

普通高等教育“九五”部级重点教材



B

普通高等教育机电类规划教材

# 自动控制理论

浙江大学 邹伯敏 编



机械工业出版社

本书是根据全国高等院校工业自动化专业教学指导小组的决定而编写的，是“九五”规划部级重点教材。

全书较系统、全面地介绍了控制理论的基本内容，着重阐明基本概念、基本理论和基本分析方法。全书共分九章，主要内容有：控制系统数学模型的建立、时域分析法、根轨迹法、频率法、控制系统的校正、离散控制系统、状态空间分析法和非线性控制系统。全书内容丰富，叙述深入浅出，文字简练流畅。书中除附有一般的例题外，还附有数量较多的综合性例题分析。

本书为高校本科机电类各专业“自动控制理论”的教材，也可作为自动化类专业的教学用书，还可供从事自动化工作的科技人员作参考。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

自动控制理论/邹伯敏编. —北京：机械工业出版社，  
1999. 10  
普通高等教育“九五”部级重点教材 普通高等教  
育机电类规划教材  
ISBN 7-111-07097-6

I. 自… II. 邹… III. 自动控制—理论—高等学校—  
教材 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 46634 号

机械工业出版社 (北京市西万庄大街 22 号 邮政编码 100037)  
责任编辑：韩雪清 版式设计：霍永明 责任校对：魏俊云  
封面设计：姚毅 责任印制：何全君  
北京京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行  
1999 年 10 月第 1 版第 1 次印刷  
787mm×1092mm<sup>1/16</sup> · 23.25 印张 · 568 千字  
0 001—4 000 册  
定价：29.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换  
本社购书热线电话 (010) 68993821、68326677-2527

## 前　　言

本书是根据全国高等院校工业自动化专业教学指导小组的决定而编写的，是一本面向本科机电类各专业的“自动控制理论”教材。

考虑到我国本科教学的现状和 21 世纪科技发展的需要，教材的内容虽以经典控制理论为主，但同时也扼要地介绍了现代控制理论基础部分的内容——状态空间分析法。为了适应不同专业和不同层次教学的需要，本书各章中的内容尽可能做到相对独立，以便使用者根据具体情况灵活选择。书中各部分内容所占全书的比例为：经典控制理论的线性部分占 66.7%，非线性部分为 10.8%，现代控制理论部分为 22.5%。按照工业自动化专业教学指导小组对本课程提出的参考学时 72 来设计：理论部分的学时为 64，实验课的学时为 8。建议做如下三个基本实验：一、环节与系统的模拟，二、频率特性的测试，三、物理系统的实验。下表为各章理论教学的学时分配，仅供参考。

“自动控制理论”各章教学时数参考表

章的序号	章的标题	时数	章的序号	章的标题	时数
一	绪论	2	六	控制系统的校正	7
二	控制系统的数学模型	7	七	离散控制系统	7
三	控制系统的时域分析	7	八	状态空间分析法	12
四	根轨迹法	5	九	非线性控制系统	7
五	频率响应法	10			

为了在有限的学时内，使读者能系统地学到控制理论中最基本的内容和方法，本书在内容的组织上做到突出重点，理论联系实际，并着重于概念的阐述，尽量免去冗长的数学推导和定理的论证。书中各章除附有一般性的例题外，自第二章起，在每章的后面还附有一定数量的综合性例题分析，旨在加深读者对基本概念的理解和提高综合分析问题的能力。

本书由合肥工业大学王孝武教授主审，参加审稿的还有上海大学郑芳经教授、合肥工业大学王经维教授，中国科技大学李嗣福教授，他们对书稿的修改提出了不少宝贵的意见，使本书增色不少。在编写过程中，编者还得到了上海大学陈伯时教授和浙江大学胡中楫教授、陈希舒教授、宋水孝副教授的指导与帮助。在此，向上述老师一并致以深切的谢意。

由于编者水平有限，书中一定会有一些不妥之处，恳请广大读者和同行专家提出批评和指正。

编者

1998 年 10 月于浙大求是园

# 目 录

前言	
<b>第一章 绪论</b>	<b>1</b>
第一节 自动控制系统的一般概念	1
第二节 开环控制与闭环控制	4
第三节 自动控制系统的分类	6
第四节 对控制系统性能的要求和	
本课程的任务	8
习题	9
<b>第二章 控制系统的数学模型</b>	<b>11</b>
第一节 列写系统微分方程式的一般	
方法	11
第二节 非线性数学模型的线性化	15
第三节 传递函数	17
第四节 框图和系统的传递函数	25
第五节 信号流图和梅逊公式的应用	33
小结	37
例题分析	37
习题	40
<b>第三章 控制系统的时域分析</b>	<b>44</b>
第一节 典型的试验信号	44
第二节 一阶系统的时域响应	46
第三节 二阶系统的时域响应	47
第四节 高阶系统的时域响应	57
第五节 线性定常系统的稳定性	58
第六节 劳斯稳定判据	60
第七节 控制系统的稳态误差	64
小结	70
例题分析	71
习题	74
<b>第四章 根轨迹法</b>	<b>77</b>
第一节 根轨迹法的基本概念	77
第二节 绘制根轨迹的基本规则	81
第三节 参量根轨迹的绘制	92
第四节 非最小相位系统的根轨迹	94
第五节 用根轨迹法分析控制系统	101
小结	105
例题分析	105
习题	108
<b>第五章 频率响应法</b>	<b>112</b>
第一节 频率特性	112
第二节 对数坐标图	116
第三节 极坐标图	127
第四节 乃奎斯特稳定判据	134
第五节 相对稳定性分析	143
第六节 频域性能指标与时域性能	
指标间的关系	148
第七节 传递函数的实验确定	153
小结	154
例题分析	154
习题	159
<b>第六章 控制系统的校正</b>	<b>164</b>
第一节 引言	164
第二节 串联超前校正	165
第三节 串联迟后校正	174
第四节 串联迟后-超前校正	180
第五节 PID 调节器及其参数整定	185
小结	192
例题分析	193
习题	197
<b>第七章 离散控制系统</b>	<b>200</b>
第一节 引言	200
第二节 信号的采样与复现	202
第三节 $z$ 变换与 $z$ 反变换	207
第四节 脉冲传递函数	213
第五节 差分方程	221
第六节 离散控制系统的性能分析	225
小结	234
例题分析	234
习题	238
<b>第八章 状态空间分析法</b>	<b>241</b>
第一节 状态变量描述	241
第二节 传递函数与动态方程的关系	245
第三节 矩阵 $A$ 的对角化	256
第四节 线性定常连续系统状态方程	

