



职工高等工业专科学校  
高等职业技术教育

试用教材

# 工程力学

邱家骏 主编

机械工业出版社

职工高等工业专科学校  
高等职业技术教育 试用教材

# 工 程 力 学

主编 邱家骏

副主编 许之祥 谢 平

沈 刚 肖 魁 徐耀诚

参 编 程广如 刘 欣 张 宁 白光璧  
么居标



机 械 工 业 出 版 社

本书是根据1993年8月秦皇岛全国成人高校机电一体化专业会议通过的教学大纲编写的。

考虑到职工高等工业专科学校的特点,本书强调综合分析,注意结合工程实际提出问题,分析问题,力求精练、实用,满足90~120学时授课计划需要。

全书分三大部分:静力分析;强度、刚度、稳定分析;运动和动力分析。

本书为高等职业学校、职工大学、业余大学机电一体化专业教材,亦可作为函授大学、一般专科学校及有关工程技术人员参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学/邱家骏主编. —北京:机械工业出版社,  
1996.10 (2000.10重印)

职工高等工业专科学校、高等职业技术教育试用教材  
ISBN 7-111-04249-2

I.工… II.邱… III.工程力学-高等学校:技术  
学校-教材 IV.TB12

中国版本图书馆CIP数据核定(2000)第65602号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:王世刚 版式设计:李松山 责任校对:韩晶

封面设计:姚毅 责任印制:何全君

北京交通印务实业公司印刷·新华书店北京发行所发行

2001年1月第1版第7次印刷

787mm×1092mm<sup>1</sup>/<sub>16</sub>·24.5印张·599千字

30 001—35 000册

定价:28.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换  
本社购书热线电话(010)68993821、68326677-2527

## 序 言

随着机电一体化技术与产品在世界范围内的兴起与发展,教育必须紧紧跟上形势及经济发展的需要。1990年4月我会受原机械电子工业部教育司委托,组织了全国部分成人高等学校的专家、教授在天津编写了“机电一体化”等专业指导性教学文件。对本专业的研究与发展起了一定的推动和示范作用。编写组这项工作获得1991年全国学会工作成果奖。

1992年,我会机械制造专业委员会桂林年会发起编写“机电一体化”成套教材,以解决本专业当前教学急需。经过一年多的工作,重新编写了“机电一体化”专业教学计划(分为应用型和技艺型两类)及各科教学大纲,并在部分职工高校试用。在此同时,着手组织编写教材及出版工作。鉴于这套教材涉及几个专业委员会的教学研究领域,为保证编写质量,加快出版进程以及工作上的方便,自1993年5月济南会议起,由学会秘书处统一组织工作,并委托我会学术委员会具体负责本次编辑出版的协调和实施工作。

这套教材以我会学术委员会、机械制造专业委员会、工程材料专业委员会、技术基础课委员会、基础学科委员会为主,集中我会全国学术骨干力量,在三年内分两批出齐。第一批共计出版:①工程材料与金属工艺学;②金属切削机床与数控机床;③伺服系统与机床电气控制;④机械制造工艺与机床夹具;⑤计算机绘图;⑥微机与可编程控制器;⑦数控原理与编程;⑧电子技术;⑨8098单片机原理与应用;⑩高等数学;⑪工程数学;⑫工程力学等十二种教材。其余教材将于第二批进行出版,以供全国职工高校试用。

中国机械工程学会  
职工高等教育专业学会  
1994年1月

## 前 言

“工程力学”是职工高等工业专科学校机电一体化专业开设的一门技术基础课。本书是根据1993年5月中国机械工程学会职工高等教育委员会济南会议制定的教学计划，同年八月秦皇岛会议通过的教学大纲编写的。

考虑到成人教育的特点，本书强调综合分析，注意结合工程实际提出问题，分析问题。力求精练、实用。满足90~120学时授课计划的需要。书中标\*号的内容供不同专业选用，教师可根据实际情况作必要的取舍。

本书由本溪职工大学邱家骏副教授任主编。淮南机械职工大学许芝祥，第二重型机器厂职工大学谢平副教授，苏州市职工业余大学沈刚，新疆职工大学肖魁，苏州市轻工业局职工大学徐耀诚任副主编。朝阳职工大学白光璧，太原重机厂职工大学程广如副教授，江西省机械职工大学刘欣，北京汽车工业职工大学么居标，本溪职工大学张宁任编委。本溪职工大学张翠萍、唐绍清、高明、袁旭、孟霞等参与本书的整理工作。

本书编写分工如下：绪论、第二、六、七、十八、十九章邱家骏；第一、四章白光璧；第三、五章程广如；第五章许芝祥；第八、十一章刘欣；第九、十章张宁；第十二、十七章沈刚；第十三、十五章肖魁；第十四、十六章么居标；第二、十九章、附录徐耀诚。

