

动力地基与基础

王杰贤 编 著



科学出版社

动力地基与基础

王杰贤 编著

科学出版社

2001

内 容 简 介

本书介绍了土动力学的基本原理和方法,以及如何应用这些原理和方法解决工程实际问题,主要内容包括动荷载及其对建筑物的影响、振动与波动、土的动力本构关系、土的动强度(含饱和砂土液化)和动变形、土与地基动力特性测试、动力机器基础、桩基动力分析、环境振动影响及基础隔振、地基-结构物地震反应分析、地基抗震加固处理等。

本书可供结构工程、岩土工程专业的科技人员,相关专业的高等院校师生以及研究生参考。

图书在版编目(CIP)数据

动力地基与基础/王杰贤编著. -北京:科学出版社,2001
ISBN 7-03-008722-4

I. 动… II. 王… III. 土动力学 N. TU435

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 67036 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号
邮政编码:100717

北京双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2001 年 5 月第 一 版	开本:787×1092 1/16
2001 年 5 月第一次印刷	印张:19 3/4
印数:1—3 000	字数:458 000

定价:35.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(环伟))

前 言

地基基础设计是建筑物设计的一个重要组成部分,通常的设计方法只考虑静荷载(在震区需要考虑地震荷载)。随着工业的发展,生产设备自身的振动(如机器运转)和环境振动(如车辆行驶)对附近的建筑物及生产、生活环境都带来有害影响,已成为一种公害,需要加以限制。特别是 20 世纪下半叶的几次大地震造成的严重灾害,警示人们在市政建设、建筑物设计中必须合理规划和布设抗震防灾措施。解决这些问题,需要运用工程地质学、工程地震学知识,土动力学、结构动力学、弹性动力学、弹塑性动力学以及机械振动学等方面的基本原理和方法,其中土动力学起着重要作用。

动荷载区别于静荷载的一个根本特点是动荷载作用与持续时间密切相关。就动荷载引起体系振动来说,振动幅值(或动应变幅)的大小关系到振动体系的性状,以及解决问题的方法,例如小应变幅($<10^{-4}$ 量级)可采用的线弹性理论,而对大应变幅($\geq 10^{-4}$ 量级)则不合适。本书以动应变大小为线索,阐述土动力学的基本原理和方法,然后用土动力学的基本原理和方法解决工程实际问题。

众所周知,解决动力问题要比解决静力问题复杂得多,它不仅涉及到较深的数学,而且要求工程师具有动力学方面的知识素质。随着电子技术和计算机的日新月异,动测技术的不断更新,为解决动力问题创造了有利条件,也推动了土动力学和基础动力力学的发展。有关这方面的学术会议,国际国内已开过多次。土动力学、动力机器基础及地基抗震等方面的专著也出版了几本,但都偏重于某一方面,且过于深奥。为了适合研究生、大学生和工程技术人员学习和应用,编者结合自己 30 多年教学、科研和生产实践等方面的经验,在给研究生讲授“土动力学”、“动力机器基础”课程讲稿的基础上,编写了这本《动力地基与基础》。本书共分十章。第一章介绍动荷载及其对建筑物的影响;第二至第五章介绍土动力学的基本原理和方法,如振动与波动、土的动力本构关系、土的动强度(包括饱和砂土液化)和动变形、土与地基动力特性测试等;第六至第七章介绍动力机器基础和桩基动力分析;第八章介绍环境振动影响及基础隔振;第九至第十章介绍地基-结构物地震反应分析和地基抗震加固处理。编写中力求深入浅出,自成系统,以阐明基本原理和方法为主,适当介绍新近科研成果和现行规范的有关内容。但由于编者水平和资料有限,定会有挂一漏万,甚至错误之处,恳请专家、教授和读者批评指正。

王平安硕士编写了本书例题,黄香山工程师绘制了部分插图,西安理工大学谢定义教授审阅本书,并提出宝贵意见,在此对他们致以衷心感谢。不少专家、学者为本书提供了宝贵资料,这里一并感谢。