的解 .....	262	习题 .....	319
第五节 线性定常离散系统的动态方 程式 .....	271	附录 .....	322
第六节 线性定常系统的能控性 .....	277	第九章 非线性控制系统 .....	326
第七节 线性定常系统的能观性 .....	283	第一节 非线性系统的概述 .....	326
第八节 对偶性原理 .....	288	第二节 非线性元件的描述函数 .....	330
* 第九节 能控性和能观性判据的另一 形式 .....	289	第三节 用描述函数分析非线性控制 系统 .....	337
* 第十节 能控性和能观性与传递函数的 关系 .....	294	第四节 相轨迹 .....	339
第十一节 状态反馈和极点的 任意配置 .....	298	第五节 奇点与极限环 .....	345
* 第十二节 状态观测器及其应用 .....	303	第六节 非线性系统的相平面分析 .....	351
小结 .....	308	小结 .....	356
例题分析 .....	309	例题分析 .....	357
		习题 .....	361
		参考文献 .....	364

# 第一章 絮 论

## 第一节 自动控制系统的一般概念

自动控制就是在没有人直接参与的条件下，利用控制器使被控对象（如机器、设备和生产过程）的某些物理量（或工作状态）能自动地按照预定的规律变化（或运行）。例如人造卫星按指定的轨道运行，并始终保持正确的姿态，使它的太阳能电池一直朝向太阳，无线电天线一直指向地球……；电网的电压和频率自动地维持不变；金属切削机床的速度在电网电压或负载发生变化时，能自动保持近似地不变。以上这些，都是自动控制的结果。

现代数字计算机的迅速发展，为自动控制技术的应用开辟了广阔的前景。使它不仅大量应用于空间技术、科技、工业、交通管理、环境卫生等领域，而且它的概念和分析问题的方法也向其它领域渗透。例如政治、经济、教学等领域中的各种体系；人体的各种功能；自然界中的各种生物学系统，都可视为是一种控制系统。

自动控制技术的广泛应用不仅能使生产设备或过程实现自动化，极大地提高了劳动生产率和产品的质量，改善了劳动条件，而且在人类征服大自然、探索新能源、发展空间技术和改善人民生活等方面都将起着极其重要的作用。由此可知，自动控制是我国实现四个现代化过程中必不可少的一门科学技术。

自动控制是一门理论性很强的科学技术，一般泛称为“自动控制技术”。把实现自动控制所需的各个部件按一定的规律组合起来，去控制被控对象，这个组合体叫做“控制系统”。分析与综合自动控制系统的理论称之为“控制理论”。

自动控制系统的种类较多，被控制的物理量有各种各样，如温度、压力、流量、电压、转速、位移和力等。组成这些控制系统的元、部件虽然有较大的差异，但是系统的基本结构却相类同，且一般都是通过机械、电气、液压等方法来代替人工控制。为了了解自动控制系统的结构，首先让我们分析一下图 1-1 所示的液面控制系统。人若参与该系统的控制，应起哪些作用。

图中  $V_1$  为放水阀、 $V_2$  为进水阀，控制要求液面的希望高度等于  $h_0$ 。当人参与控制时，就要不断地将

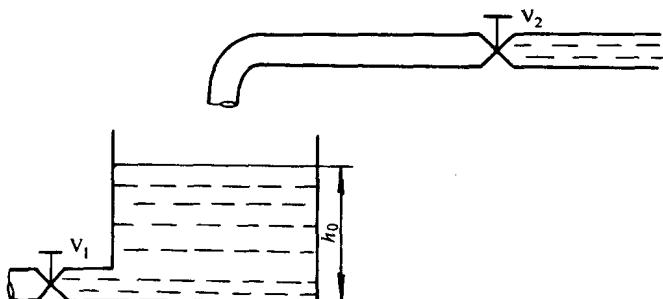


图 1-1 水池液面控制系统

实际液面的高度与希望液面的高度作比较，根据比较的结果，决定进水阀  $V_2$  开度的增大还是减小，以达到维持液面高度不变的目的。图 1-2 为人参与该系统控制的框图。由该图可见，人在参与控制中起了以下三方面的作用：

- 1) 测量实际液面的高度  $h_1$ ——用眼睛。

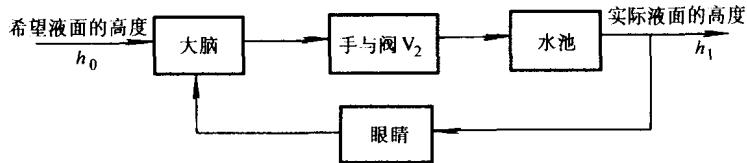


图 1-2 液面人工控制系统的框图

- 2) 将测得实际液面的高度  $h_1$  与希望液面的高度  $h_0$  相比较——用脑。
- 3) 根据比较的结果，即按照偏差的正负去决定控制的动作——用手。

显然，如果用自动控制去代替上述的人工控制，那么在自动控制系统中必须具有上述三种职能机构，即测量机构、比较机构和执行机构。不言而喻，用人工控制既不能保证系统所需的控制精度，也不能减轻人的劳动强度。如果将图 1-1 改为图 1-3 所示的自动控制系统，就可以实现不论放水阀  $V_1$  输出的流量如何变化，系统总能自动地维持其液面高度在允许的偏（误）差范围之内。假设水池液面的高度因  $V_1$  阀开度的增大而稍有降低时，则系统立即产生一个与降落液面高度成比例的误差电压  $u$ ，该电压经放大器放大后供电给进水阀的拖动电动机，使阀  $V_2$  的开度也相应地增大，从而使水池的液面恢复到所希望的高度。