本书在编写过程中还得到沈阳工业大学赵德平、于连奎二位副教授的诚挚的帮助，在此一并表示谢意。

限于编者水平，书中难免存在不少缺点和不妥之处，恳切希望广大教师、读者批评指正。

编 者

1994年1月

# 目 录

|                                     |    |
|-------------------------------------|----|
| 绪论 .....                            | 1  |
| 第一章 静力学基础 .....                     | 3  |
| 第一节 静力学的基本概念 .....                  | 3  |
| 第二节 静力学公理 .....                     | 4  |
| 第三节 约束与约束反力 .....                   | 6  |
| 第四节 物体的受力分析和受力图 .....               | 9  |
| 习题一 .....                           | 12 |
| 第二章 平面汇交力系 .....                    | 16 |
| 第一节 平面汇交力系合成与平衡的几何法 .....           | 16 |
| 第二节 力的分解和力的投影 .....                 | 19 |
| 第三节 平面汇交力系合成与平衡的解析法 .....           | 21 |
| 习题二 .....                           | 24 |
| 第三章 平面任意力系 .....                    | 26 |
| 第一节 力对点之矩 .....                     | 26 |
| 第二节 平面力偶系 .....                     | 28 |
| 第三节 力线平移定理 .....                    | 32 |
| 第四节 平面任意力系的简化 .....                 | 33 |
| 第五节 简化结果的分析 .....                   | 35 |
| 第六节 平面任意力系的平衡方程及应用 .....            | 35 |
| 第七节 静定与静不定问题的概念 .....               | 39 |
| 第八节 物体系统的平衡问题 .....                 | 40 |
| 第九节 考虑摩擦时物体的平衡问题 .....              | 45 |
| 习题三 .....                           | 52 |
| 第四章 空间力系、重心 .....                   | 57 |
| 第一节 力在空间直角坐标轴上的投影 .....             | 57 |
| 第二节 力对轴的矩与力对点的矩 .....               | 59 |
| 第三节 空间力系的平衡方程及其应用 .....             | 61 |
| 第四节 平行力系中心、重心 .....                 | 68 |
| 习题四 .....                           | 73 |
| 第五章 拉伸和压缩 .....                     | 77 |
| 第一节 概述 .....                        | 77 |
| 第二节 轴向拉伸(压缩)杆件横截面上的内力——轴力、轴力图 ..... | 78 |
| 第三节 拉(压)杆的应力 .....                  | 81 |
| 第四节 拉(压)杆的变形、虎克定律 .....             | 84 |
| 第五节 材料在拉伸和压缩时的力学性能 .....            | 87 |
| 第六节 拉(压)杆的强度条件及其应用 .....            | 92 |

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 第七节 应力集中的概念 .....            | 96  |
| 第八节 简单拉压静不定问题 .....          | 96  |
| 第九节 剪切和挤压的实用计算 .....         | 102 |
| 习题五 .....                    | 107 |
| <b>第六章 扭转</b> .....          | 114 |
| 第一节 扭转的概念 .....              | 114 |
| 第二节 外力偶矩、扭矩和扭矩图 .....        | 114 |
| 第三节 圆轴扭转时横截面上的应力和强度条件 .....  | 117 |
| 第四节 圆轴扭转时的变形和刚度条件 .....      | 122 |
| * 第五节 矩形截面杆自由扭转简介 .....      | 124 |
| 习题六 .....                    | 125 |
| <b>第七章 弯曲</b> .....          | 129 |
| 第一节 平面弯曲的概念、梁的计算简图 .....     | 129 |
| 第二节 梁的内力——剪力、弯矩 .....        | 131 |
| 第三节 剪力方程与弯矩方程、剪力图与弯矩图 .....  | 132 |
| * 第四节 剪力、弯矩、载荷集度间的微分关系 ..... | 140 |
| 第五节 纯弯曲正应力 .....             | 144 |
| 第六节 常见截面惯性矩的计算 .....         | 147 |
| 第七节 弯曲切应力 .....              | 151 |
| 第八节 强度条件及其应用 .....           | 155 |
| 第九节 弯曲变形的概念 .....            | 159 |
| 第十节 挠曲线的近似微分方程 .....         | 160 |
| 第十一节 用积分法计算梁的变形 .....        | 161 |
| 第十二节 用叠加法计算梁的变形 .....        | 164 |
| 第十三节 弯曲刚度条件及其应用 .....        | 168 |
| 第十四节 梁的合理设计 .....            | 170 |
| * 第十五节 静不定梁 .....            | 173 |
| 习题七 .....                    | 176 |
| <b>第八章 应力状态分析和强度理论</b> ..... | 185 |
| 第一节 应力状态的概念 .....            | 185 |
| 第二节 二向应力状态分析 .....           | 187 |
| 第三节 三向应力状态的最大应力 .....        | 192 |
| 第四节 广义虎克定律 .....             | 193 |
| 第五节 强度理论 .....               | 195 |
| 习题八 .....                    | 201 |
| <b>第九章 组合变形</b> .....        | 205 |
| 第一节 组合变形的概念 .....            | 205 |
| 第二节 拉伸(压缩)与弯曲的组合变形 .....     | 206 |
| 第三节 弯曲与扭转的组合变形 .....         | 210 |
| 习题九 .....                    | 215 |
| <b>第十章 压杆稳定</b> .....        | 217 |
| 第一节 压杆稳定与临界载荷 .....          | 217 |