王杰贤

2000 年 9 月

于西安建筑科技大学

目 录

前 言	
第一章 动荷及其对建筑物的影响	1
1.1 动荷类型及其对土体作用特点	1
1.2 动荷对建筑物的影响	3
1.3 动力地基基础的任务、内容和发展概况	4
第二章 振动与波动	7
2.1 振动与波动概念	7
2.2 质点(刚体)振动	7
2.3 弹性介质中的波	24
2.4 土介质中的波	37
第三章 土的动力本构关系	41
3.1 土的动力本构模型	41
3.2 粘弹性模型	47
3.3 弹塑性模型简介	54
第四章 土的动强度(含饱和砂土液化)和动变形	62
4.1 土的动强度特性	62
4.2 影响土动强度的主要因素	65
4.3 土动强度的确定方法	67
4.4 饱和和无粘性土振动液化	70
4.5 土的动变形	81
4.6 地基动承载力	86
第五章 土与地基动力特性测试	91
5.1 土动力特性室内试验	91
5.2 土的动力特性现场波速测试	101
5.3 弹性体波在地基勘察中的应用	106
5.4 地基动力特性块体激振法试验	110
第六章 动力机器基础	129
6.1 机器、基础类型与一般要求	129
6.2 质阻弹计算模式	133
6.3 弹性半空间计算模式	140
6.4 曲柄连杆式机器基础设计	154
6.5 冲击式机器基础设计	179

第七章 桩基动力分析	188
7.1 桩基动刚度和阻尼	188
7.2 桩的内力与变形分析	197
7.3 动测法检验桩身质量的原理	208
7.4 动测法预估单桩静承载力的原理	212
7.5 单桩动承载力估算	225
第八章 环境振动影响及基础隔振	227
8.1 振波在土中的传播及衰减	227
8.2 打桩和强夯引起的地面振动	232
8.3 交通运输车辆引起的地面振动	236
8.4 容许振动限值	242
8.5 基础隔振	246
第九章 地基-结构物地震反应分析	262
9.1 地震概述	262
9.2 地震反应谱	266
9.3 场地地震反应分析	270
9.4 地基-结构物地震反应分析	285
第十章 地基抗震加固处理	292
10.1 地基震害.....	292
10.2 地基抗震加固设计的一般要求.....	295
10.3 强夯法.....	296
10.4 碎石桩法.....	300
10.5 地基加固质量检测.....	306
参考文献	307

第一章 动荷及其对建筑物的影响

由于自然和人为因素,建筑物经常遭受动荷的作用,如众所周知的地震就是最重要的自然动荷。随着人类的进步、工业的发展,各种动荷相继出现。动荷对地基基础和上部结构的影响也越来越引起人们的关注。因此,在学习动力地基基础之前,首先了解动荷的类型及其对建筑物的影响十分必要。

1.1 动荷类型及其对土体作用特点

动荷是指大小和方向随时间而变化的荷载,如图 1.1 所示。按动荷产生的原因、动荷性质、振动幅值、振动次数以及持续时间可作如下分类:

1) 按产生动荷原因分,有自然动荷和人为动荷两类。自然动荷来源于地震力、风力、波浪冲击力等;人为动荷来源于机器运转产生的不平衡扰力(又称惯性力),车辆行驶对地面产生的冲击力,建筑工地打桩、强夯以及土石方爆破等产生的动力。

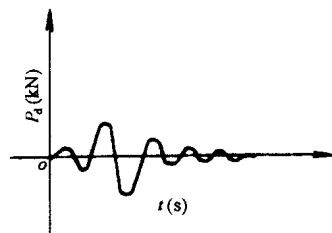


图 1.1 动荷随时间变化

2) 按动荷性质分,有周期性动荷和非周期性动荷两类。周期性动荷又分谐和型动荷和非谐和型动荷,如图 1.2(a)、(b)所示;非周期性动荷又分冲击型和随机型动荷,如图 1.3(a)、(b)所示。

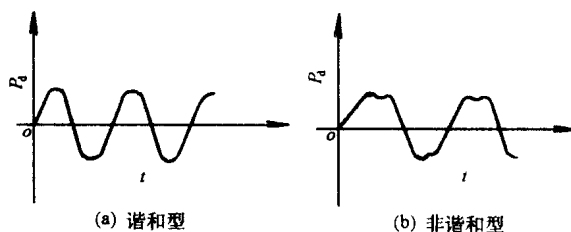


图 1.2 周期性动荷

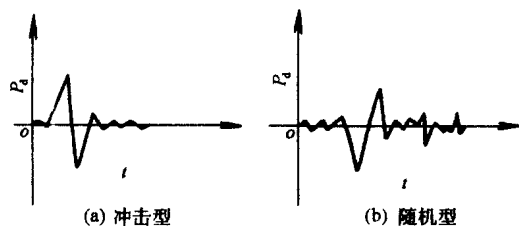


图 1.3 非周期性动荷

3) 按动荷产生的振动体系应变幅值大小分,有小应变幅(或低应变幅)动荷和大应变幅(或高应变幅)动荷。前者如空气压缩机基础引起的振动,后者如强地震引起的振动。

4) 按动荷重复次数和持续时间分,有单作用快速动荷,如爆炸引起的冲击力;有多次重复微幅振动动荷,如机器基础振动;

有限次无规律振动动荷,如地震。

土体在动荷作用下的性能不同于静荷作用下的性能,其影响因素除了同样有静力性质,如土的物理、力学性质以及温度等外,还有:① 载荷持续时间 t 或动荷重复次数 N (循环效应);② 动荷的频率 f (载荷速率效应);③ 动荷引起的体系振幅 A (或应变幅值)这 3 个重要因素。

载荷持续时间是指荷载作用于土体形成一定的动应力或应变所需的时间,例如土中埋炸药进行土石方爆破,载荷时间非常短促,约为 $10^{-3} \sim 10^{-2}$ 秒的量级。

重复次数是指载荷以一定的周期反复作用在土体上的次数所产生的影响,可称循环效应。如果以每秒钟所重复的次数来度量,则称频率,频率的高低反映了动荷速率的大小。

振动幅值是指土体在动荷作用下产生的振动幅度大小,它导致了动应变幅度大小,反映了土体的动力性状,如动应变幅 $< 10^{-4} \sim 10^{-6}$ 量级,则土体处于弹性性状;动应变幅 $\geq 10^{-4} \sim 10^{-2}$ 量级,则土体处于塑性性状。通常以 10^{-4} 应变量级作为大小应变幅值的界限。

土体在荷载作用下经历了一定时间后,其性状发生变化。如果增(或减)荷载作用使土体达到某种应力-应变状态的时间在数十秒以上,即荷载的增(或减)十分缓慢,通常按静力问题考虑,反之则按动力问题处理。这是就载荷持续时间而言。另外从应变幅值来说,静荷作用引起的应变值大于 10^{-3} 量级时,一般才作为工程问题处理。但是动荷作用即使产生很小的应变,如 10^{-8} 量级,往往由于重复了若干次,使振动体产生疲劳强度破坏,此种现象在空气压缩机基础上可以见到。因此有必要按载荷持续时间和重复次数对荷载进行综合分类,如表 1.1 所示。

表 1.1 动荷作用特点综合分类表[1]

载荷时间 (s)		10 ⁻⁴ 10 ⁻³ 10 ⁻² 10 ⁻¹ 1.0 10 10 ² 10 ³ 10 ⁴ 10 ⁵ ≥ 10 ⁶											
		动力问题						静力问题					
重复次数(次)	力分类特点												
	冲击					爆破							建(构)筑物荷载(一次)
	波动						地震						停车荷载(若干次)
	振动						打桩 强夯						
	疲劳							车辆行驶					
							动力机器 基础振动						

注:□ 内为对应于载荷时间段和重复次数段的自然或人为动荷(举例)。

不同的动荷以不同的方式作用于土体,土的变形和强度特性各异,在工程设计中必须区别对待。在小应变幅情况下,主要是研究土的动弹性模量(或动剪切模量)及阻尼,例如

在动力机器基础设计中需要提供的地基刚度和阻尼比。在大应变幅情况下,主要研究土的动强度(包括饱和砂土、粉土的液化)和动变形(包括振动压密或震陷),为建筑物抗震计算提供所需的动力参数。

在测定土的动力参数时,必须注意模拟它们的实际动力状况,尤其是动应变幅的大小。表 1.2 给出了土的动力性质随应变幅值不同时所采用的相应测试方法。

表 1.2 土动力特性测试方法与应变幅值关系^[1]

应变幅值		10 ⁻⁶	10 ⁻⁵	10 ⁻⁴	10 ⁻³	10 ⁻²	10 ⁻¹
现 象		波动、振动			开裂、不均匀下沉		压密、滑动、液化
力学特性		弹 性			弹塑性		破 坏
动力特性参数		弹性(或剪切)模量、泊松比、阻尼系数					内摩擦角、内聚力
原位测定	弹性波法	—————					
	振动试验	—————					
	重复荷载试验	—————					
室内测定	波动法	—————					
	共振柱法	—————					
	动三轴、动扭转	—————					

1.2 动荷对建筑物的影响

建筑物(或构筑物)是由上部结构、基础及地基三者所组成的共同工作体系。在正常情况下,上部结构荷载通过基础传至地基,地基土产生附加动应力和应变,如果地基土能经受住这种应力应变,即不发生强度破坏或过大沉降,则建筑物能正常工作,这就是大家所熟知的静态情况。如果建筑物遭受突如其来的动荷载,地基土的性状将发生很大变化,可能导致地基失稳,乃至破坏。例如地震引起的地面运动,动荷通过地基传至基础和上部结构,使建筑物产生剧烈振动,该剧烈振动所产生的惯性力又反馈到地基中去,地基土将产生附加动应力和应变,如果地基经受不住这种动应力和应变,地基就被破坏。同样,上部结构的强度和变形能力经受不住这种振动,上部结构也将被破坏。

地震造成的破坏程度主要取决于地震震级(地震时释放出来的能量大小)、地震持续时间、频率特性、地基土性质、建筑物结构型式以及施工质量等因素。在相同的地质条件和结构型式的情况下,震害的严重程度主要取决于地面运动的最大加速度、地面运动的频率特性和震动持续时间。震动加速度愈高,持续时间愈长,频率愈低,则破坏愈大;反之,则破坏愈小。此外,地基土的好坏、建筑物刚度的大小关系也很大,例如建造在软弱地基上的 20~30 层楼房比建造在坚硬地基上的 5~6 层楼房可能要产生更大振动(发生共振),从而遭到破坏。不仅如此,地震还可能引起饱和砂土、粉土的液化、软土的震陷以及边坡失稳等灾害。

地震荷载是由下向上传递的动荷,如图 1.4 所示;另有一类动荷是由上向下传递的,

如图 1.5 所示,当机器运转时,产生的不平衡扰力(惯性力)通过基础传给地基,使地基产生附加动应力和应变。不过这种动应力和应变比起地震引起的要小得多,一般不致于造成地基破坏。防治措施主要是在基础设计中避开“共振区”或控制容许振动幅值。

随着工业发展,环境振动(车辆行驶、建筑工地打桩、强夯及土石方爆破等)对附近精密机床和精密仪器设备的正常使用和居民的安宁生活带来有害影响,必须采取隔振、减振措施。

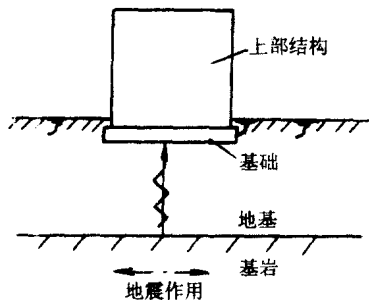


图 1.4 动荷由下向上传递

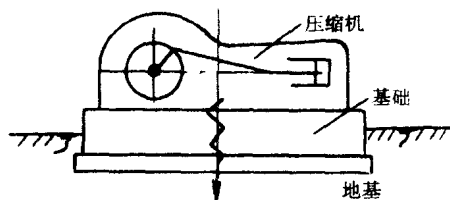


图 1.5 动荷由上向下传递

1.3 动力地基基础的任务、内容和发展概况

1.3.1 任务

既然建筑物(或构筑物)是由上部结构、基础、地基三者组成的共同工作体系,理想的建筑物设计应该是考虑三者之间在变形协调条件下的共同工作。解决这一课题难度较大,迄今尚未得到令人满意的答案。尽管如此,对动荷作用下地基-基础相互作用性状的分析以及对解决动力问题的基本原理和方法的了解,仍是解决动力共同工作问题的基本要求。本书的任务就是介绍土动力学基本原理和方法,并用土动力学的基本原理和方法去解决基础振动、地基抗震以及隔振减振等工程实际问题。

1.3.2 内容

土动力学和基础动力学涉及的范围较广,不少问题尚处在初期研究阶段,为了使读者能掌握基本原理和方法,本书主要介绍以下内容:①振动与波动;②土的动力本构关系;③土的动强度(含液化)和动变形;④土与地基动力特性测试;⑤动力机器基础;⑥桩基动力分析;⑦环境振动影响及基础隔振;⑧地基-结构物地震反应分析;⑨地基抗震加固处理。

从上述内容可以看出,本书主要侧重于工程应用,旨在通过学习使读者能初步掌握解决动力地基基础问题的技能。

1.3.3 发展概况^[2,3,4,5,6]

早在 20 世纪 30 年代,德国人 E. Reissner 和前苏联人 D. D. Barkan 就以不同的力学模型各自研究了机器基础动力计算理论。随着工业的发展,要求机器基础动力计算的精度愈来愈高,电子技术和计算机的日新月异,为此提供了良好条件,从而促使计算方法逐

步完善。无疑,这一领域的成就包含着土动力学和基础动力学的研究成果。这些成果主要涉及小应变范畴。

20世纪60年代以前,人们对地震灾害的认识不够,大应变范畴的土动力学发展缓慢。在60年代初,我国学者黄文熙、汪闻韶等人研究了饱和砂土液化问题,美国人H. B. Seed等提出用动三轴试验解决工程实际问题的方法;1964年美国阿拉斯加地震、日本新潟地震以及1976年中国唐山地震等所造成的严重灾害,警示人们在建筑物设计中必须考虑抗震、防灾;这些都推动了土动力学和土工抗震技术的深入研究和迅速发展,主要表现在以下3方面:

1. 研究理论方面

从以一个土单元体为对象,着重测试土的动力特性指标的研究发展到以多个土单元为对象,研究其相互作用的动力本构关系。本构模型从等效线弹性发展到弹-塑性,目前正向着粘-弹-塑性与剪切体积变形、孔隙水流动相耦合的比较严格的本构关系发展。同时更注重地基失稳机理的研究和部分排水条件下细、粉砂及粉土液化机理研究。

动力机器基础设计理论,通过数十年的实践检验,质阻弹计算模式和弹性半空间计算模式正向着取长补短、相辅相成的方向发展。桩基动力计算模型从以线弹性理论为基础的稳态振动发展到以非线性理论为基础的瞬态振动,并重视对群桩动力特性的研究,如桩-桩动力相互作用、桩-土-桩动力相互作用以及群桩动力效应等。

土与结构动力相互作用是地震工程中的一大难题,也是当前比较活跃的研究领域。对于土-结构物动力相互作用分析通常采用线弹性理论求解法,近年来已逐步发展到按非线性计算的时域或频域的分析法。

随着基础设施建设的高速发展,环境振动的危害愈来愈明显,推动了振波在土中传播规律及隔振减振等问题的研究。近年来这方面又有了新进展,例如对面振源下远、近场波传递规律研究和瞬态瑞利波的应用研究都取得了一定成果。

2. 研究方法方面

从分析土的动力特性的总应力法发展到有效应力法;从平均孔压规律研究发展到瞬态孔压规律研究。在模拟动荷条件方面,从以循环加荷的等幅谐和波低频条件发展到比较符合实际的随机波条件。

随着计算技术的发展,过去靠数学解析解无法解决的很多难题,如大型土坝、核电站等,现采用有限元法、半解析数值法等,结合电子计算机都可以解决。

3. 测试技术方面

室内试验,从低应力水平、简单应力状态下的动三轴试验发展到较高应力水平、复杂应力状态下的真三轴试验、空心柱扭剪动三轴试验以及动主应力轴旋转的自控式扭剪试验。另外还有室内大型振动台试验和离心模型试验等等。

室外试验更加重视原位测试,实录分析,以及大比例尺现场模型试验。波速测试的成果已用于划分土类和场地类别,推算土动力参数,判别砂土液化势,测定地基土密度和湿度,检验桩基破损等。

在检测仪器方面也有不少创新,如扁板贯入器(Flat-Plate Penetrometer)可测出土层在往复荷载下的应力、应变特性,算出弹性模量或剪切模量。此外,三分量传感器、动孔压传感器、波速-静探仪等的问世为拓宽测试内容、提高测试精度创造了有利条件。

有关土动力学、地震工程、建筑结构振动等方面的国际学术会议和全国性学术会议已开过多次,相继报道了不少最新研究成果。但总的来说,在 20 世纪土动力学和基础动力学的发展呈波浪式,目前理论研究的进展速度滞后于应用技术。我们相信在 21 世纪,随着经济的高速发展必将带来新的发展机遇,取得新的研究成果。

第二章 振动与波动

土体在动荷作用下的性状不同于静荷作用下的性状。动荷在土体中的传递是通过土介质质点的振动将其能量以波的形式向四面八方传播,在传播过程中由于能量的耗损而逐渐衰减。研究地基基础的动力性状,解决动力地基基础实际问题,必须掌握振动与波动的基本理论。本章也是学习后续各章的理论基础。

2.1 振动与波动概念

土介质(假设为均质、各向同性的连续弹性体)中的一个质点在外力作用下,在其平衡位置附近沿直线往复运动,则该质点的运动叫做振动。对于连续介质,当某一质点振动时,该质点的振动能量就会传递到周围质点上,从而引起周围质点的振动。这种振动能量在介质内部的传播过程叫做波动。“一石激起千层浪”,由于石子投入水中而激发波浪,使漂浮在水面上的小木块在原位随水质点来回摆动,似质点在振动,而波浪类似波动。可见振动和波动是既有区别又有联系的两种物理现象。振动是研究一个物体或质点在原位的来回运动;波动是研究媒介质中质点“接力式”运动。振动是波动的根源,而波动又是振动的传播过程。

弄清楚振动和波动的基本概念,对于研究动荷作用下土的动力性状以及评价动力影响范围等均具有实际意义。例如地震时在震源处发生强烈震动,其震动能量以应力波的形式向四面八方传播直至地表,使建筑物遭受损坏。因此,我们既要研究地震时土体任一点的振动大小、强度和变形特性,又要研究由震源向四周岩土体各点传播的特点和变化规律。再如工厂的机器运转、建筑工地打桩或强夯及车辆行驶都可能给附近建筑物或精密仪器设备带来有害影响,也需要研究振动特点和波传递规律,以便采取必要的措施。

2.2 质点(刚体)振动

既然振动是波动的根源,首先了解振动类型及其规律是研究波动的前提,而且振动理论又是机器基础动力计算的理论依据。

2.2.1 振动特征

质点(或刚体)的振动是指质点相对于某一位置(如静力平衡位置)所作的往复运动,如图 2.1 所示。谐和振动是最简单、最基本的振动形式。不仅在机器基础动力计算中用到,而且在一般振动计算中也常用,即使像地震那样的随机振动,有时为了分

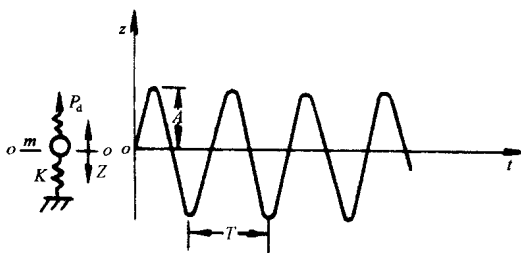


图 2.1 质点谐和运动

析简更,也化为等效谐和振动来研究。

描述谐和振动的主要特征参数是频率、周期和振幅。

频率是指质点每秒钟往复(振动)的次数用符号 f 表示,单位是次/秒(c/s)、周/秒或赫兹,Hz)。当以弧度/秒(rad/s)表示时,称圆频率(或角频率,用 ω 表示)。两者的关系 $f =$

$$\frac{\omega}{2\pi}$$

周期是往复(振动)一次所需的时段,用 T 表示,单位是秒(s),它与频率的关系为

$$T = \frac{1}{f}$$

振幅是质点离开其平衡位置的最大位移,用 A 表示,单位一般用毫米(mm)。在一周中从最大正位移到最大负位移称双振幅,它的一半称单振幅或振幅。

于是谐和振动可以用正弦函数或余弦函数表达,如图 2.2 所示。

位移

$$Z = A \sin(\omega t - \theta) \quad (2.1)$$

速度

$$\dot{Z} = A\omega \cos(\omega t - \theta) \quad (2.2)$$

加速度

$$\ddot{Z} = -A\omega^2 \sin(\omega t - \theta) \quad (2.3)$$

式中 θ ——位移滞后于扰力 P_d 的相位角。

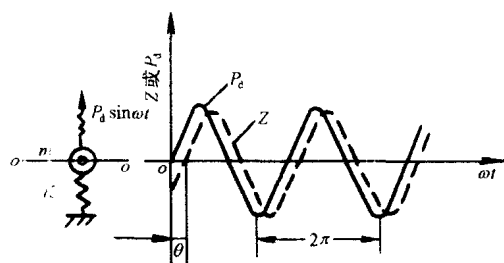


图 2.2 质点谐和运动时扰力与位移的关系

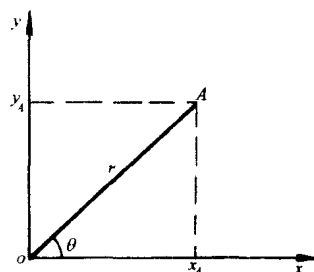


图 2.3 复数表示法

在振动与波的研究中,为使问题的分析简化,广泛使用谐和振动复数表示法。在图 2.3 中,复平面 $x+iy$,则复数位移为

$$Z = Ae^{i(\omega t - \theta)} = Ae^{-i\theta} \cdot e^{i\omega t} \quad (2.4)$$

令

$$\bar{A} = Ae^{-i\theta} = A(\cos\theta - i\sin\theta)$$

则(2.4)式可写成

$$Z = \bar{A} \cdot e^{i\omega t} \quad (2.4)'$$

复数的模

$$r = |Z| = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} \quad (\geq 0)$$

幅角

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{y_A}{x_A}$$

幅角表示位移滞后于扰力的相位角。

速度

$$\dot{Z} = i\omega Z \quad (2.5)$$

加速度

$$\ddot{Z} = -\omega^2 Z \quad (2.6)$$

需要注意,这些关系仅对谐和振动成立。

2.2.2 振动分类

1. 按产生振动的原因分

(1) 自由振动。

当振动体系的平衡被破坏,扰力已撤除,只靠弹性恢复力来维持振动。振动的频率就是体系的固有频率(用 λ 表示)。当存在阻尼时,振动会逐渐衰减直至停止。

(2) 强迫振动。

在外扰力持续作用下,体系被迫产生振动,其振动特性与体系的动力参数,如弹簧常数 K ,阻尼系数 c 和质量 m 以及外扰力方向、幅值、频率等有关。振动频率就是扰力频率。

2. 按振动的振型分

(1) 单向振动。

仅用一个位移量或转角就可表示质点在某一个方向的瞬时位置(一个自由度),如图 2.4(a)所示的竖向振动和图 2.4(b)所示的绕 z 轴的扭转振动。

(2) 耦合振动。

需要用两个或两个以上的位移量或转角才能表示刚体在某一瞬时的位置(多自由度)。其振动特点是刚体在一个方向的运动必将引起另一方向的运动,如图 2.5(a)所示的刚体,当沿 x 轴水平运动时,引起绕 y 轴的摇摆振动。图 2.5(b)是两个具有不同质量的刚体,用两根弹簧串联,当质量 m_1 沿 z 轴运动时,引起质量 m_2 也沿 z 轴运动,这也属于耦合振动。

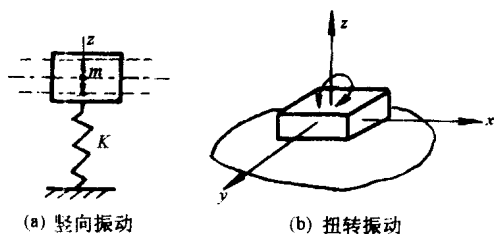


图 2.4 单向振动

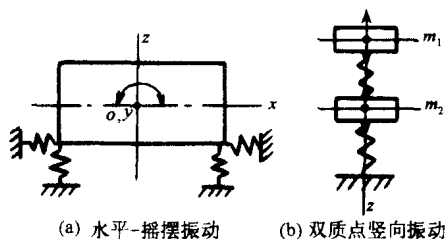


图 2.5 耦合振动

3. 按振动规律分

(1) 谐和振动。

能用一项正弦函数(或余弦函数)表达运动规律的振动。该振动具有周期性。

(2) 复合周期振动。

由有限个不同频率之谐和振动所合成,且任意两个谐和振动频率之比为有理数。

(3) 随机振动。

不能用谐和振动或其简单合成来表达运动规律的振动,也就是无规律的非周期振动。

2.2.3 振动分析

1. 单向振动

(1) 竖向振动。

1) 自由振动。

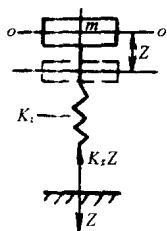


图 2.6 无阻尼自由振动

① 无阻尼自由振动。

图 2.6 是质量为 m 的刚体(或质点)置于弹簧常数为 K_z 的弹簧上振动。现选择静止时质点的位置 o 作为坐标原点,竖直方向为 Z 轴,向下为正。从原点 o 开始作为竖向振动时间 t 的起点。在任一时刻 t ,质点离 o 点的距离为 Z ,显然位移 Z 是时间 t 的函数。作用于质点的弹性恢复力为 $K_z Z$,方向指向原点。质点(或刚体)的自重已与弹簧的静位移弹性反力相平衡了,故可不计入。质点运动的惯性力为 $m\ddot{Z}$,其方向与加速度 $\ddot{Z}$ 方向相反。由此得出竖向无阻尼自由振动方程

$$m\ddot{Z} + K_z Z = 0 \quad \text{或} \quad \ddot{Z} + \frac{K_z}{m} Z = 0 \quad (2.7)$$

设解

$$Z = A \sin \lambda t + B \cos \lambda t \quad (2.8)$$

利用边界条件求待定系数 A, B 。因 $t=0$ 时, $Z=0$, 得 $B=0$ 。于是

$$Z = A \sin \lambda t \quad (2.9)$$

将(2.9)式代入(2.7)式得

$$-m\lambda^2 A \sin \lambda t + K_z A \sin \lambda t = 0$$

其中令

$$\lambda = \sqrt{\frac{K_z}{m}} \quad (2.10)$$

λ 称无阻尼自振圆频率,或固有圆频率(对于竖向振动 λ 写成 λ_z)。可见,固有圆频率取决于振动体系的动力参数——弹簧常数 K_z 和质量 m 。

振幅 A_z 由初始条件确定:

a) 若振动由初位移 Z_0 引起,则振幅 A_z 等于初位移 Z_0 ,即 $A_z = Z_0$;

b) 若振动由初速度 v_0 引起,则

$$v_0 = \dot{Z} \big|_{t=0} = A_z \lambda \cos \lambda t \big|_{t=0} = A_z \lambda$$

于是得

$$A_z = \frac{v_0}{\lambda_z} \quad (2.11)$$

(2.10)式和(2.11)式是锻锤基础动力计算的基本公式(见第六章)。

至此,可得无阻尼竖向自由振动质点位移

$$Z = Z_0 \sin \lambda_z t \quad (2.12)$$

或

$$Z = \frac{v_0}{\lambda_z} \sin \lambda_z t \quad (2.12)'$$

若以时间 t 为横坐标,位移 Z 为纵坐标,可绘出无阻尼自由振动 $Z-t$ 曲线(或动力反应),如图 2.7 所示。该曲线为等幅正弦曲线。

由于无阻尼振动不耗失能量,所以一经激发将无休止地振动下去。但实际情况并非如此,因为自然界的各种振动现象总是有阻尼存在的,自由振动总会逐渐衰竭而停止。无阻尼振动只是理论上的。相应的无阻尼自振圆频率(λ)可看成是振动体系的一个几何物理常数而不赋予物理意义。为此称“固有圆频率”是比较合适的。

② 有阻尼自由振动。

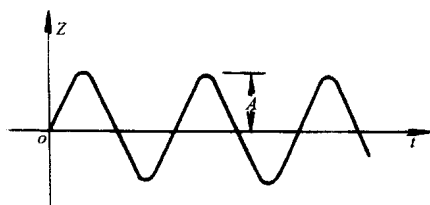


图 2.7 无阻尼自由振动时程曲线

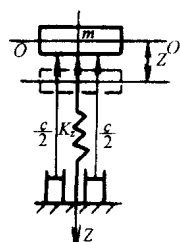


图 2.8 有阻尼自由振动

图 2.8 是有阻尼竖向自由振动计算模式。除了惯性力 $m\ddot{Z}$ 和弹簧恢复力 $K_z Z$ 外,再加上一个阻尼力 $c\dot{Z}$ 。该阻尼力视为粘滞体中质点移动的阻力,故与质点运动速度 $\dot{Z}$ 成正比,方向与速度反向。用 c 表示单位速度时的阻尼力,称阻尼系数。于是可写出振动方程

$$m\ddot{Z} + c\dot{Z} + K_z Z = 0 \quad (2.13)$$

设解

$$Z = A_z e^{\beta t} \quad (2.14)$$

则(2.13)式的特征方程为

$$m\beta^2 + c\beta + K_z = 0 \quad (2.15)$$

解得

$$\beta_{1,2} = \frac{1}{2m} \left[-c \pm \sqrt{c^2 - 4mK_z} \right] \quad (2.16)$$

讨论:

a) 当 $c^2 > 4mK_z$ 时, β_1, β_2 均为负实数,于是有

$$Z = C_1 e^{\beta_1 t} + C_2 e^{\beta_2 t} \quad (2.17)$$

式中 C_1, C_2 为常数,位移 Z 按时间 t 的指数函数衰减,最后为零,如图 2.9 中 a 线。此时体系停止振动,称“过阻尼体系”。

b) 当 $c^2 = 4mK_z$ 时,

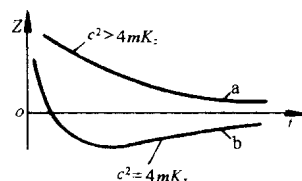


图 2.9 过阻尼和临界阻尼振动