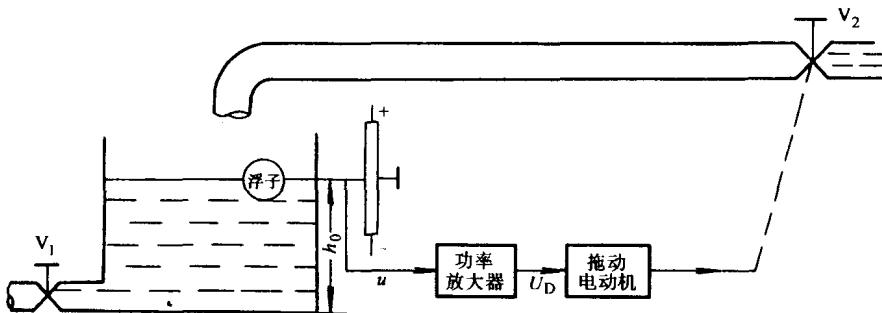


图 1-3 液面自动控制系统

图 1-3 所示的液面自动控制系统是由以下五个部分所组成：

- 1) 被控对象——水池。
- 2) 测量元件——浮子。
- 3) 比较机构——求浮子的希望位置与实际位置之差。
- 4) 放大机构——当测量元件测得的信号与给定信号比较后得到的误差信号不足以使执行元件动作时，一般都需要加放大元件，以提高系统的控制精度。
- 5) 执行元件——它的职能是直接驱动被控对象，以改变被控制量。

以上五个部分也是一般自动控制系统必备的组成单元。此外，为了改善控制系统的动、静态性能，通常还在系统中加上某种形式的校正装置。

为了使控制系统的表示既简单又明了，在控制工程中一般均采用方框表示系统中的各个组成部件，在每个方框中填入它所表示部件的名称或其功能函数表达式，不必画出它们的具体结构。根据信号在系统中的传递方向，用有向线段依次把它们连接起来，就求得整个系统的框图。控制系统的框图由以下三个基本单元所组成：

- (1) 引出点 如图 1-4a 所示。它表示信号的引出，箭头表示信号的传递方向。
- (2) 比较点 如图 1-4b 所示。表示两个或两个以上的信号在该处进行减或加的运算。

“—”号表示信号相减，“+”号表示信号相加。

(3) 部件的方框 如图 1-4c 所示。输入信号置于方框的左端，方框的右端为其输出量，方框中填入部件的名称。

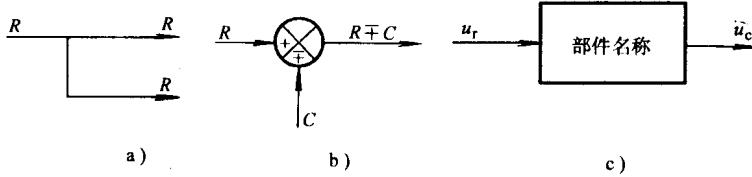


图 1-4 系统框图的基本组成单元

a) 引出点 b) 比较(综合)点 c) 部件的框图

据此，可把图 1-3 所示液面控制系统的原理图改用图 1-5 所示的框图来表示。显然，后者的表示不仅比前者简单，而且信号在系统中的传递也更为清晰。因此在以后的讨论中，控制系统一般均以框图的形式表示。

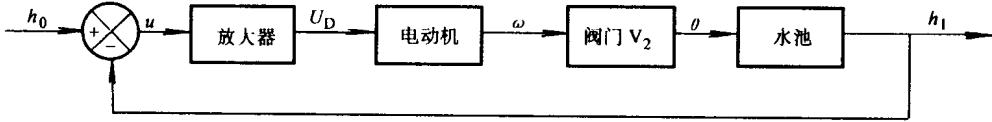


图 1-5 图 1-3 所示系统的框图

图 1-6 是一个位置随动系统，它的原理框图如图 1-7 所示。该系统是用一对电位器作为位置的检测元件，它们分别把系统的输入与输出的位置信号转换成与之成比例的电信号，并进行比较。当发送电位器和接收电位器的转角相等时，则  $U_r = U_c$ ,  $U_e = U_D = 0$ ，电动机处于静止状态。若使发送电位器的动臂按逆时针方向增加一个角度  $\Delta\theta_r$ ，此时由于  $U_r$  大于  $U_c$  而产生一个相应极性的误差电压  $U_e$ ，经放大器放大后供电给直流电动机，使之带动负载和接收电位器的动臂一起旋转，一直到  $\theta_r = \theta_c$  为止。

