文明作出了卓越贡献的氏族领袖名下。

矩在我国古代是一种用途极广的测绘工具。大约在公元前 1100 年，我国古代数学家商高曾经用这样一番话来说明矩的用途：“平矩以正绳，偃（仰）矩以望高，覆矩以测深，卧矩以知远，环矩以为圆，合矩以为方。”就是说，矩可以用来确定铅直方向和水平方向，可以用来测高度，测深度，测水平距离，可以用来画圆，可以用来作方，真可称为万能工具了。

商高的这番话，不仅说明矩在我国古代测绘中起着特别重要的作用，而且说明在商高时代，我国的测绘技术水平和几何水平已经达到相当高度了。其实商高本人就是一位很了不起的数学家。从《周髀算经》所记载的周公与商高的对话中我们得知，商高当时官居大夫，除善长数学外，对天文学

也深有造诣。正是商高在与周公的对话中，提出了“勾三股四弦五”的事实。虽然我们尚无足够的证据说明商高已知道普遍的勾股定理，但仅从已经知道的一些史料看来，商高当时对于直角三角形性质的认识已经是相当深刻了。

商高之后大约四、五百年，是我国古代又一位杰出的数学家陈子活动的时间。据《周髀算经》记载，陈子已能灵活地运用各种数学知识，对于当时所可能提出的各种数学问题作出回答。陈子的测量技术水平尤其高。陈子的测量对象已经不限于地球上的山高谷深，他的测量对象已经包括了可望而不可即的太阳，这就是人们所乐于称道的“陈子测日”。

陈子测日的方法原理如图 2 所示。

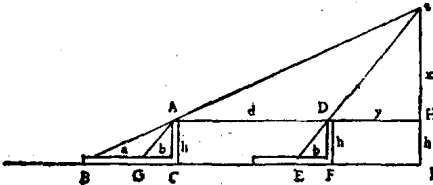


图 2

其中S表示太阳，I表示日下点，AC和DF均表示髀。所谓髀就是一根长为八尺的测量时用的标杆。C、F、I在同一直线上，b是髀竖直立在F处的影长，a+b是髀竖直立在C处的影长。根据相似三角形的性质，知有

$$x : h = d : a$$

以及