数学在社会科学中的应用

[美] W·J·亚当斯 著

耿达 朱兰 译校

中国社会科学出版社

数学在社会科学中的应用

〔美〕W. J. 亚当斯 著
耿 达　朱 兰 译校

中国社会科学出版社
1988 北京

责任编辑：刘　凡
责任校对：陆　禹
封面设计：骆　英
版式设计：李　勤

数学在社会科学中的应用
〔美〕W·J·亚当斯 著
耿达　朱兰 译校
*
中国社会科学出版社 出版发行
新华书店 经销
太阳宫印刷厂印刷

850×1168毫米　32开本　22.5印张　2插页　579千字
1988年6月第1版　1988年6月第1次印刷
印数 1—4000 册
ISBN 7-5004-0258-9/G·5　定价：5.80元

序　　言

本书的目的是为经营管理学、经济学、心理学、生命科学、社会科学以及其它涉及数学学科的学生，简明讲解有关的数学知识．对所有不仅想学些专业知识，而且想使自己受到良好教育的人，本书也是有益的．数学是人类智慧的卓越创造，我们大家可以共同分享这一伟大的创作成果．

本书可用来在不同学期学习数学，它只要求很少的数学预备知识．本书讲授线性代数、概率论、微积分以及代数的基本概念和方法．同时，书中也指出数学方法的可用范围和局限性，还指出数学推断的有效性和真实性之间可能存在某种差异．本书的叙述是直观的、非形式的，同时不失数学的严谨性．很多概念是通过举例引进的．如果某些严格的数学证明超出了本书读者能接受的数学水平，则尽量避而不用．为了增强读者对数学的兴趣并便于理解，本书将侧重初学者能领会的一些实际应用问题上．

为便于灵活使用，本书分为五个部分，每部分尽量保持独立．第一部分(基本概念和基础代数)是全书的基础，不论以后如何发展都要用到这些知识．有些章节可大致浏览一遍或全部放过，主要根据读者的需要和知识准备情况而定．

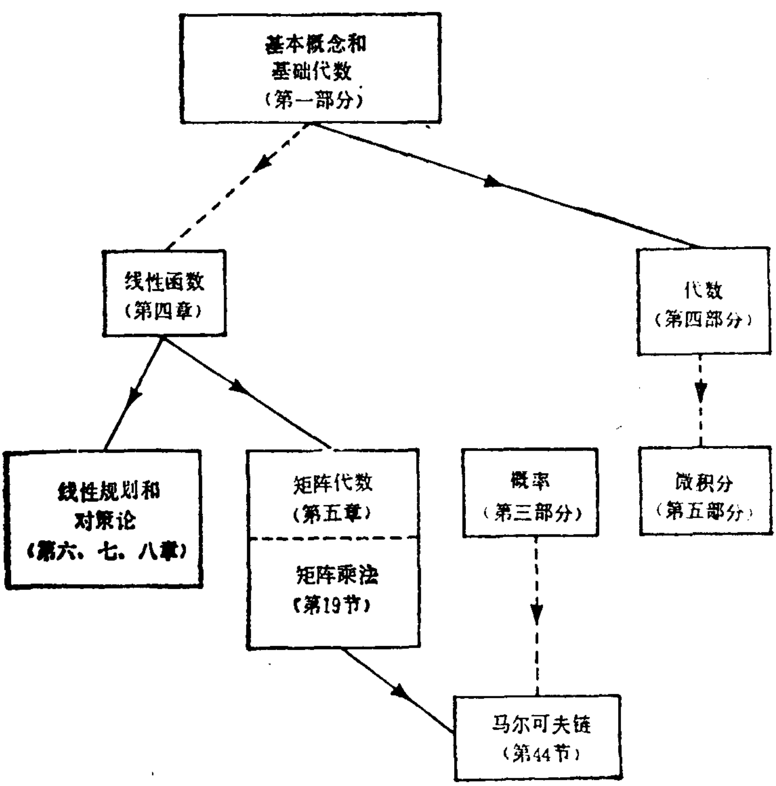
第二部分(线性数学)开头讨论线性方程、线性不等式和线性函数(第四章)，这是矩阵代数(第五章)和线性规划(第六到第八章)的基本知识．　第五章(矩阵概述)介绍基础矩阵代数及某些应用，特别是在所谓的投入产出分析以及会计学中成本分配问题上的应用．第六、第七章讲解线性规划，用线性方法解决不同场合产生的线性规划问题．关于形成线性规划模型的基本假设讨论较多，以便读者理解数学方法的可用范围及某些局限性．单纯形法的叙