|             |                               |     |
|-------------|-------------------------------|-----|
| 第二节         | 欧拉公式的适用范围、经验公式 .....          | 222 |
| 第三节         | 压杆稳定校核 .....                  | 226 |
| 习题十         | .....                         | 228 |
| <b>第十一章</b> | <b>疲劳强度</b> .....             | 231 |
| 第一节         | 交变应力与疲劳破坏 .....               | 231 |
| 第二节         | 材料的持久极限及其测定 .....             | 233 |
| 第三节         | 影响持久极限的主要因素 .....             | 234 |
| 第四节         | 对称循环下构件的疲劳强度计算 .....          | 237 |
| 第五节         | 提高构件疲劳强度的措施 .....             | 238 |
| 习题十一        | .....                         | 238 |
| <b>第十二章</b> | <b>点的运动</b> .....             | 240 |
| 第一节         | 概述 .....                      | 240 |
| 第二节         | 描述点的运动的方法、运动方程 .....          | 240 |
| 第三节         | 矢径法求点的速度、加速度 .....            | 242 |
| 第四节         | 直角坐标法求点的速度、加速度 .....          | 243 |
| 第五节         | 自然法求点的速度、加速度 .....            | 247 |
| 习题十二        | .....                         | 253 |
| <b>第十三章</b> | <b>刚体的基本运动</b> .....          | 256 |
| 第一节         | 刚体的平行移动 .....                 | 256 |
| 第二节         | 刚体绕定轴转动 .....                 | 257 |
| 第三节         | 定轴转动刚体上各点的速度和加速度 .....        | 260 |
| 习题十三        | .....                         | 264 |
| <b>第十四章</b> | <b>点的合成运动</b> .....           | 267 |
| 第一节         | 点的合成运动的基本概念 .....             | 267 |
| 第二节         | 点的速度合成定理 .....                | 268 |
| 第三节         | 牵连运动为平动时点的加速度合成定理 .....       | 275 |
| 习题十四        | .....                         | 280 |
| <b>第十五章</b> | <b>刚体的平面运动</b> .....          | 283 |
| 第一节         | 刚体平面运动的概念 .....               | 283 |
| 第二节         | 刚体平面运动分解为平动和转动 .....          | 284 |
| 第三节         | 用基点法确定平面图形内各点的速度、速度投影定理 ..... | 284 |
| 第四节         | 用速度瞬心法确定平面图形内各点的速度 .....      | 289 |
| 第五节         | 用基点法确定平面图形内各点的加速度 .....       | 294 |
| 习题十五        | .....                         | 299 |
| <b>第十六章</b> | <b>动力学基本方程</b> .....          | 303 |
| 第一节         | 概述 .....                      | 303 |
| 第二节         | 动力学基本方程 .....                 | 304 |
| 第三节         | 质点运动微分方程 .....                | 305 |
| 第四节         | 刚体绕定轴转动的微分方程、转动惯量 .....       | 309 |
| 习题十六        | .....                         | 319 |
| <b>第十七章</b> | <b>动能定理</b> .....             | 322 |
| 第一节         | 力的功 .....                     | 322 |



|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| 第二节 动能及其表达式 .....                  | 326 |
| 第三节 质点的动能定理 .....                  | 328 |
| 第四节 质点系的动能定理 .....                 | 330 |
| 习题十七 .....                         | 334 |
| <b>第十八章 动静法</b> .....              | 337 |
| 第一节 惯性力的概念、动静法 .....               | 337 |
| 第二节 刚体惯性力系的简化 .....                | 341 |
| 第三节 定轴转动刚体对轴承的动反力、静平衡与动平衡的概念 ..... | 345 |
| 习题十八 .....                         | 347 |
| <b>* 第十九章 实验</b> .....             | 350 |
| 第一节 概述 .....                       | 350 |
| 第二节 材料试验机 .....                    | 350 |
| 第三节 材料拉伸、压缩试验 .....                | 352 |
| 第四节 金属扭转试验 .....                   | 355 |
| 第五节 应变测量 .....                     | 357 |
| 第六节 纯弯曲梁正应力的测定 .....               | 359 |
| 第七节 主应力的测定 .....                   | 362 |
| <b>附录 型钢表</b> .....                | 365 |
| 习题答案 .....                         | 378 |
| 参考文献 .....                         | 384 |

## 绪 论

工程力学是一门与工程技术联系极为广泛的技术基础学科，它是工程技术的重要理论基础之一。

在工程中常遇到下述问题：生产车间中的吊车系统（图 1），从大梁到减速箱，传动轴、联轴器的设计中，首先遇到的问题就是在确定的起吊重量下，它们将受到什么样的力；其次，便是在不同力的作用下，这些零件或部件将会发生怎样的变形，这些变形对于吊车的正常工作会产生什么影响等。此外，在突然起吊重物，或在重物起吊过程中突然刹车时重物将产生怎样的运动，以及这种运动对吊车系统的零件或部件将产生什么影响。再如图 2 所示，机械加工中的摇臂钻床、钻孔时将受到力作用，摇臂、主柱以至底座都要发生不同程度的变形。为了保证孔的加工精度，必须尽量减小这种变形。那么，怎样设计摇臂钻主柱才能减小这种变形呢？上述两例中的问题，不单纯属于“工程力学”的问题，而是与不同的工程设计都相关的问题，但是“工程力学”可以为分析和解决这些工程问题打下必要的基础。

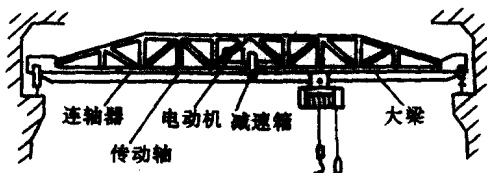


图 1

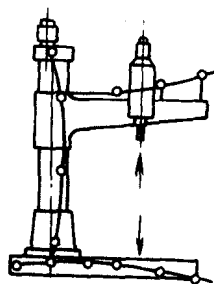


图 2

工程力学既研究物体机械运动的一般规律，又研究物体的强度、刚度和稳定性等内容。工程力学的研究对象往往相当复杂，在实际力学问题中，常需抓住一些带有本质性的主要因素，略去次要因素，从而抽象成力学模型作为研究对象。当物体的运动范围比它本身的尺寸要大得多时，可把物体当作只有一定质量而其形状和大小均可忽略不计的一个质点。物体在力的作用下还要变形，如果这种变形在所研究的问题中可以不考虑或暂时不考虑，则可把它当作不变形的物体——刚体。质点和刚体是两种最基本的力学模型。当变形不能忽略时，就要将物体作为变形体来处理。一般来说，任何物体都可以看作是由许多质点组成的，这种质点的集合称为质点系。因此，工程力学的主要研究对象为质点、刚体、质点系和变形体。

本书主要的研究内容有：第一章至第四章研究刚体的平衡规律。着重讨论静力分析、平衡条件及其在工程上的应用。第五章至第十章研究变形固体在保证正常工作条件下的强度、刚度和稳定性，变形固体承受载荷时应具有足够的抵抗破坏能力，即具有足够的刚度。变形固体承受载荷后应能保持原有的平衡形态，即具有足够的稳定性。强度、刚度和稳定性是保证变形固体正常工作的三个基本要求。第十一章介绍疲劳强度。第十二章至十五章从几何

观点研究物体（点、刚体）的运动规律（运动轨迹，速度、加速度），包括点的运动、刚体的基本运动和平面运动。第十六章至十八章研究物体机械运动的一般规律，从牛顿定律出发，应用动能定理和动静法进行工程中的动态分析。第十九章为力学实验。

前面已指出，分析不同问题时所用的模型不同，所以分析方法也不同。例如，分析物体的受力以及物体的受力与运动关系采用“平衡方法”或“假想平衡方法”；分析强度，刚度或稳定时，除了应用“平衡方法”还要应用“变形分析方法”。

工程实际中的许多问题，常常需要运用工程力学的知识去解决。因此，工程技术人员需要掌握一定的工程力学的知识，在学习中要准确理解基本概念，熟悉基本定理与公式，正确应用概念与理论求解力学问题，以便为解决工程实际问题，为学习不断出现的新理论，新技术及从事科学研究工作打下良好的基础。

# 第一章 静力学基础

本章介绍静力学的一些基本概念和基本公理，然后介绍工程中常见的几种典型约束及其约束反力，最后介绍物体的受力分析和画受力图的方法。

## 第一节 静力学的基本概念

静力学主要研究物体在力系作用下的平衡条件。本节先介绍几个在静力学中经常用到的基本概念。

### 一、刚体的概念

静力学研究的物体主要是刚体。所谓刚体，是指在力的作用下不变形的物体，即刚体内任意两点间的距离保持不变。

事实上，任何物体在力的作用下总要产生一定程度的变形。但在一般情况下，工程上的结构构件和机械零件的变形都是很微小的，这种微小的变形对结构构件和机械零件的受力平衡没有实质性影响。这样，就可以忽略这种微小变形而将结构构件和机械零件抽象为刚体。这种抽象会使我们所研究的问题大大简化。所以，刚体乃是在静力学中对物体进行抽象简化后得到的一种理想化的力学模型。在不加说明时，静力学中所指的物体都是指刚体。

当变形这一因素在所研究的问题中不容忽略时，便不能再把物体视为刚体。

### 二、平衡的概念

所谓平衡，是指物体相对周围物体保持静止或作匀速直线运动。在工程问题中，平衡通常是指物体相对地球静止或作匀速直线运动。平衡是物体机械运动的一种特殊状态。

### 三、力的概念

力是物体间的相互机械作用。它具有两种效应：一是使物体的运动状态发生改变，例如地球对月球的引力不断地改变月球的运动方向而使之绕地球运转；一是使物体产生变形，例如作用在弹簧上的拉力使弹簧伸长。前者称为力的外效应，后者称为力的内效应。

实践证明，力对物体的作用效应取决于力的三个要素：力的大小、力的方向、力的作用点。在国际单位制及我国法定计量单位制中力的单位是牛顿(N)。

力是矢量，可以用一个带箭头的线段来表示力的三个要素，如图 1-1 所示。线段的起点（或终点）表示力的作用点，线段的方位和箭头指向表示力的方向，线段的长度按一定的比例尺表示力的大小。本书中，力的矢量用黑体字母表示，如图 1-1 中的力  $\mathbf{F}$ ，而用普通字母  $F$  表示力  $\mathbf{F}$  的大小。

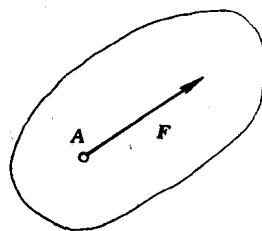


图 1-1

需要指出的是，力的作用点是力的作用位置的抽象化。实际上力的作用位置一般来说并不是一个点而是分布地作用于物体的一定面积上。当作用面积很小时，可将其抽象为一个点，称为力的作用点。将作用于物体某个点上的力称为集中力。通过力的作用点代表力的方

位的直线称为力的作用线。如果力的作用面积较大,不能抽象为点时,则将作用于这个面积上的力称为分布力。分布力的作用强度用单位面积上力的大小  $q$  ( $\text{N}/\text{cm}^2$ ) 来度量,称为荷载集度。

#### 四、力系的概念

作用在物体上的一群力称为力系。如果一个力系对物体的作用是使物体处于平衡状态,则此力系称为平衡力系。一个力系只有在满足一定条件的情况下才能成为平衡力系,此条件称为力系的平衡条件。若两个力系分别作用于一个物体上时其作用效应相同,就说这两个力系是等效力系。如果一个力和一个力系等效,则称这个力是力系的合力,而将力系中的各个力称作合力的分力。

有时,作用于物体上的力系十分复杂。为便于分析讨论,需将复杂力系用一个等效的简单力系或是一个等效的力来代替。求与复杂力系等效的简单力系(或力)的过程称为力系的简化。力系的简化是静力学中理论推导的主要方法。

按力系中各力作用线的分布情况,可将力系进行分类。诸力作用线共面的力系为平面力系,否则为空间力系。各力作用线汇交于一点的,称为汇交力系;各力作用线相互平行的,称为平行力系;各力作用线任意分布的,称为任意力系,或一般力系。

## 第二节 静力学公理

静力学公理是对力的基本性质的概括和总结,是静力学全部理论的基础。

### 公理一 二力平衡公理

作用于刚体上的两个力,使刚体处于平衡状态的必要与充分条件是:这两个力大小相等,方向相反,且作用在同一直线上(图 1-2)。即

$$F_1 = -F_2 \quad (1-1)$$

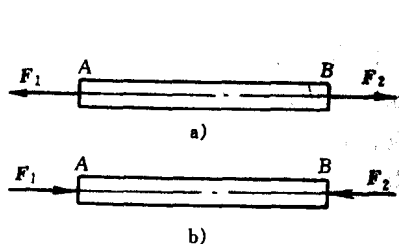


图 1-2

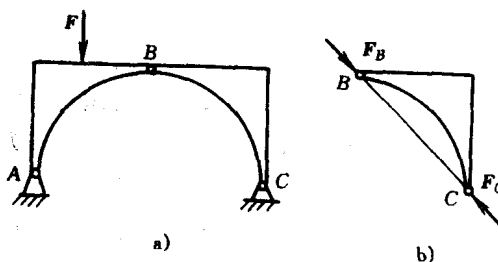


图 1-3

需要强调的是,本公理只适用于刚体。对于刚体,等值、反向、共线作为二力平衡条件是必要的,也是充分的;但对于变形体,这个条件是不充分的。例如,软绳受两个等值、反向的拉力作用时可以平衡,而受两个等值、反向压力作用时就不能平衡。

工程上常遇到只受两个力作用而平衡的构件,这种构件称二力构件或二力杆。二力杆所受的两个力必然沿着两作用点的连线。据此可以很方便地判定结构中某些直杆或弯杆的受力方向。如图 1-3 所示三铰拱,其中 BC 杆在不计自重时,就可看作是二力杆。

### 公理二 加减平衡力系公理

在作用于刚体上的力系，加上或减去一个任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。

### 推论 I 力的可传性原理

作用于刚体上的力，可沿其作用线任意移动而不改变其对刚体的作用效应。

证明：设有力  $F$  作用于刚体上的  $A$  点，如图 1-4a 所示。根据加减平衡力系公理，可在力的作用线上任取一点  $B$ ，并加上两个相互平衡的力  $F_1$  和  $F_2$ ，使  $F = F_2 = -F_1$ ，如图 1-4b 所示。由于  $F$  与  $F_1$  也是平衡力系，可以去掉，这样就只剩一个  $F_2$ ，如图 1-4c 所示。于是  $F_2$  与  $F$  等效，而  $F_2$  就是原来的力  $F$ ，只是作用点已从  $A$  点移到  $B$  点。于是，力的可传性原理得证。

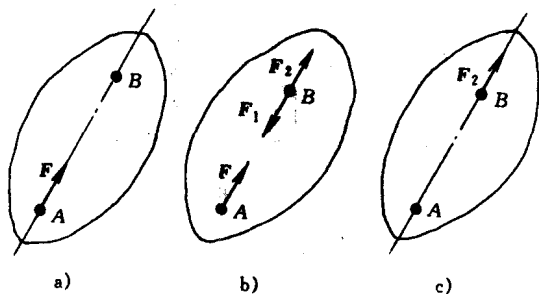


图 1-4

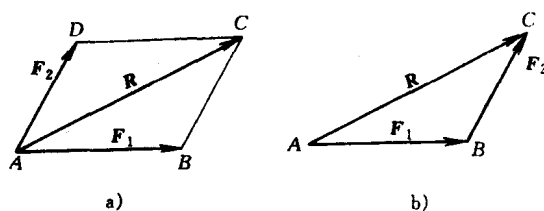


图 1-5

由此可见，对于刚体来说，力的三个要素是：力的大小、方向和作用线。

必须注意，力的可传性原理只适用于刚体；而且力只能在刚体自身上沿其作用线移动，不能移到其他刚体上去。

### 公理三 力的平行四边形法则

作用于物体同一点上的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点仍在该点，合力的大小和方向可以用这两个力矢为边所作的平行四边形的对角线来表示（图 1-5a）。

这个公理可写成如下的矢量表达式

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-2)$$

显然，利用平行四边形法则求合力，对于变形体来说，二力要有共同的作用点；对于刚体来说，二力作用线只要相交就可以合成。因此，公理三不仅适用于刚体，也适用于变形体。

为便于求两个汇交力的合力，也可不画整个平行四边形，而从  $A$  点作一个与  $F_1$  大小相等、方向相同的矢线  $AB$ ，再过  $B$  点作一个与  $F_2$  大小相等、方向相同的矢线  $BC$ ，则矢线  $AC$  即表示合力  $R$  的大小和方向，如图 1-5b 所示。这种求合力的方法称为力的三角形法则。必须清楚，在力  $\triangle ABC$  中，各矢线只表示力的大小和方向，而不能表示力的作用点或作用线。

利用力的平行四边形法则也可将一个力分解成作用于同一点的两个分力。显然，一个力可以沿任意两个方向分解。在工程问题中，常将力沿互相垂直的两个方向分解。这种分解称为正交分解。

### 推论 II 三力平衡汇交定理

刚体在三个力的作用下平衡，若其中二力作用线相交，则第三个力的作用线必过该交点，且三力共面。

证明：如图 1-6 所示，刚体上  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点分别作用有力  $F_1$ 、 $F_2$  和  $F_3$ ，其中  $F_1$  与  $F_2$  的作用线相交于  $O$  点，刚体在此三力作用下处于平衡状态。

根据力的可传性原理，将力  $F_1$  和  $F_2$  移至汇交点  $O$ ，然后再根据力的平行四边形法则将  $F_1$ 、 $F_2$  合成得合力  $R_{12}$ ，则力  $F_3$  应与  $R_{12}$  平衡，因而  $F_3$  必与  $R_{12}$  共线，即是说  $F_3$  作用线也通过  $O$  点。另外，因为  $F_1$ 、 $F_2$  与  $R_{12}$  共面，所以  $F_1$ 、 $F_2$  与  $F_3$  也共面。于是定理得证。

利用三力平衡汇交定理可以确定刚体在三力作用下平衡时其中未知力的方向。

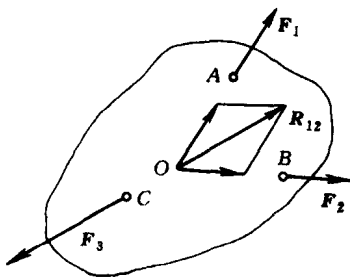


图 1-6

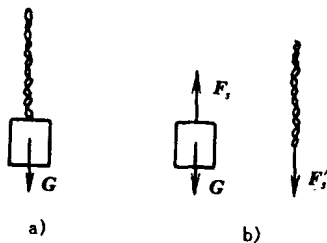


图 1-7

#### 公理四 作用与反作用定律

两物体间的作用力与反作用力总是同时存在，两力的大小相等、方向相反、沿着同一直线，分别作用在相互作用的两物体上。

图 1-7 表示起重机通过钢丝绳吊起重物。 $G$  为重物所受的重力， $F_S$  为钢丝绳作用于重物上的拉力。因为  $G$  与  $F_S$  都作用在重物上而使重物保持静止，所以它们构成二力平衡，至于拉力  $F_S$  和重力  $G$  的反作用力在哪里，则首先要弄清哪个是受力物体，哪个是施力物体，也就是要分清是“谁对谁”的作用。由于拉力  $F_S$  是钢丝绳拉重物的力，所以  $F_S$  的反作用力一定是重物拉钢丝绳的力  $F'_S$ ，它与  $F_S$  大小相等、方向相反、作用在一条直线上。因为  $G$  是地球对重物的引力，所以它的反作用力必定是重物吸引地球的力  $G'$ （图中未画出）， $G'$  与  $G$  大小相等、方向相反、作用于一条直线上。

由此可见，力总是成对地以作用与反作用的形式存在于物体之间，有作用力必有反作用力，它们互相依存、同时出现、共同消失，分别作用在相互作用的两个物体上。

必须强调指出，作用与反作用定律中讲的两个力，决不能与二力平衡公理中的两个力混淆，这两个公理有本质的区别。

应用作用与反作用定律，可以把一个物体的受力分析与相邻物体的受力分析联系起来。

### 第三节 约束与约束反力

凡是可以在空间做任意运动的物体，称为自由体，例如在空间飞行的飞机、炮弹和火箭等。凡是因为受到周围其它物体的限制而不能做任意运动的物体，称为非自由体。如卧式车床的刀架受床身导轨的限制，只能沿床身导轨移动；传动轴受轴承的限制，只能绕轴心线转动；沿钢轨行驶的火车，可以沿钢轨运动，却不能沿垂直于钢轨的任何方向运动等。

凡是限制某物体运动的其它物体，都称为该物体的约束。在上面的几个例子中，床身导

轨是刀架的约束，轴承是轴的约束，钢轨是火车的约束。约束限制物体的任意运动，使其沿某些方向的运动受阻，从而改变了物体的运动状态。约束对物体的作用实质上就是力的作用，约束作用在物体上的力称为约束力或约束反力，简称反力。反力的作用点是约束与物体的接触点。反力的方向总是与该约束所能限制的运动方向相反。这是判断反力方向的准则。

除了约束反力外，物体还受到重力，推力以及各种机械的动力和载荷等主动改变物体运动状态的力的作用，这类力称为主动力。主动力的大小和方向一般是预先给定的，彼此是独立的。通常，主动力决定约束反力的大小。在静力学中，可根据力的平衡条件由主动力求得约束反力的大小。

对物体进行受力分析的重要内容之一是要正确地表示出约束反力的作用线或指向，它们都与约束的性质有关。工程中实际约束的种类很多，可根据其特性将它们归纳为几类典型的约束。下面介绍几种常见的典型约束及其反力的确定方法。

### 一、柔性约束（柔索）

由柔软的绳索、链条、皮带等构成的约束统称为柔性约束。这类约束的特点是：柔软易变形，只能受拉，不能受压，不能抵抗弯曲。柔性约束只能限制物体沿约束伸长方向的运动而不能限制其它方向的运动。因此，柔性约束的约束反力只能是拉力，作用在与物体的连接点上，作用线沿着柔索，指向背离物体。通常用  $F_S$  表示柔性约束的反力。如图 1-8 中  $F_S$  即为绳索给球的约束反力。

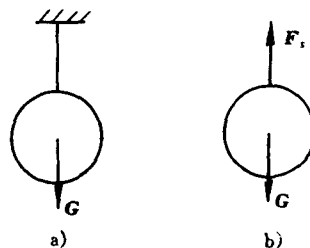


图 1-8

### 二、光滑接触面约束

两个互相接触的物体，如果略去接触面间的摩擦，就可以认为相互间的约束是光滑接触面约束。这类约束的特点是：不论接触面是平面还是曲面，只能受压而不能受拉，只能限制物体沿接触面法线方向的运动而不能限制物体沿接触面切线方向的运动。因此，光滑接触面的约束反力只能是压力，作用在接触点处，作用线沿法线方向，指向物体。这种约束反力称为法向反力，通常用  $F_N$  表示。

光滑接触面约束在工程上是常见的。图 1-9a 表示重力为  $G$  的圆轴搁在 V 形架上，接触于 A、B 两点。V 形架给圆轴的反力为  $F_{NA}$ 、 $F_{NB}$ ，它们分别沿着接触点处圆轴与 V 形架的公法线，指向圆轴（图 1-9b）。V 形架受到圆轴的作用力  $F'_{NA}$ 、 $F'_{NB}$ ，如图 1-9c 所示。