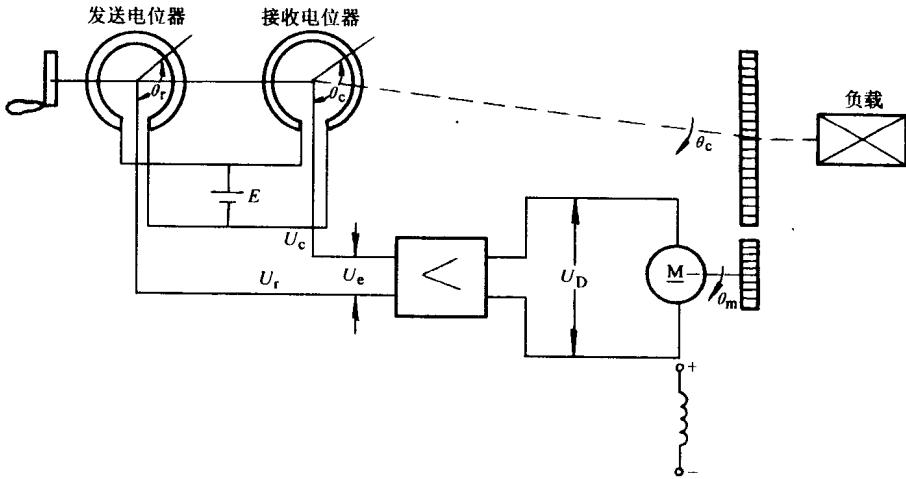


图 1-6 直流随动系统的原理图

由上述两系统的框图可见，控制系统中信号的传递都有一个闭合的回路。即被控制量直接或经过反馈环节后反作用到系统的输入端，并和输入信号作减法运算，利用所得的误差信

号对系统进行控制。被控制量与给定输入信号间的这种联系，人们称为负反馈，相应的系统叫做负反馈控制系统。

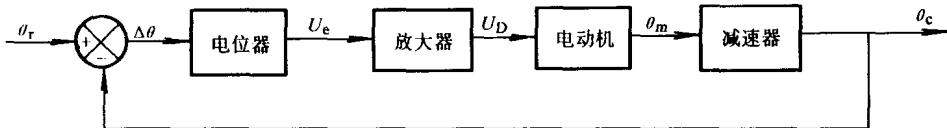


图 1-7 图 1-6 所示系统的框图

## 第二节 开环控制与闭环控制

自动控制系统的结构和用途虽各不相同，但参照上节所举的例题，可以画出它的一般形式的框图，如图 1-8 所示。图中的串联和并联校正装置用于改善系统的动态和稳态的性能，执行元件用于改变被控对象的输出，虚线方框部分一般统称为控制器。这样，图 1-8 就简化为图 1-9。

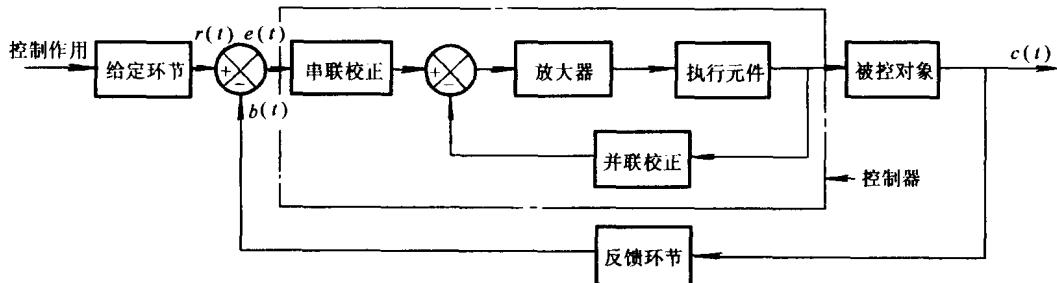


图 1-8 自动控制框图的一般形式

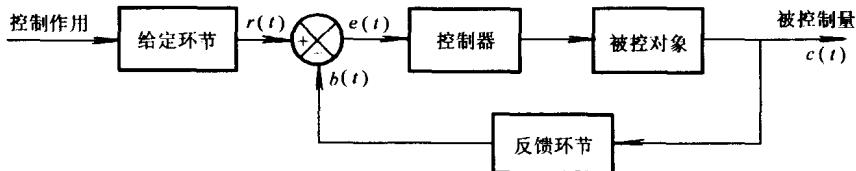


图 1-9 自动控制系统的框图

图中

$r(t)$ ——系统的参考输入(简称输入量或给定量)；

$c(t)$ ——系统的被控制量(又称输出量)；

$b(t)$ ——系统的主反馈量，它是与被控制量成正比或为某种函数的信号，其物理量纲必须与参考输入相同。因为只有相同量纲的信号，才能在比较点处进行相减运算。

$e(t)$ ——系统的误差，它等于参考输入与主反馈量之差，即  $e(t)=r(t)-b(t)$ 。

给定环节——产生参考输入信号的元件，如电位器、旋转变压器等。

控制器——它的输入是系统的误差信号，经其变换运算后，产生期望的控制信号去控制被控对象。

被控对象——它受控制器输出量的控制，其输出就是系统的被控制量。

反馈环节——将被控制量转换为主反馈信号的装置，这个装置一般为检测元件。

## 一、开环控制

如果系统的输出量没有与其参考输入相比较，即系统的输出与输入量间不存在着反馈的通道，这种控制方式叫做开环控制。图 1-10 为开环控制系统的框图。由图可见，这种控制系统的优点是结构简单、所用的元器件少、成本低，系统一般也容易稳定。然而，由于这种控制系统既不要对它的被控制量进行检测，又没有将被控制



图 1-10 开环控制系统

量反馈到系统的输入端和参考输入相比较，所以当系统受到干扰作用后，被控制量一旦偏离了原有的平衡状态，系统就没有消除或减小误差的功能，这是开环系统的一个“致命”缺点。正是这个缺点，大大限制了这种系统的应用范围。

图 1-11a 为一个开环直流调速系统，图 1-11b 为它的框图。图中  $U_g$  为给定的参考输入，它经触发器和晶闸管整流装置转变为相应的直流电压  $U_d$ ，并供电给直流电动机，使之产生一个  $U_g$  所期望的转速  $n$ 。但是，当电动机的负载、交流电网的电压以及电动机的励磁稍有变化时，电动机的转速就会随之而变化，不能再维持  $U_g$  所期望的转速。

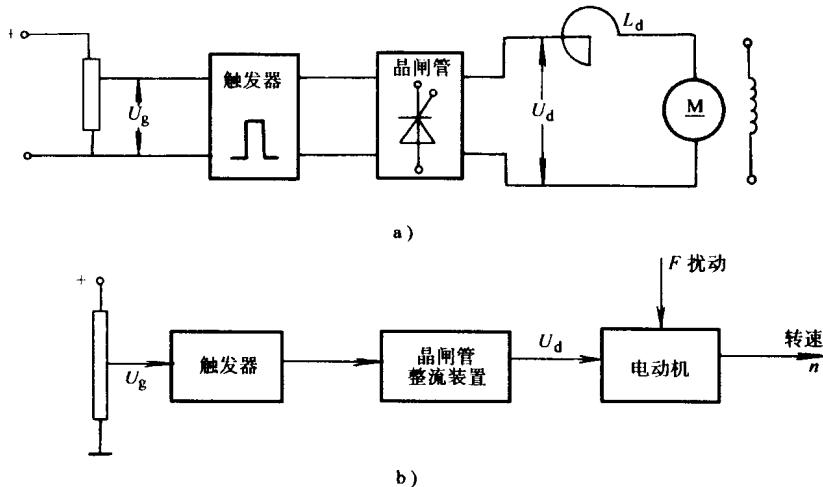


图 1-11 开环直流调速系统

图 1-12 为数控机床中广泛应用的定位系统的框图。这也是一个开环控制系统，工作台的位移是该系统的被控制量，它是跟随着控制信号（控制脉冲）而变化的。显然，这个系统没有抗扰动的功能。

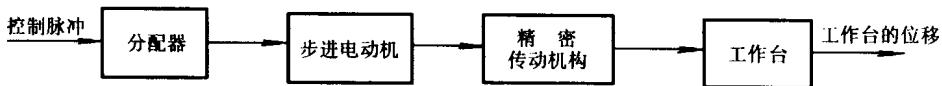


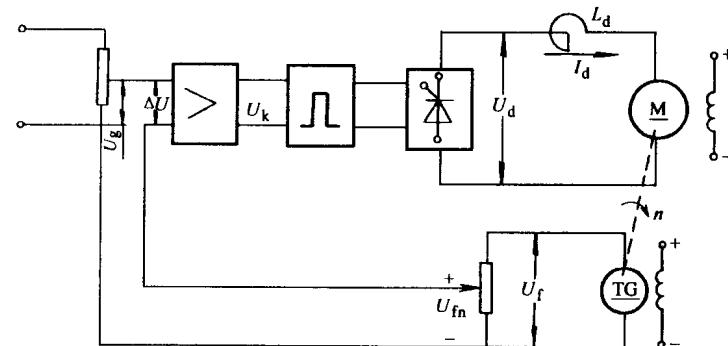
图 1-12 开环定位控制系统的框图

如果系统的给定输入与被控制量之间的关系固定，且其内部参数或外来扰动的变化都较小，或这些扰动因素可以事先确定并能给予补偿，则采用开环控制也能取得较为满意的控制效果。

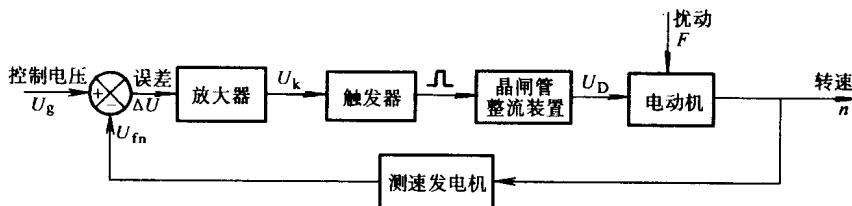
## 二、闭环控制

若把系统的被控制量反馈到它的输入端，并与参考输入相比较，这种控制方式叫做闭环控制。由于这种控制系统中存在着被控制量经反馈环节至比较点的反馈通道，故闭环控制又

称反馈控制。上一节中所讨论的图 1-5 和图 1-7 所示的系统，都是闭环控制系统。这些系统的特点是：连续不断地对被控制量进行检测，把所测得的值与参考输入作减法运算，求得的误差信号经控制器的变换运算和放大器的放大后，驱动执行元件，以使被控制量能完全按照参考输入的要求去变化。这种系统如果受到来自系统内部和外部干扰信号的作用时，通过闭环控制的作用，能自动地消除或削弱干扰信号对被控制量的影响。由于闭环控制系统具有良好的抗扰动功能，因而它在控制工程中得到了广泛地应用。



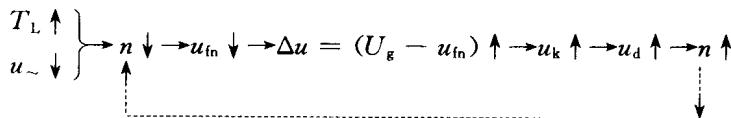
a)



b)

图 1-13 闭环直流调速系统

如果把图 1-11 所示的开环调速系统改接为图 1-13 所示的闭环系统，则它就具有自动抗扰动的功能。例如当电动机的负载增大时，流经电动机电枢中的电流便相应地增大，电枢电阻上的压降也变大，从而导致电动机转速的降低；而转速的降低使测速发电机的输出电压  $U_{fn}$  减小，误差电压  $\Delta u$  便相应地增大，经放大器放大后，使触发脉冲前移，晶闸管整流装置的输出电压  $U_d$  增大，从而补偿了由于负载的增大而造成的电动机转速的下降，使电动机的转速近似地保持不变。上述的调节过程，也可用如下的顺序图来表示。



### 第三节 自动控制系统的分类

自动控制系统可以从不同的角度进行分类。如按照分析和设计的方法，通常可分为线性和非线性，时变和非时变系统。按照系统参考输入信号的变化规律，分为恒值控制系统和随动控制系统。按照系统内部传输信号的性质，又可分为连续控制系统和离散控制系统。此外，

也有的按照组成系统元件的种类来划分，如机电控制系统、液压控制系统、气动控制系统和生物控制系统等。若按照被控制量的名称来分类，有温度控制系统、转速控制系统和张力控制系统等。这里只介绍下列三种常用的分类方法，以在分析和设计这些系统之前，对它们的特征有一个初步的认识。

### 一、线性控制系统和非线性控制系统

若组成控制系统的元件都具有线性特性，则称这种系统为线性控制系统。这种系统的输入与输出间的关系，一般用微分方程、传递函数来描述，也可以用状态空间表达式来表示。线性系统的主要特点是具有齐次性和适用叠加原理。如果线性系统中的参数不随时间而变化，则称为线性定常系统。反之，则称为线性时变系统。

在控制系统中，至少有一个元件具有非线性特性，则称该系统为非线性控制系统。非线性系统一般不具有齐次性，也不适用叠加原理，而且它的输出响应和稳定性与其初始状态有很大的关系。

严格地说，绝对的线性控制系统（或元件）是不存在的，因为所有的物理系统和元件在不同的程度上都具有非线性特性。为了简化对系统的分析和设计，在一定的条件下，可以对某些非线性特性作线性化处理。这样，非线性系统就近似为线性系统，从而可以用分析线性系统的理论和方法对它进行研究。

工程上有时为了改善控制系统的性能，常常人为地引入某种非线性元件。例如为了实现最短时间控制，采用开关型（Bang-Bang）的控制方式；又如在由晶闸管组成的整流装置的直流调速系统中，为了改善系统的动态特性和限制电动机的最大电流，人们有意识地把速度调节器和电流调节器设计成具有饱和非线性的特性。

### 二、恒值控制系统和随动系统

恒值控制系统的参考输入为常量，要求它的被控制量在任何扰动的作用下能尽快地恢复（或接近）到原有的稳态值。图 1-3 所示的液面控制系统和图 1-13 所示的直流调速系统均属于恒值控制系统。由于这类系统能自动地消除或削弱各种扰动对被控制量的影响，故它又名为自镇定系统。

随动系统的参考输入是一个变化的量，一般是随机的。要求系统的被控制量能快速、准确地跟随参考输入信号的变化而变化。图 1-6 所示的就是一个位置随动系统。

### 三、连续控制系统和离散控制系统

控制系统中各部分的信号若都是时间  $t$  的连续函数，则称这类系统为连续控制系统。前面所举的液面控制系统和随动系统都属于这类控制系统。

在控制系统各部分的信号中只要有一个是时间  $t$  的离散信号，则称这种系统为离散控制系统。显然，脉冲和数码都属于离散信号。图 1-14 所示的计算机控制系统就是一种常见的离散控制系统。

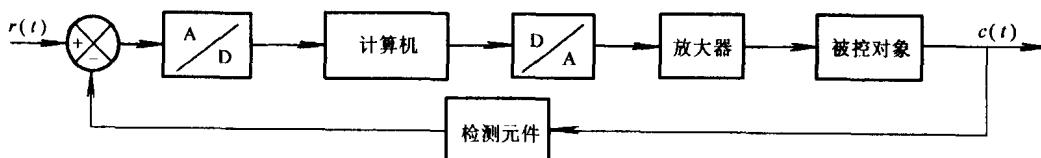


图 1-14 计算机控制系统的框图

## 第四节 对控制系统性能的要求和本课程的任务

如上所述，恒值控制系统的任务是使系统的被控制量不受扰动的影响，输出力求等于参考输入信号所要求的期望输出值；随动系统的任务是要求其被控制量能准确、迅速地复现输入信号的变化规律。实际上，这些要求并不能百分之百地办到，而只能近似地得到实现。这是因为系统中总存在着一些不同性质的贮能元件，例如机械的惯性，电路中的电容与电感等。因而即使在系统中加了校正装置，系统的误差量也不会立即被完全消除。从另一方面考虑，由于系统具有的能源功率有限，系统的放大能力必然也有限制，因而它运动的加速度有限，相应的速度和位移就不可能瞬时地发生突变，而必须经历一段时间，即系统的运动必然有一个渐变的过程——动态响应过程。此外，由于检测元件本身制造上的误差和机械传动间隙等因素，都会影响系统的控制精度。因此，对于控制系统的设计，只是要求在可能的范围内尽量满足其技术上的要求。

控制系统的性能一般从以下三方面来评价。

### **一、稳定性**

稳定性是对控制系统最基本的要求。所谓系统稳定，粗略地说，就是当系统受到扰动作用后，系统的被控制量虽然偏离了原来的平衡状态，但当扰动一撤离，经过一定的时间后，如果系统仍能回到原有的平衡状态，则称系统是稳定的。一个稳定的系统。当其内部参数稍有变化或初始条件改变时，仍能正常地进行工作。考虑到系统在工作过程中的环境和参数的变化，因而要求系统不仅能稳定，而且还要求留有一定的稳定裕量。

### **二、响应速度**

控制系统不仅要稳定，而且还要求系统的响应具有一定的快速性，这对于某些系统来说，是一个十分重要的性能指标。例如在第二节中所述的直流调速系统，当它在突加负载作用下，要求系统的被控制量（转速）能尽快地恢复到原有的稳态值。有关系统响应速度定量的性能指标，将在第三章中予以阐述。

### **三、稳态精度**

系统稳态精度通常用它的稳态误差来表示。如果在参考输入信号作用下，当系统达到稳态后，其稳态输出与参考输入所要求的期望输出之差叫做给定稳态误差。显然，这种误差越小，表示系统的输出跟随参考输入的精度越高。系统在扰动信号作用下，其输出必然偏离原平衡状态。由于系统自动调节的作用，其输出量会逐渐向原平衡状态方向恢复。当达到稳态后，系统的输出量若不能恢复到原平衡状态时的稳态值，所产生的差值叫做扰动稳态误差。这种误差越小，表示系统抗扰动的能力越强，其稳态精度也越高。

由于被控对象具体情况的不同，各种系统对上述三方面性能要求的侧重点也有所不同。例如随动系统对快速性和稳态精度的要求较高，而恒值控制系统一般却侧重于稳定性能和抗扰动的能力。在同一个系统中，上述三方面的性能要求通常是相互制约的。例如为了提高系统动态响应的快速性和稳态精度，就需要增大系统的放大能力，而放大能力的增强，必然促使系统动态性能的变差，甚至会使系统变为不稳定。反之，若强调系统动态过程平稳性的要求，系统的放大倍数就应较小，从而导致系统稳态精度的降低和动态过程的缓慢。由此可见，系统动态响应的快速性、高精度与动态稳定性之间是一对矛盾。如何分析与解决这个矛盾，正

是本课程所要研究的两大课题：

1) 对于一个具体的控制系统，如何从理论上对它的动态性能和稳态精度进行定性的分析和定量的计算。

2) 根据对系统性能的要求，如何合理地设计校正装置，使系统的性能能全面地满足技术上的要求。

### 习 题

1-1 试列举几个日常生活中的开环控制和闭环控制系统，并说明它们的工作原理。

1-2 一晶体管稳压电源如图 1-15 所示。试将其改画成框图，并指出哪个量是给定量、被控制量、反馈量和扰动量。

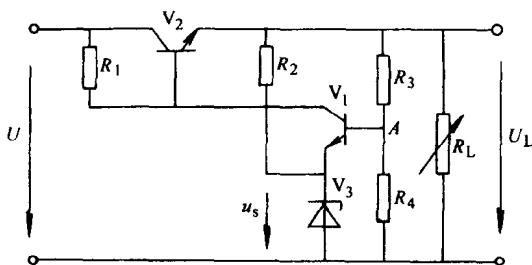


图 1-15 晶体管稳压电源电路

1-3 图 1-16 为电炉箱恒温控制系统。

1) 画出系统的框图；

2) 说明该系统恒温控制的原理。

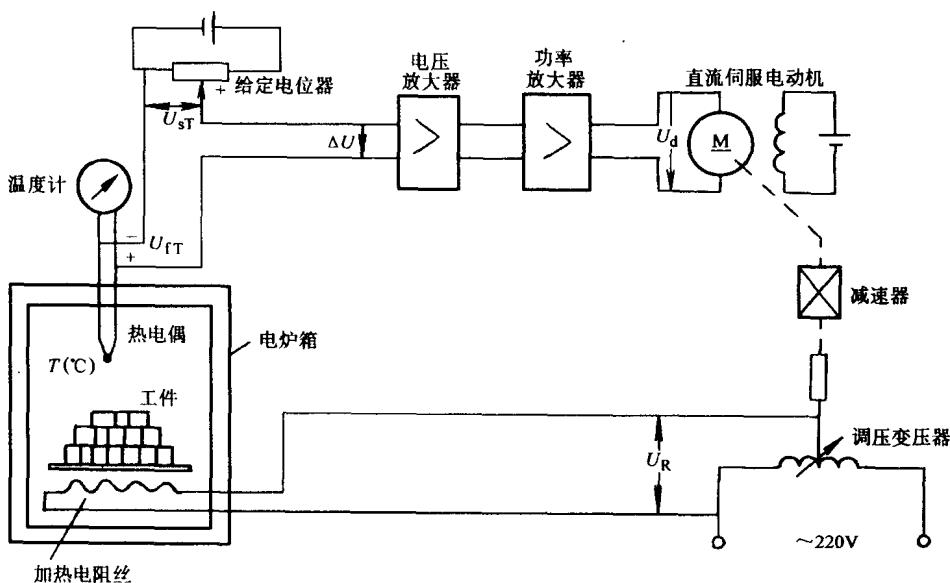


图 1-16 电炉箱恒温自动控制系统

1-4 图 1-17 为仓库大门控制系统。试说明大门自动开启和关闭的工作原理。如果大门不能全开或全关，则应如何调整。

1-5 图 1-18 为一直流调速系统。图中 TG 为测速发电机，M 为工作电动机，SM 为伺服电动机，伺服

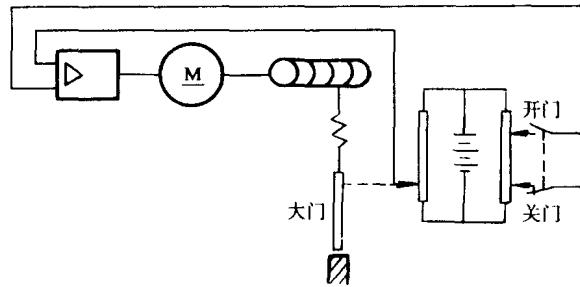


图 1-17 仓库大门控制系统

电动机将驱动电位器 RP<sub>2</sub> 的动臂作上下移动。试画出该系统的框图，并说明该系统的自动调节过程。

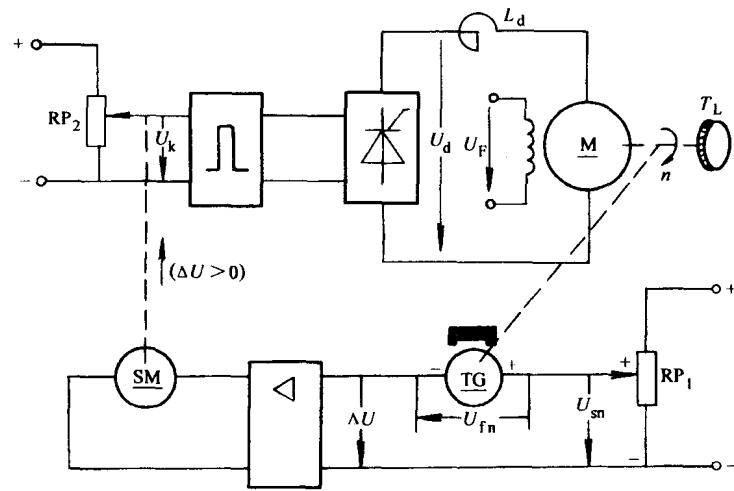


图 1-18 直流调速系统

## 第二章 控制系统的数学模型

为了从理论上对控制系统进行定性地分析和定量地计算，首要的工作是建立系统的数学模型。系统的数学模型就是描述系统输入、输出变量以及内部其它变量之间关系的数学表达式。通常它有两种描述方法：一种是输入-输出描述，又称端部描述。微分方程是这种描述的最基本形式，传递函数、框图等其它形式的数学模型均由它而导出。另一种是状态变量描述，又称内部描述。它不仅描述了系统的输入、输出的关系，而且也描述了系统的内部特性。这种描述方法特别适用于多变量控制系统。