述只要求懂得算术知识．线性规划和对策论(或称博奕论)有关的一些问题在第八章中讨论．线性规划一章可在矩阵代数之前学习，因为第六、七、八各章都不依赖于第五章．

第三部分(概率论)讲解基本的概率思想及其解释，讨论了作为数学结构的概率及其相对频率解释和主观解释之间的差异；并较多地注意了为随机过程建立概率模型的基本假设．第三部分要求会作矩阵乘法，它在第 19 节中加以讨论，并在第 44 节讨论马尔可夫链时用到．

第四部分(代数)以一定的深度讨论了若干代数课题，目的在

各部分的相互关系图 （虚线表示部分依赖）



于加强读者的代数技巧，特别是巩固微积分中要用到的代数知识．这一部分讲述的内容，根据读者不同的需求，可精读、浏览、复习、查阅，也可以完全放过．第一部分是第四部分不可缺少的基础．

第五部分（微积分）讲解了微分运算和积分运算的基本概念及应用．第一部分及第四部分的代数知识是第五部分不可缺少的工具．

五个部分的结构依赖关系，如附图所示．每节之后附有大量习题，而每部分之后又附有总复习题，以便读者更好地掌握整个部分所讲的内容．书末附有奇数习题的答案．

（以下是作者的致谢，此处省略——译者注）

内 容 提 要

本书的目的是为管理学、经济学、心理学、社会学以及其他涉及数学领域的学生、研究工作者和实际工作者简明讲解数学知识．内容包括数学基本概念、线性数学、概率论、代数方程、对数、级数和微积分及其社会应用．书中有大量的应用例题、习题及答案．

目　　录

第一部分　基本概念和基础代数

第一章　实　　数

第1节　实　数　系

由于代数运算和发展以选定的数系为基础，所以，在研究代数原理和应用之前，先复习并概述有关数及其数学处理的基础知识．实数系有着广泛的应用，并构成本书所讨论的数学学科的基础．

实数系是由命名为实数的数学对象组成的集合．对这些实数，可按我们所采用的基本原理或规则进行一定的数学演算．这种情况有点象下棋．下棋系统是一些称为棋子的对象的集合，对这些棋子，可按一定的下棋规则去走棋．下棋的原理和规则规定，棋子的哪些走法是容许的，棋子之间存在着哪些相互关系，等等．这里顺便提到数的符号表示问题．例如，“二”这个数可用符号表示为 $2, 1+1, 3-1, \frac{4}{2}$，等等．应当注意，不要混淆数的符号表示和数本身，它们不是一回事，正如一个人的签字和其人本身不是一回事一样(尽管在一定的场合，一个人的签字可用来辨识或代表其人)．若需要特别强调这种区别，我们把表示数的符号称作数字符号．

我们都有和数目打交道的经验，因而，对实数系的运算规则都有一定的体会．但是，为了理解一致，并避免一些常犯的错误，我们仍需陈述这些规则，并说明它们应如何使用．实数系包括这样一些数，诸如

$$-27, -\pi, -\sqrt{2}, -1, -\frac{2}{3}, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{3}, \pi, 87.4.$$

需要指出的是，正数如 $\frac{1}{2}$，1，$\sqrt{3}$ 和4，有时表示为 $+\frac{1}{2}$，$+1$，$+\sqrt{3}$，$+4$。这里"+"号不代表加法运算，而是数本身的符号表示的一部分；同样，$-\frac{1}{2}$，-1，-2 等数的"−"号，也是这些数的符号表示的一部分。