$F_{NA}$  与  $F'_{NA}$ 、 $F_{NB}$  与  $F'_{NB}$  互为作用力与反作用力。图 1-10 表示机床工作台与床身以平面导轨和 V 形导轨相接触，共有三个接触面， $F_{N1}$ 、 $F_{N2}$ 、 $F_{N3}$  是床身导轨给工作台的约束反力， $F'_{N1}$ 、 $F'_{N2}$ 、 $F'_{N3}$  是工作台给床身的力，它们分别与  $F_{N1}$ 、 $F_{N2}$ 、 $F_{N3}$  互为作用力和反作用力。相互啮合的一对齿轮轮齿也构成光滑接触面约束（图 1-11）。

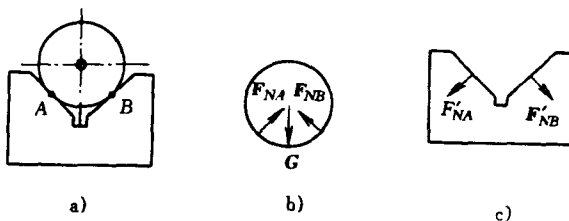


图 1-9

### 三、光滑圆柱铰链约束

这类约束包括圆柱铰链、固定铰链支座和向心轴承。

#### 1. 圆柱铰链



在机器中,经常用圆柱形销钉将两个带孔零件连接在一起(图 1-12a、b)。如果销钉和销孔

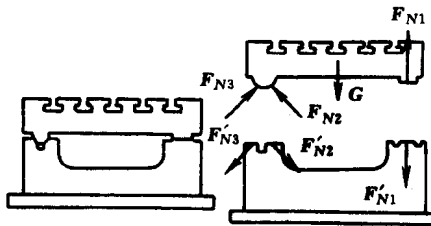


图 1-10

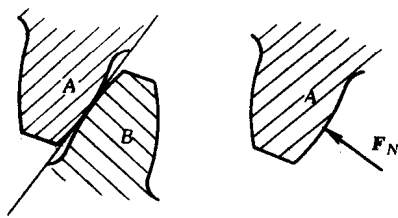


图 1-11

是光滑的,那么两零件间可以相对转动、但不能相对移动,这样的约束称为圆柱铰链约束。图 1-12b 可画成图 1-12c 的简化形式。由于销钉与销孔间是光滑曲面接触,按照光滑接触面约束反力的特点,销钉给被连接件的约束反力  $F_N$  必然沿着圆柱面在接触点的公法线,且通过销钉中心,如图 1-12d 所示。由于接触点的位置不能确定,约束反力的方向也就不能确定。因此,圆柱铰链约束反力通常用通过铰链销钉中心的两个互相垂直的分力  $F_x$  和  $F_y$  来表示(图 1-12e)。

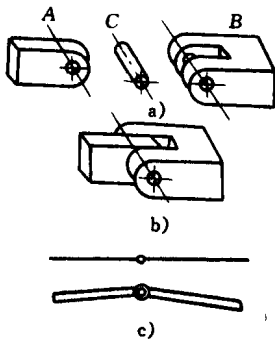


图 1-12

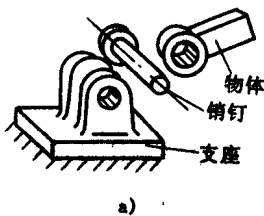
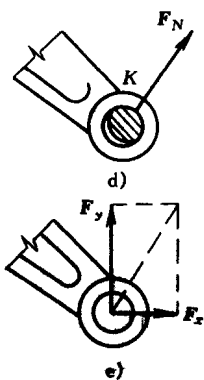


图 1-13

## 2. 固定铰链支座

在圆柱铰链中,如果有一个被连接件是固定件,则称之为固定铰链支座,简称固定铰支。这种约束同圆柱铰链约束相同,通常也用互相垂直的两个分力  $F_x$ 、 $F_y$  来表示约束反力。图 1-13a 给出了固定铰支的结构图,图 1-13b、c 分别为其示意简图和反力表示方法。

## 3. 向心轴承

图 1-14 和图 1-15 分别为滑动轴承和向心滚动轴承,这些轴承构成转轴的约束,限制转轴

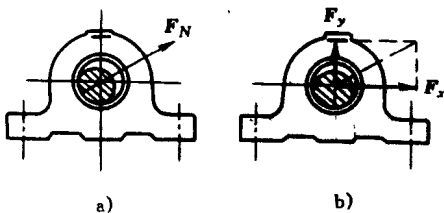


图 1-14

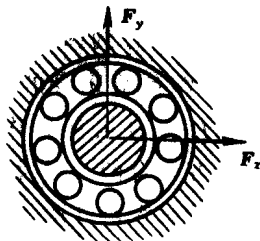


图 1-15