一个控制系统的数学模型虽然可以表示为不同的形式，但对于一个具体的系统而言，采用某种合适的形式将更有利与系统地分析和研究。例如对于多变量控制系统和最优控制系统，宜采用状态变量描述；对于单输入-单输出系统的瞬态响应或频率响应的分析，应采用传递函数描述更为方便。

建立系统数学模型的方法有解析法和实验法两种。解析法是根据系统及元件各变量之间所遵循的基本物理、化学等定律，列出每一个元件的输入-输出的关系式，然后消去中间变量，从而求得系统的输出与输入的数学表达式。本章只讨论解析法，关于实验法将在第五章中作介绍。

### 第一节 列写系统微分方程式的一般方法

为使所建立的数学模型既简单又具有足够的精度，在推演系统的数学模型时，必须对系统作全面深入地考察，以求能把那些对系统性能影响较小的一些次要因素略去。用解析法推演系统数学模型的前提是对系统的作用原理和系统中各元件的物理属性有着深入地了解。用这种方法建立系统微分方程式的一般步骤是：

- 1) 根据基本的物理、化学等定律，列出系统中每一个元件的输入与输出的微分方程式。
- 2) 确定系统的输入与输出量，消去其余的中间变量，从而求得系统输出与输入的微分方程式。

在列写每一个元件的微分方程式时，必须注意到它与相邻元件间的相互影响。下面举例说明建立元件和系统微分方程式的步骤与方法。

**例 2-1** 图 2-1 为一 R-L-C 电路，其输入电压为  $u_r$ ，输出电压为  $u_c$ 。试写出  $u_r$  与  $u_c$  之间的微分方程式。

**解** 根据电路理论中的基尔霍夫定律，写出下列方程

$$iR + L \frac{di}{dt} + u_c = u_r$$

$$u_c = \frac{1}{C} \int i dt$$

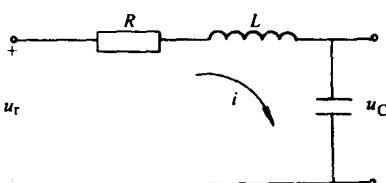


图 2-1 R-L-C 电路

消去中间变量  $i$ , 则得

$$LC \frac{d^2u_c}{dt^2} + RC \frac{du_c}{dt} + u_c = u_r$$

或写作

$$T_L T_C \frac{d^2u_c}{dt^2} + T_C \frac{du_c}{dt} + u_c = u_r \quad (2-1)$$

式中,  $T_L = \frac{L}{R}$ ,  $T_C = RC$ 。式(2-1)就是图 2-1 所示电路的数学模型, 它描述了该电路在  $u_r$  作用下电容两端电压  $u_c$  的变化规律。

**例 2-2** 已知一  $R-C$  网络如图 2-2 所示, 试写出该网络输入与输出之间的微分方程。

**解** 在列写电路的微分方程式时, 必须考虑到后级电路是否对前级电路产生影响。对于图 2-2 所示的电路, 如果只是简单地分别写出 2 个单级  $R-C$  网络的微分方程, 然后消去中间变量, 这样求得的微分方程将是错误的。只有当后级  $R_2-C_2$  网络的输入阻抗很

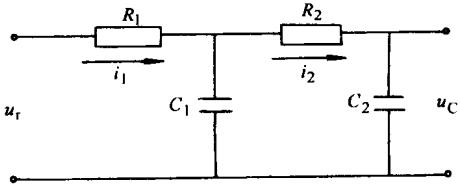


图 2-2  $R-C$  滤波网络

大, 即对前级  $R_1-C_1$  网络的影响可以忽略不计时, 方可单独列出  $R_1-C_1$  和  $R_2-C_2$  网络的微分方程。对于图 2-2 所示的电路, 由基尔霍夫定律写出下列的方程组

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_1} \int (i_1 - i_2) dt + i_1 R_1 &= u_r \\ \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + i_2 R_2 &= \frac{1}{C_1} \int (i_1 - i_2) dt \\ \frac{1}{C_2} \int i_2 dt &= u_c \end{aligned}$$

消去中间变量  $i_1, i_2$ , 得

$$R_1 R_2 C_1 C_2 \frac{d^2u_c}{dt^2} + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) \frac{du_c}{dt} + u_c = u_r$$

或写为

$$T_1 T_2 \frac{d^2u_c}{dt^2} + (T_1 + T_2 + T_3) \frac{du_c}{dt} + u_c = u_r \quad (2-2)$$

式中,  $T_1 = R_1 C_1$ ,  $T_2 = R_2 C_2$ ,  $T_3 = R_1 C_2$ 。由式(2-2)可知, 该电路的数学模型是一个二阶常系数非齐次微分方程。

**例 2-3** 设弹簧-质量-阻尼器系统, 如图 2-3 所示。试求外力  $F(t)$  与质量块位移  $y(t)$  之间的微分方程。

**解** 根据牛顿第二定律, 该系统在外力  $F(t)$  的作用下, 当抵消了弹簧拉力  $ky(t)$  和阻尼器的阻力  $f \frac{dy}{dt}$  后, 使质量块(质量为  $m$ )产生加速度, 于是得

$$F(t) - ky(t) - f \frac{dy(t)}{dt} = m \frac{d^2y(t)}{dt^2}$$

即

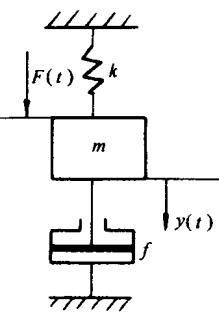


图 2-3 弹簧-质量-阻尼器系统