在实数系内，还有不同种类的数，各有自己的名称．在计数过程中使用的数

$$1, 2, 3, 4, 5, \cdots$$

称为自然数。自然数与

$$-1, -2, -3, -4, -5, \cdots$$

以及零一起，称为整数．由于 1, 2, 3, 4, 5,… 比 0 大，则称其为正整数；−1，−2，−3，−4，−5,… 比 0 小，则为负整数．一个实数若能表为二整数相除，且分母不为零(用 0 除无意义，以后再说明原由．所以，必须排除分母为零的情形)，则称为有理数．例如

$$-10, \frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, 0, 1, \frac{25}{7}, 5$$

都是有理数。整数也包含在有理数中，因为任何整数都可表示为该整数被 1 除。例如

$$-10 = -\frac{10}{1}, 1 = \frac{1}{1}, 0 = \frac{0}{1}, 5 = \frac{5}{1}.$$

不能表示为二整数相除的实数，称为无理数。例如，$\sqrt{2}$，π 和 $-\sqrt{3}$ 都是无理数。实数的这种分类如图 1.1 所示。

实数系的一个基本性质是，任意二实数可比较大小。如果 a 和 b 是实数，则用

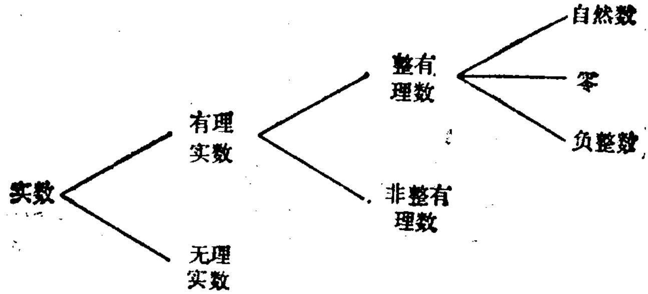


图 1.1

$$a < b$$

表示 a 比 b 小.还有另一种写法如下:

$$b > a,$$

读作"b 大于 a". 于是, $0 < 1$, $1 < 3$, $-\frac{1}{2} < 0$, $-2 < -1$. 这些关系也可写为 $1 > 0$, $3 > 1$, $0 > -\frac{1}{2}$, $-1 > -2$. 正数和负数概念通过与 0 进行比较而定义. 如果 $a > 0$, 则 a 称为正数;如果 $a < 0$, 则 a 称为负数. 例如, $-\frac{1}{2}$ 是负数, 因为 $-\frac{1}{2} < 0$; 1 是正数, 因为 $1 > 0$. 0 本身既不是正数, 也不是负数. a 小于或等于 b 及 b 大于或等于 a, 我们用

$$a \leqslant b$$

或与之等价的

$$b \geqslant a$$

表示. 例如, $1 \leqslant 2$ 是正确的,因为 $1 < 2$; $1 \leqslant 1$ 也是正确的, 因为 $1 = 1$. 关系式 $\leqslant$ 和 $\geqslant$,包括等式在内,通常称为不等式.

实数可用几何方式表示为一条数轴上的点. 取一条直线, 并确定标准长度单位. 初始点称为原点, 赋以 0 值. 从原点开始向两个方向划出等距离点, 在一个方向上(通常是原点向右)标出正

数，而在另一方向上标出负数，使数轴上每个等距离点顺次对应一个实数，而每个实数对应数轴上的某一点（见图 1.2）.

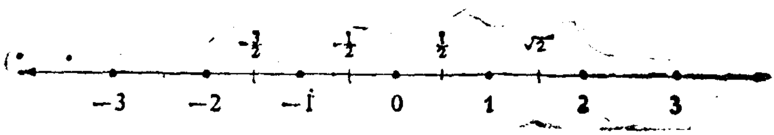


图 1.2

对数轴来说，$a < b$ 表明 a 在 b 的左方，$b > a$ 表示 b 在 a 的右方．例如，$-4 < -3$，因为 -4 在 -3 的左方；

$$-\frac{1}{2} > -1,$$

因为 $-\frac{1}{2}$ 在 -1 的右方．

加法运算可用数轴给予简单的几何解释．把每个数解释为从原点开始向某一方向所作的单位运动次数，例如，$+3$ 表示在数轴上由原点开始向正方向（即向右）移动三个单位长度，-1 表示向负方向（即向左）移动一个单位长度，而 0 表示在原点不动．加法运算解释为“然后再（移动）”，例如 $(+3)+(-1)$ 表示向右移动三单位，然后再向左移动一单位，结果停在 $+2$ 的位置上（见图 1.3）．

