

周惠久 黄明志 主编

金属材料强度学

科学出版社

TG14
24

金屬材料強度學

主編 周惠久 黃明志

執筆人 金達曾 邓增杰 黃明志 朱維斗 金志浩

科學出版社

1989

内 容 简 介

本书是一部密切联系生产实际的理论专著。全书共分三篇十二章。变形篇包括力学基础、位错理论概要、金属弹性变形、金属塑性变形；断裂篇包括断裂概论、缺口效应、低温脆性、断裂韧性和应力波理论；疲劳篇包括疲劳宏观规律、疲劳微观理论和各种疲劳失效。

本书可供从事材料、机械等方面研究的科研及工程技术人员参考，亦适于有关专业大学高年级学生、研究生作教材或教学参考书。

金 属 材 料 强 度 学

主 编 周惠久 黄明志

执笔人 金达曾 邓增杰 黄明志 朱维斗 金志清

责任编辑 顾锦梗 杨家福 何舒民

科学出版社出版

北京市东黄城根北街 16 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1989年3月第一版 开本：787×1092 1/16
1989年3月第一次印刷 印张：33 1/2

印数：0001—2,940 字数：780,000

ISBN 7-03-000704-2/TB · 23

定 价：18.70 元

前　　言

在机械或结构中，任何机件或构件在服役过程中总是不同程度地承受着各种形式的力的作用。与此同时，它们还要受到温度、接触介质、射线辐照等的附加作用。这就要求材料必须具有一种抵抗外力而不产生过量变形或断裂(失效)的能力，这种能力即为材料强度。

从一种机件或构件的具体服役条件出发，通过典型的失效分析，找出造成材料失效的主导因素，确立衡量材料对此种失效抗力的判据(即相应的强度性能指标)，据以选择最合适的材料成分、组织、状态及相应的加工、处理工艺，从材料的角度保证零件的短时承载能力和长期使用寿命，是材料强度工作服务于生产实践的主要内容。

作为一门技术科学，金属材料强度学的研究内容可简化为：金属材料失效的规律和克服失效的途径。这就需要深入研究在各种外在服役条件下金属失效的现象、过程及其变异的宏观规律和微观机制，以及材料内在因素与上述失效规律及机制的关系，并把这两个方面相结合寻求克服材料失效的有效途径。显然，这种研究应以力学、金属学、金属物理学以及化学为基础，但又不属于力学或金属学、金属物理学的范畴。金属材料强度学已经形成体系，是介于力学与金属学之间的一门边缘学科，可以认为是材料科学的一个分支。

根据每个人的不同理解，材料力学性能与材料强度可以等同，也可以不同。不同的是，人们谈到力学性能时往往只把它看作是材料的一类性能，并且特别着重于性能指标或判据的具体数据和测试方法，而材料强度学不仅重视材料失效的规律和机理，而且重视失效与材料的成分、组织、结构以及缺陷的关系，并据以寻求克服失效的有效途径。

有人把材料强度和结构强度混为一谈，这显然是不恰当的。前者只涉及材料本身的行为，而后者更多地涉及结构的行为，包括结构各部分的应力应变分析、强度校核和安全裕度估算等。

本书为金属材料强度学的基础部分，主要阐明金属变形、断裂的本质及其基本规律；强调基本概念的理解及物理本质的探讨，力图使材料强度的宏观规律与微观组织结构有机地联系起来；从失效观点出发，讨论各种失效抗力指标的技术意义和有关问题，并且广泛地联系机械制造与材料科学的生产实际。此外，书中还介绍了材料强度学近半个世纪以来的进展，并指出了它的发展前景。

参加本书编写工作的有邓增杰(第一、七、八章)、金志浩(第二章)、黄明志(第三、四、五章)、朱维斗(第六、九章)和金达曾(第十、十一、十二章)。全书由周惠久、黄明志主编并审定。

因水平所限，书中难免有错误和不妥之处，恳请广大读者批评指正。

目 录

第一篇 金 属 的 变 形

第一章 力学基础.....	1
§ 1.1 弹性变形、塑性变形和断裂.....	2
§ 1.2 应力状态理论	7
§ 1.3 应变,弹性变形阶段应力和应变的关系.....	20
§ 1.4 工程强度理论	32
§ 1.5 塑性理论基础	37
参考文献.....	54
第二章 位错理论概要.....	55
§ 2.1 位错的基本概念	55
§ 2.2 位错运动	61
§ 2.3 作用于位错上的力与位错应力场	66
§ 2.4 位错与晶体缺陷的交互作用	72
§ 2.5 位错源与位错增殖	79
§ 2.6 实际晶体中的位错	82
§ 2.7 晶界的位错模型	95
§ 2.8 位错的直接观测	97
参考文献	103
第三章 金属的弹性变形.....	105
§ 3.1 弹性变形及其物理实质	106
§ 3.2 弹性模量	107
§ 3.3 比例极限,弹性极限.....	115
§ 3.4 弹性比功	118
§ 3.5 弹性的不完整性	119
参考文献	123
第四章 金属的塑性变形.....	124
§ 4.1 金属塑性变形的特点	125
§ 4.2 屈服强度(屈服点)	128
§ 4.3 静拉伸塑性指标的意义	135
§ 4.4 形变硬化问题	138
§ 4.5 静拉伸下颈缩判据和抗拉强度	147
§ 4.6 实际断裂强度和静力韧度	151
§ 4.7 温度、应变速率对流变曲线的影响.....	156
§ 4.8 超塑性	162
参考文献	166

第二篇 金 属 的 断 裂

第五章 断裂概论	168
§ 5.1 断裂类型和断裂方式	169
§ 5.2 金属的断裂过程	174
§ 5.3 金属断口的微观分析	176
§ 5.4 断裂强度和判据问题	185
参考文献	195
第六章 金属缺口效应和低温脆性	196
§ 6.1 缺口作用和对脆化趋势的影响	196
§ 6.2 静载荷下金属缺口敏感度	207
§ 6.3 缺口冲击韧性	211
§ 6.4 抗脆断设计及其试验	225
参考文献	233
第七章 线弹性断裂力学的基本概念	235
§ 7.1 Griffith 能量理论	236
§ 7.2 应力强度因子, 平面应变断裂韧性 K_{Ic}	238
§ 7.3 G 、 K 的关系	241
§ 7.4 裂纹尖端塑性区	242
§ 7.5 裂纹尖端弹性应力场和应力强度因子的确定	247
§ 7.6 裂纹体复合型受载问题	259
§ 7.7 阻力曲线 (R 曲线)	265
§ 7.8 平面应变断裂韧性 K_{Ic} 的测定	267
参考文献	272
第八章 弹塑性断裂力学简介	273
§ 8.1 COD 的基本概念	273
§ 8.2 J 积分的定义及基本性质	281
§ 8.3 COD 的测试	290
§ 8.4 J 积分的测试技术	294
§ 8.5 $P-\Delta$ 和 $P-V$ 曲线换算及 J 与 δ 的关系	296
§ 8.6 断裂韧性与组织性能的关系	298
参考文献	308
第九章 金属在高速加载下的力学行为	309
§ 9.1 在均匀截面细长杆上的弹性波	310
§ 9.2 弹性纵波速度	312
§ 9.3 应力与质点运动速度关系, 波阻率, 波阻	313
§ 9.4 塑性应力波的传播	314
§ 9.5 塑性状态下应力与质点运动速度关系, 临界冲击速度	316
§ 9.6 弹性应力波的叠加, 反射和透射	317
§ 9.7 应用实例	319
§ 9.8 高应变率下材料力学性能指标的变化	325
§ 9.9 迟屈服现象	329

§ 9.10 高应变速率下材料塑变的显微组织特点.....	330
参考文献	331

第三篇 金 属 的 疲 劳

第十章 疲劳的宏观规律.....	332
§ 10.1 疲劳的基本概念.....	332
§ 10.2 疲劳破坏的宏观规律.....	337
§ 10.3 低周疲劳.....	359
§ 10.4 影响疲劳强度的因素.....	369
参考文献	402
第十一章 疲劳裂纹的萌生与扩张.....	405
§ 11.1 疲劳断口的宏观特征.....	405
§ 11.2 疲劳裂纹的萌生.....	410
§ 11.3 交变载荷下材料的组织与性能的变化.....	426
§ 11.4 疲劳裂纹的扩张.....	441
参考文献	473
第十二章 不同外在条件下的疲劳.....	479
§ 12.1 多次冲击(冲击疲劳).....	479
§ 12.2 接触疲劳.....	494
§ 12.3 腐蚀疲劳.....	501
§ 12.4 微动磨损疲劳.....	513
§ 12.5 低温疲劳、高温疲劳和热疲劳.....	518
参考文献	524

第一篇 金属的变形

第一章 力学基础

材料强度学的重要任务之一是研究材料(机件)在受载过程中变形和断裂的规律。这方面的重要命题很多,例如:机件受载过程中,应力与应变的分布;各种内应力的形成和变化;位错和各种缺陷以及裂纹附近应力场的分析;位错开动和裂纹扩展推动力的计算;变形和断裂过程中物理模型的建立及数学公式的推导等等。研究这些问题,除了要对其物理现象进行分析外,还需要对其力学过程进行讨论。另外,解决生产实际问题时,也要求对机件的服役条件和失效状况从力学角度进行详细可靠的分析。由此可见,只有在具备必要的力学知识的基础上,才能方便地分析和研究上述命题。而本章的目的就在于提供研究材料强度问题所需要的力学基础。

研究材料强度问题所需要的力学基础知识,相当一部分是属于材料力学、弹性力学和塑性力学的范畴的。由于本书着重研究材料的变形和断裂的规律,而不讨论零部件和结构的强度计算,因此强调对概念的理解和所得结论的应用,而不着重于计算式的推导。

为了分析和处理问题方便,力学中对所研究的对象通常作如下假定:

1. 连续:认为物体是由一种连续性的介质所构成,没有一点空隙。这样就可把描述物体变形过程的参量(如应力、应变等)用物体所占空间的连续函数来表达。

2. 均匀:认为所研究物体的各个部分都有相同的成分、组织和与之相应的机械性质,即物体的强度、塑性、弹性模数、泊松比等等都是常数,而不是坐标位置的函数。

3. 各向同性:假定所讨论物体的各种性质在物体的各个方向上都是相同的,不依方向而改变的。

4. 如果所讨论的物体处于弹性变形阶段,则假设物体是完全弹性的,即加载卸载过程中,物体的应力应变关系是可逆的,其应力应变互为单值函数。当载荷卸到零时,变形也恢复到零,无任何残余变形。并且,一般情况下,应力应变符合正比直线关系,即胡克定律。

当然,工程用的实际金属材料,并不严格符合上述这些假设。实际金属材料中不可避免地含有各种宏观尺度、微观尺度的孔洞和裂纹,即大大小小的夹杂和其它缺陷,因而事实上是不连续的。材料在冶炼、浇铸、压力加工、焊接和热处理等过程中,由于温度的不均匀、受载不均匀、冷却速度不均匀,在机件内部,宏观各部位之间或微观区域之间,会形成成分、组织和内应力以及相应的机械性质的不均匀。另外,在凝固过程中,有可能形成结晶构造的方向性、成分偏析;在锻压过程中形成金属流动的方向性、相组织和缺陷分布的方向性、内应力分布的方向性等,从而产生材料宏观上的各向异性。特别是新兴的复合材料,各向异性更是其主要特点。因此实际材料总是不同程度地具有不连续性、不均匀性和各向异性。所谓的“完全弹性”也是有条件的而不是绝对的。实验表明,在宏观上应力远

未达到明显的弹性极限以前，试样内部一些局部地区早就开始塑性变形了，何况加载卸载时，应变并不是瞬时达到平衡值，而是通过一个弛豫过程来完成其变化，出现应变落后于应力的现象的，即应力与应变间彼此不是单值函数，而是表现为通常所说的“弹性不完整性”。

在具体力学分析中，一般情况下，我们还是要遵循上述那些假设的。因为遵循那些假设可使问题大为简化，并且所得到的规律和数值与实验结果相比误差不大，所以对于常规的应力应变分析和强度计算而言，遵循上述假设足够使用。当然，对于另外某些问题的研究，特别是在材料科学的研究领域内必须与材料的具体成分、组织和状态相联系时，若再遵循上述那些假设，显然会与实际情况相去甚远。在这种情况下，常常是先按上述假设进行力学分析，然后再把具体的不符合上述假设的组织结构等因素考虑进去，对所得结果进行修正。

§ 1.1 弹性变形、塑性变形和断裂

1.1.1 弹性变形、塑性变形和断裂的普遍性

在分析材料受载荷作用的力学行为之前，首先讨论金属材料在载荷作用下的一般现象。当外力作用在金属物体上时，随外力的增加，物体逐渐改变其原始形状和尺寸而发生变形。等外力增大到一定数值后，物体破坏成两个部分或几个部分而发生断裂。所以变形和断裂是固体物质承受外力作用时，随外力增大所必然发生的普遍现象。

在变形开始阶段，物体所受外力不大，当卸除外力时，物体发生的变形会完全消失，并恢复到原始形状，这种变形被称为“弹性变形”。弹性变形是晶体材料独具的特点，非晶体材料则无确切的弹性变形性质。因为金属材料是晶体材料，因而金属材料具有弹性变形的性质（非晶态金属材料除外）。当外力增至一定数值再卸除外力时，物体发生的变形不能完全消失，有一部分保留下，这时材料进入塑性变形阶段，所保留的变形叫做“残余变形”或“塑性变形”。材料进入塑性变形时的外力大小，以及整个塑性变形阶段的表现，对各种外界因素如温度、加载速度（或变形速度）、应力状态、介质环境等，以及材料本身成分、组织、状态等内在因素非常敏感。有些因素可促进塑性变形过程充分发展，有些因素则对塑性变形有明显的抑制约束作用。可以设想，在某种条件下，有可能使材料的塑性变形受到完全抑制，直到断裂材料不显示任何塑性变形。但是，现代的研究工作表明，由于金属是多晶体，因此在断裂之前总要发生或多或少的塑性变形^[1,2]，完全不发生塑性变形的绝对脆性断裂是没有的。对于金属材料，随着塑性变形的发展，其变形抗力也逐渐升高，这种由于塑性变形带来的变形抗力的增加，叫做形变硬化。

当塑性变形进行到一定程度时，材料内部出现裂纹。在外力作用下，裂纹以某种形式迅速扩展或缓慢扩展，最终导致断裂。断裂前所出现的明显宏观塑性变形的断裂，称之为“韧性断裂”，简称“韧断”；若断裂前，塑性变形程度很小，即宏观上无明显可见的塑性变形，这种断裂则称之为“脆性断裂”，简称“脆断”。如前所述，实际金属材料断裂前多多少少总有些塑性变形，因而韧断、脆断的概念也是相对的。

由此可见，弹性变形、塑性变形（以及伴随塑性变形而产生的形变硬化）和断裂是金属材料在外力作用下所产生的基本现象。不管机件外在服役条件如何复杂，材料本身成分

组织状态如何不同，其从变形开始到断裂的全过程总是由弹性变形、塑性变形和断裂三个阶段构成的。弹性变形、塑性变形和断裂的规律是所有复杂变形过程中的普遍规律。

1.1.2 载荷变形曲线

为了详细研究材料受载后，变形以至断裂的实际全过程，需要建立描述变形全过程的载荷变形曲线。通常将被试的材料加工成一定形状和尺寸的试件，或直接用被试的机件在要求的环境和条件下进行加载，连续记录载荷和变形的变化，绘制成载荷-变形曲线。依所加载荷类型，载荷坐标可以是力 P 、弯矩或扭矩 M ，变形坐标可以是伸长或压缩 Δl 、

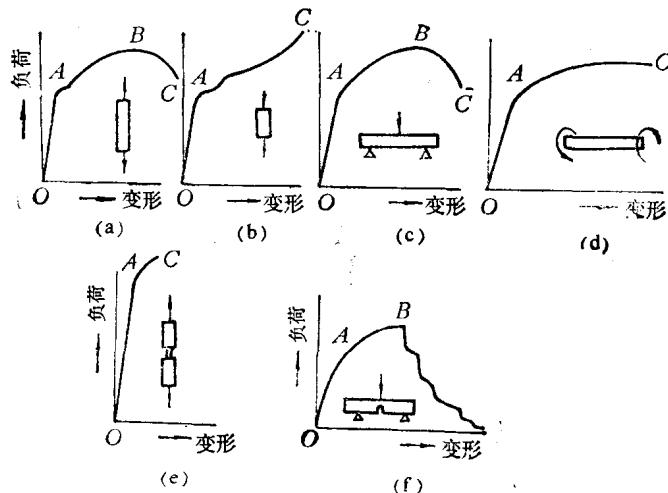


图 1.1 调质中碳钢在不同加载形式下的载荷变形曲线。(a) 单向拉伸；(b) 单向压缩；(c) 弯曲；
(d) 扭转；(e) 二向不等拉伸(缺口拉伸)；(f) 三向不等拉伸(缺口静弯)

挠度 f 或扭转角 φ 等。图 1.1 是调质中碳钢在不同加载形式下所得到的载荷变形曲线。图中 OA 为弹性变形阶段， ABC 或 AC 为塑性变形阶段， C 点为断裂点。在各种加载形式下，曲线都表现出了不同程度的形变硬化现象。图 1.2 是不同材料在同一加载形式(光滑圆柱试件，单向拉伸)下的载荷变形曲线，从图中可看出相应的弹性变形、塑性变形(形变硬化)和断裂的基本过程。

虽然载荷和变形作为描述变形过程的参量真实地表现了试件或实物加载变形以至断裂的全过程，但是也有明显的不足之处，即试样或被试机件实物的尺寸和形状是各式各样的，试验过程中所得载荷是对试件或实物所加的总载荷，变形是加载过程中与所测载荷相应的总变形，所以它们不能清楚地说明材料受载的严重程度。因此，这样的参量在评价材料和进行力学分析时很不方便。较好的办法是建立以应力和应变作为描述变形过程参量的曲线——应力应变曲线。

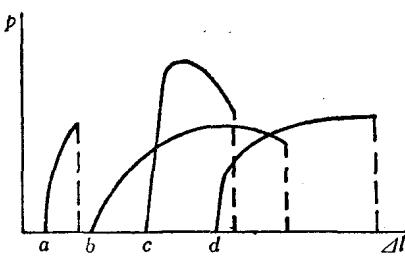


图 1.2 不同材料的单向拉伸载荷变形曲线。(a) 灰口
铸铁；(b) 退火纯铜；(c) 冷拉钢；(d) 铸态青铜

1.1.3 应力应变曲线

最常用的应力应变曲线是光滑圆柱试件在拉伸加载形式下得出的。设试件原始横截面积为 F_0 , 原始长度为 l_0 , 所加载荷为 P , 则与之相应的伸长为 $\Delta l = l - l_0$, 其中 l 是载荷为 P 时相应的试件长度。则应力

$$\sigma = \frac{P}{F_0} \quad (1.1)$$

应变

$$\epsilon(\delta) = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (1.2)$$

这样的应变称为“延伸率”。一些资料上, 弹性变形阶段的应变用 ϵ 表示, 而有些资料上, 不管弹性变形还是塑性变形, 应变均用 δ 表示。

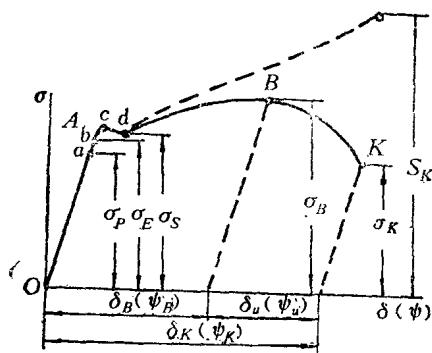


图 1.3 调质中碳钢单向拉伸应力应变曲线

对载荷变形 $P-\Delta l$ 曲线, 用 F_0 除纵坐标 P , 用 l_0 除横坐标 Δl , 则得应力应变 $\sigma-\epsilon(\delta)$ 曲线。由于两坐标都是除以一个常数, 故所得曲线形状与原载荷变形曲线形状完全相同。

图 1.1 (a) 是最典型的单向拉伸的载荷变形曲线。应力应变曲线的形状与之完全相同, 只需将其纵坐标载荷 P 改成应力 σ , 横坐标总伸长 Δl 改成应变 δ , 如图 1.3 所示。

曲线的起始阶段是一段直线 OA , 它表明试件受载变形的起始阶段是应力应变成正比直线关系的弹性阶段, 即

$$\frac{\sigma}{\delta} = E \quad (1.3)$$

式中 E 为弹性模数(杨氏模量)。到 A 点, 弹性变形阶段结束, 材料开始进入塑性变形阶段。标志材料起始塑性变形抗力的有弹性极限 σ_e , 比例极限 σ_p 和屈服极限 σ_s 等。 A 点以后, 随变形程度的增加, 塑性变形抗力也增加, 呈现形变硬化现象。 AB 阶段, 塑性变形沿整个试样长度均匀发展, 叫做“均匀变形阶段”。 B 点之后, 变形不再沿试样长度方向均匀发展, 而是集中在某个局部地区发展, 出现细颈, 这种现象称为颈缩现象。同时, 在颈缩点出现了应力的极大值, 这个应力极大值表现了材料的极限承载能力, 叫做强度极限或抗拉强度 σ_b 。试样经过一定程度的局集形变, 然后发生断裂, 此时强度为断裂强度 σ_k 。

应变坐标有时不用延伸率 δ , 而用截面收缩率 ψ 表示, 即

$$\psi = \frac{F_0 - F}{F_0} = \frac{\Delta F}{F_0} \quad (1.4)$$

式中 F 为与应变相应的试样截面积。

均匀变形阶段的延伸率和截面收缩率用 δ_b 和 ψ_b 表示; 局集变形阶段的延伸率和截面收缩率用 δ_u 和 ψ_u 表示; 总延伸率和总断面收缩率也就是延伸率和断面收缩率用 δ 和

ϕ 或用 δ_k 和 ϕ_k 表示。

按照式(1.1)和式(1.3)所定义的应力和应变并非试件的真实应力和真实应变。因为在拉伸过程中,试样截面积在不断缩小,因此 $\frac{P}{F_0}$ 并不代表真实的瞬间应力大小,特别是 σ_k 失真最大, σ_b 次之,而 σ_s 、 σ_e 、 σ_p 可认为基本没有失真。因此只有以瞬时截面积除以相对应的负荷 P 所得到的 $S = \frac{P}{F}$ 才是瞬时真实应力。可见真实的抗拉强度 S_b 大于 σ_b , 实际的断裂强度 S_k 大于 σ_k 。在 $\sigma-\delta$ 曲线上 σ 为 σ_b 时,应力达到最高点,这似乎表明过了 B 点以后,随变形增加应力反而降低,其实这是由于应力 σ 定义不确切而带来的假象。实际上,由于过了 B 点,变形主要是某一局部地区急剧收缩,真实截面积 F 急剧缩小。这时虽然真实应力 S 仍是上升的,而载荷却已在下降,从而由式(1.1)定义的应力 σ 也在下降,所以用 $\sigma-\delta$ 表示的应力应变曲线是不真实的。为了有别于真实应力、真实应变,通常把依式(1.1)、式(1.2)定义的应力、应变称做“条件应力”、“条件应变”。真实的应力应变曲线如图 1.3 虚线所示。可见 B 点并不是最高点,在 B 点之后,应力 S 仍然是上升的,形变硬化的现象仍然存在。

真实延伸率应该是瞬时微量伸长 dl 除以该瞬时的试样长度 l ,然后积分。即真实延伸率 ϵ 应为各瞬时应变的总和,即

$$\epsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0} \quad (1.5)$$

真实截面收缩率

$$\phi_e = \int_{F_0}^F \frac{dF}{F} = \ln \frac{F}{F_0} = -\ln \frac{F_0}{F} = -\ln \frac{l}{l_0} = -\epsilon \quad (1.6)$$

上面介绍了单向拉伸加载应力应变曲线的一般情况。在对材料性能进行评价和机械设计时主要是参考材料单向拉伸的应力应变曲线,因而它是材料机械性能实验的最基本的参考资料。单向拉伸情况下的应力应变曲线主要是表现在拉伸载荷作用下材料的变形行为,而为了着重研究剪切应力在材料变形过程中的作用,还要测定在扭转载荷下材料的应力应变曲线。扭转试验是用光滑圆柱形试样,试样直径为 d ,工作长度为 l 。在整个试验过程中,试样发生绕轴扭转, d 和 l 均不改变,所加载荷为扭矩 M ,变形为沿试样工作长度的相对扭转角 φ 。在弹性变形阶段,剪应力在圆截面边缘上最大,即

$$\tau = \frac{Md}{2J_p}$$

式中 J_p 为横截面的极惯性矩,对圆截面

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

令

$$W = \frac{2J_p}{d} = \frac{\pi d^3}{16}$$

(W 称为抗扭截面模量),则

$$\tau = \frac{M}{W} = \frac{16M}{\pi d^3} \quad (1.7)$$

剪应变

$$\gamma = \varphi \frac{d}{2l} \quad (1.8)$$

剪弹性模量

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{Ml}{\varphi J_p} \quad (1.9)$$

变形进入塑性变形阶段,上述计算剪应力的公式(1.7)不再适用,但在一般实验过程中,仍用上述公式计算剪应力;这样计算的应力用 τ 表示,称为“条件剪应力”。依塑性理论^[3],塑性变形阶段截面上半径为 r 处的真实剪应力记作 τ_r ,即

$$\tau_r = \frac{1}{2\pi r} \left(3M + \varphi \frac{dM}{d\varphi} \right) \quad (1.10)$$

式中 $\frac{dM}{d\varphi}$ 为载荷变形曲线待测应力点的斜率。当塑性变形量较大时,曲线变平, $\frac{dM}{d\varphi}$ 趋近于0,则

$$\tau_{\max} = \frac{12M}{\pi d^3} \quad (1.11)$$

试样表面剪切力最大。塑性变形过程中,若仍假定试样截面尺寸不变,截面本身仍保持为平面,变形沿轴线均匀分布,沿半径分布保持直线性,则计算应变的公式(1.8)仍然适用。

除拉伸、扭转外,还常采用弯曲试验,用圆形或矩形截面的长形试件,三点弯曲或四点弯曲方式加载,测出载荷变形曲线,载荷用弯矩 M 或直接用所加载荷 P 表示,变形用挠度 f 表示。弯曲试验多直接用规定尺寸试件和规定加载方式下所得载荷变形曲线来讨论问题,不再转化成应力应变曲线,但有时也要计算弯曲应力。试样截面最外层纤维处弯曲正应力为沿截面应力最大值,

$$\sigma = \frac{M}{W} \quad (1.12)$$

W 为抗弯截面模量。对矩形截面(高为 h 、宽为 b)

$$W = \frac{bh^3}{6}$$

对圆形截面(直径为 d)

$$W = \frac{\pi d^3}{32}$$

同样,式(1.12)只适用于弹性范围。

至此,本章已基本上说明了机件(试件)在外载荷作用下发生变形以至断裂的普遍性,以及在不同受载条件下变形和断裂的特殊性。这里谈到的受载条件,只是不同的加载方式,即拉伸、压缩、扭转等等。其实对变形和断裂过程有重大影响的除加载方式外,还有受载时的温度、介质环境以及加载速度等。本章只讨论加载方式。如果我们有了所研究的材料的不同加载方式下的载荷变形曲线或应力应变曲线,原则上我们就具备了分析承受某种具体载荷方式的零件的变形和断裂过程的可能性。但是,具体零件的受载方式往往是复杂的,不是象试样那样为单纯的拉伸、压缩、扭转等等,而常常是几种加载方式的复

合。并且在一个零件上，常常在不同部位有着不同的加载方式的复合。有些零件，总体看来受载方式是单一的、简单的，而实际上一些局部地区如螺纹根部，键槽附近，台阶转角处，包括因焊接或淬火造成的附加应力影响以及微裂纹尖端，甚至不同相组织的界面上都将存在着复杂的受载方式。这些复杂的千变万化的受载方式对材料的变形和断裂过程将产生怎样的影响，无疑是机械设计人员和材料强度工作者最为关心的问题。为了能对这样的问题进行分析讨论，首先要对各种受载方式进行分析比较和归纳，这就是后面要讨论到的应力状态理论以及各种古典强度理论。

§ 1.2 应力状态理论

只有在个别情况下，受载物体内所有各点应力应变的分布是一样的。例如在颈缩形成前的单向拉伸，试样两端与试验夹具之间的摩擦力可以不计的单向压缩以及球形物体的静水压缩等。更为普遍的情况是，物体内各点的应力应变是不一致的，不仅数值大小不同，而且剪应力与正应力的比值也不同。因而受载物体内部各点不仅有可能同时处在弹性变形、塑性变形以至断裂过程的不同阶段，而且所经历的变形以至断裂的过程本身也不完全相同。因而我们必须具体地指出所讨论的点在物体上的部位及应力应变的大小（这些点是具有代表性的点）。

1.2.1 点的应力状态介绍

作用于物体上的外力，可以分为体力与面力。分布在物体体积上的外力叫做体力，如重力、旋转物体的离心力等。面力则是作用在物体表面上的力，如轴与滚动轴承内圈之间的紧配合力，齿轮传动之间的啮合力，对试件所加的拉力、弯矩、扭矩以及支承反力等等。设一物体在体力和面力作用下处于平衡状态，假想沿 mm 面将其截为两部分，如图 1.4 所示。由于这两部分仍处于平衡状态，在截面上必然有某种力存在，这力就是两部分相互作用的内力。如上所述，内力沿截面是不均匀分布的，若在截面上取一小单元面 dS ，其上作用内力 dP ，则在面积 dS 上的应力为

$$\sigma = \frac{dP}{dS}$$

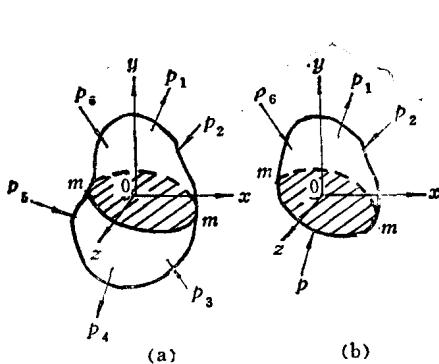


图 1.4 (a) 在外力 P_1, P_2, \dots 作用下平衡的物体；
(b) 沿假想面 mm 切开后，剩下部分仍应保持平衡

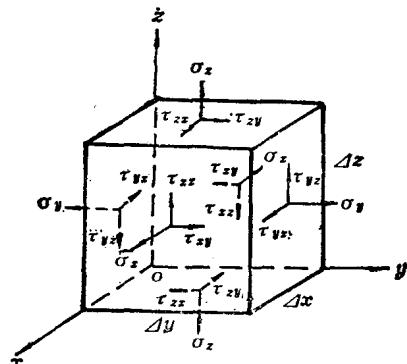


图 1.5 小平行六面体及各面上的应力标注

为了分析问题的方便,将受载物体置于 xyz 直角坐标中。在所研究点的周围,取与各坐标面平行的无穷小的平行六面体,其棱边长度分别为 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 。将每一面上作用的应力分解为一个正应力和两个剪应力,且分别与三个坐标轴平行。各面上的应力表示方法如图 1.5 所示。

弹性力学规定,如果作用面的外法线是沿着坐标的正方向,则这个面上的应力就以沿坐标轴的正方向为正,沿坐标轴的负方向为负;如果作用面的外法线是沿坐标的负方向,则这个面上的应力就以沿坐标轴的负方向为正,沿坐标轴的正方向为负。图 1.5 上所示应力全都是正的。这种规定,对于正应力来说,与材料力学的规定是一致的(拉应力为正,压应力为负)。但是对于剪应力来说,与材料力学的规定不完全相同。材料力学中规定,剪应力顺时针方向为正,逆时针方向为负。

这样,在所确定的坐标系中,描述一个点的应力状态,可用与坐标轴平行的小六面体各面上的应力来表示,共有九个应力分量,三个正应力、六个剪应力。要注意的是,六个剪应力并不是互不相关的,如果六面体单元的面积非常小,沿面上的应力变化可以忽略,则绕 z 轴的力矩

$$(\tau_{xy}\Delta z\Delta y)\Delta x = (\tau_{yz}\Delta x\Delta z)\Delta y$$

由此可得

$$\tau_{xy} = \tau_{yz} \quad (1.13)$$

同样可得

$$\tau_{xz} = \tau_{xx}, \tau_{yz} = \tau_{xy}$$

即剪应力的两个下标可以互调,于是应力状态只要有六个应力分量就可以描述了,即

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$$

我们平时的关于材料受载变形行为的概念主要是从单向拉伸试验获得的。在这种情况下,如果所取的小平行六面体的一个面垂直于加载方向,则仅此方向有正应力分量,设为 σ_z ,其它应力分量全部为 0。在弹性阶段, σ 与 ϵ 之间遵循 $\frac{\sigma}{\epsilon} = \text{常数 } E$ 的胡克定律。当 σ_z 达到 σ_s 时,材料开始屈服,并表现出一定变形能力。但是在复杂应力状态下是否仍如此呢?复杂应力状态下,其它应力分量对材料屈服强度、应力应变之间的关系及材料塑性变形能力会发生怎样的影响?是否会发生某些促进或约束作用?要了解这些问题,就需要弄清楚具体应力状态下的一些重要性质。例如,当我们知道某点的六个应力分量后,为解决上述问题,还需要知道该点的最大正应力,最小正应力、最大切应力的数值,它们的作用方向以及它们之间的比值等等。下面首先对二向应力(平面应力)的情况进行分析。

1.2.2 二向应力状态的分析

设有一块等厚薄板, z 方向的厚度远小于其它两个方向的厚度,它所受的载荷全部都与板面平行。这时可以认为板只处于两向受力的状态,在 z 面上没有应力的作用。即 $\sigma_z = 0, \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$ 。于是只剩下 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy} (\tau_{yx})$ 作用于 x, y 所决定的平面内,成为二向应力问题,这样的受力状态称为平面应力状态。受内压的薄壁容器和受扭转的薄壁筒件都属于这类受力性质。我们首先对这样的平面受力问题进行分析。在 xy 系中考虑一斜面,它垂直于 xy 平面,与 y 轴成 θ 角,斜面与包含 x 轴 y 轴垂直于 xy 平面的面围成

一小基元体，其厚度为 1。现在在斜面上建立如图 1.6 所示的 $x'y'$ 坐标，并且假定斜面离原点为无限小，因此小基元体也非常小，以至沿边上的应力变化可以忽略。斜面的正应力是 σ ，剪应力是 τ 。 x' 与 x 和 y 之间的方向余弦分别是 l 和 m ，即

$$l = \cos\theta, m = \sin\theta$$

A 是斜面面积，则小基元体与 x 、 y 轴垂直的面积为 Al 和 Am 。 S_x ， S_y 分别为斜面上总应力平行于 x ， y 的应力分量，即

$$S_x A = \sigma_x Al + \tau_{xy} Am$$

$$S_y A = \sigma_y Am + \tau_{xy} Al$$

$$S_x = \sigma_x \cos\theta + \tau_{xy} \sin\theta$$

$$S_y = \sigma_y \sin\theta + \tau_{xy} \cos\theta$$

因 S_x ， S_y 在正应力 σ 方向上的分量分别为

$$S_{xn} = S_x \cos\theta, S_{yn} = S_y \sin\theta$$

于是斜面上的正应力

$$\begin{aligned} \sigma'_x &= S_{xn} + S_{yn} = S_x \cos\theta + S_y \sin\theta \\ &= \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \sin^2\theta + 2\tau_{xy} \sin\theta \cos\theta \end{aligned} \quad (1.14)$$

斜面上的剪应力

$$\tau_{x'y'} = S_y \cos\theta - S_x \sin\theta = \tau_{xy} (\cos^2\theta - \sin^2\theta) + (\sigma_y - \sigma_x) \sin\theta \cos\theta \quad (1.15)$$

以 $\theta + \frac{\pi}{2}$ 代入式 (1.14)，则可找到 σ'_y （因为 σ'_y 与 σ'_x 互相垂直）

$$\begin{aligned} \sigma'_y &= \sigma_x \cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + \sigma_y \sin^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + 2\tau_{xy} \\ &\times \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \sigma_x \sin^2\theta + \sigma_y \cos^2\theta - 2\tau_{xy} \sin\theta \cos\theta \end{aligned} \quad (1.16)$$

式 (1.14)、(1.15)、(1.16) 是所研究的点在 xy 坐标系中的应力到 $x'y'$ 坐标系中的转换。

为了简化计算，可做如下变更：

$$\cos^2\theta = \frac{\cos 2\theta + 1}{2}, \quad \sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$2 \sin\theta \cos\theta = \sin 2\theta, \quad \cos^2\theta - \sin^2\theta = \cos 2\theta$$

则

$$\sigma'_x = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin\theta \quad (1.17)$$

$$\sigma'_y = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \sin\theta \quad (1.18)$$

$$\tau_{x'y'} = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (1.19)$$

从上式可得 $\sigma_x + \sigma_y = \sigma'_x + \sigma'_y$ 。这一点很重要，它说明在两个互相垂直的平面上正应力之和为常量，与方位或角度无关。

式 (1.14)–(1.16) 和与之相当的式 (1.17)–(1.19) 描述了在平面应力状态下通过物体中一点的任意平面上的正应力和剪应力，是非常重要的方程。图 1.7 表示 σ ， τ 随 θ 变

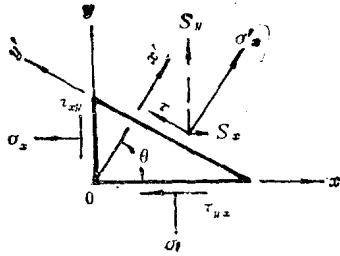


图 1.6 二向应力状态斜面上的应力分布

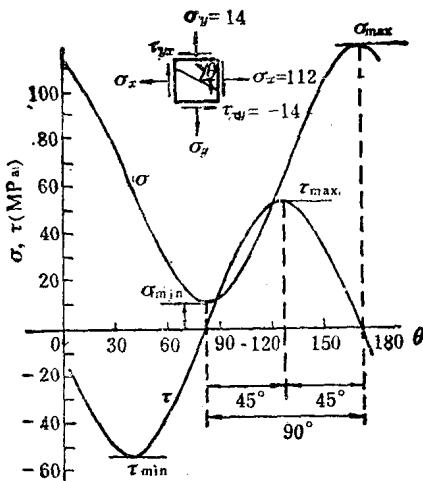


图 1.7 斜面上的正应力 σ 和切应力 τ 随 θ 角的变化

化的曲线,从曲线上可以得到如下要点:

1. σ_{\max} , σ_{\min} 出现在 $\tau = 0$ 的平面上.
2. 正应力或剪应力的最大值、最小值出现的角度分别差 $\frac{\pi}{2}$.
3. 最大剪应力出现在正应力最大值最小值的一半的角度处, 即最大剪应力和最大正应力出现的平面有 $\frac{\pi}{4}$ 的交角.
4. 正应力和剪应力以正弦波的形式随 θ 角变化, 周期为 π .

对任意应力状态, 可以找到这样一组互相垂直的平面。在这组平面上, 只有正应力, 没有剪应力, 这样的平面叫主平面。主平面上的正应力叫主应力。平面应力情况下, 主应力用 σ_1 , σ_2 表示; 三向应力情况下有三个主应力, 用 σ_1 , σ_2 和 σ_3 表示, 相应的坐标轴叫主轴 1, 2 和 3。

在主平面上, 依式 (1.15), 有

$$\begin{aligned} \tau_{xy}(\cos^2\theta - \sin^2\theta) + (\sigma_y - \sigma_x)\sin\theta\cos\theta &= 0 \\ \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} &= \frac{\sin\theta\cos\theta}{\cos^2\theta - \sin^2\theta} = \frac{\sin 2\theta}{2\cos 2\theta} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 2\theta \end{aligned}$$

以 θ_n 表示主平面的法线 n 与 x 轴间的夹角, 则

$$\operatorname{tg} 2\theta_n = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (1.20)$$

由于 $\operatorname{tg} 2\theta = \operatorname{tg}(\pi + 2\theta)$, 故上式有二根, 即 θ_1 , 与 $\theta_2 = \theta_1 + \frac{n\pi}{2}$ 。这表明, 两个主平面是互相垂直的。同样, 两个主应力也必相互垂直。在主平面上, 我们可得到最大和最小正应力, 这两个主应力分别存在于两个主平面上。根据式 (1.20) 及勾股定理, 可得

$$\sin 2\theta = \pm \frac{2\tau_{xy}}{\sqrt{4\tau_{xy}^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2}} = \frac{\tau_{xy}}{\sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2}}$$