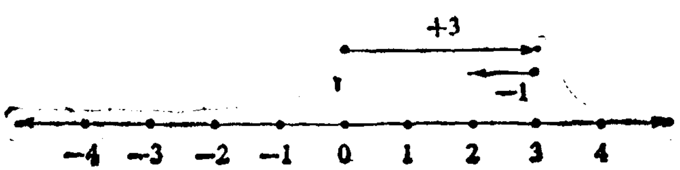


图 1.3

$(-3)+(-2)$ 表示向左移动三单位，然后再向左移动两单位，结果停在 -5 位置上（见图 1.4）.

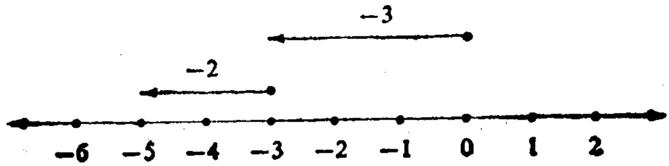


图 1.4

第2节 加法和乘法的性质

加法和乘法是实数的基本运算．下列大部分(甚至全部)运算性质是我们熟知的．

加法和乘法的闭包性质． 两个实数相加或相乘，结果总得实数，即加法和乘法运算的结果仍在实数系内，不会超出实数系．这一性质可陈述如下：

A1．如果 a 和 b 是实数系 R 内的任意数，则 a 和 b 相加的和(记为 $a+b$) 仍在 R 内．

M1．如果 a 和 b 是实数系内的任意数，则 a 和 b 的乘积（记为 $a\cdot b$ 或 ab) 仍在 R 内．

加法和乘法的交换性质． 两个实数相加或相乘的顺序，不影响运算结果，这种性质称为交换性质，即实数的加法和乘法是交换运算．这一性质可陈述如下：

A2．如果 a 和 b 是实数系 R 中的任意数，则 $a+b=b+a$．

M2．如果 a 和 b 是实数系 R 中的任意数，则 $ab=ba$．

加法和乘法的结合性质． 在代数中，可用括弧把任意项结合为一组，例如，$2+(3+4)$ 表示 2 加到 3 和 4 的和上，产生 $2+7$，得 9．而 $(2+3)+4$ 表示 2 和 3 的和，即 5，加到 4 上，得 9．同样，由 $2\cdot(3\cdot4)$ 得 $2\cdot(12)=24$，而 $(2\cdot3)\cdot4$ 是 $(6)\cdot4=24$，得同样结果．在一般情形下，这一性质也成立，称为实数加法和乘法

的结合性质，可陈述为

A3. 如果 a, b, c 是实数系 R 中的任意数，则

$$a+(b+c)=(a+b)+c,$$

M3. 如果 a, b, c 是实数系 R 中的任意数，则

$$a(bc)=(ab)c.$$

以上各个性质，不论项数多少，对加法和乘法运算都成立.总之，对任意多个实数求和或求积，其结果仍为实数，且加法运算和乘法运算的顺序是无关紧要的.

零和一. 零和一有下列基本性质:

A4. 有唯一一个实数称为零，并记为 0，它具有性质

$$a+0=0+a=a,$$

其中 a 是任意实数.

M4. 有唯一一个实数称为一，它具有性质

$$a\cdot 1=1\cdot a=a,$$

其中 a 为任意实数.

数的加法逆元和乘法逆元. 例如，对 2 和 $-\frac{1}{3}$ 来说，-2 和 $\frac{1}{3}$ 具有如下性质:

$$2+(-2)=(-2)+2=0,$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{3}\right)=0.$$

-2 称为 2 的加法逆元或相反数；$\frac{1}{3}$ 称为 $-\frac{1}{3}$ 的加法逆元或相反数.反之，2 和 $-\frac{1}{3}$ 也是 -2 和 $\frac{1}{3}$ 的加法逆元或相反数.

同样，对 2 来说，$\frac{1}{2}$ 具有如下性质: