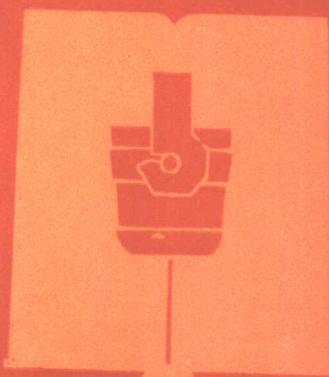


• 高等学校教学用书 •

# 金属压力加工 理论基础

GAODENG XUEXIAO JIAOXUE YONGSHU



冶金工业出版社

高等学校教学用书

# 金属压力加工理论基础

[苏] Г.Я.古恩 著

赵志业 王国栋 译

孙文俊 校

冶金工业出版社

高等学校教学用书  
**金属压力加工理论基础**  
〔苏〕Г.Я.古恩 著  
赵志业 王国栋 译  
孙文俊 校

\*  
冶金工业出版社出版  
（北京北河沿大街嘉锐院北巷39号）  
新华书店总店科技发行所发行  
山西新华印刷厂排版  
冶金工业出版社印刷厂印刷

850×1168 1/32 印张 17 $\frac{1}{2}$  字数462千字

1989年11月第一版 1989年11月第一次印刷

印数00,001~2,180册

ISBN 7-5024-0164-4

---

TG·21(课) 定价4.10元

## 译校者的话

本书系根据莫斯科钢与合金学院 A. Я. 古恩教授所著《Теоретические основы обработки металлов давлением》一书翻译，原书由苏联冶金工业出版社于1980年出版。

这是一部论述金属压力加工基础理论的专著。它主要以能量守恒和转换定律为基础，以解决各种压力加工问题为主线，利用现代数学力学方法详尽地介绍了金属压力加工问题的各种求解方法，例如滑移线法、能量法、变分法、差分法、复变函数法等等。其中第一篇以张量分析为主要工具，给出了应力、应变、应变速率等的基本概念及变形物理方程——塑性条件和本构关系。第二篇运用数学物理方法的基本理论介绍了求解压力加工各种边值问题的基本原理。第三篇针对实际材料特性和具体变形过程给出了各种确定应力及应变分布的解析方法和数值方法，其中还特别考虑了温度场的影响。

本书体现了数学力学的特色，它广泛地应用数学理论来阐述基本概念和求解问题。本书较为注重理论的应用，在论述各种求解方法的过程中不仅讲述了基本原理，而且给出了大量的例题和思考题，并在最末一章介绍了应用本书所述各种方法进行二维和三维金属成形过程的电子计算机模拟的要点。

本书适于高等学校金属压力加工专业学生、研究生、教师以及工厂和科研机关从事金属压力加工专业的工程技术人员参考。

书中绪论、第二篇、第三篇由赵志业翻译；第一篇由王国栋翻译，全书由孙文俊校订。

限于水平，在译校过程中难免有错误和不当之处，请读者批评指正。

1986.10

## 原 版 前 言

本书是作为金属压力加工专业大学生的教科书而写作的。它是以作者从1965年起在莫斯科钢与合金学院讲授《连续介质力学》教程的讲稿为基础的。

目前不论是苏联国内还是国外，都有许多关于连续介质力学和塑性理论方面的书籍，很自然，它们将影响我们教程的结构。

书的内容稍微超出了金属压力加工专业《塑性理论》教学大纲的范围。其补充材料是为自学或选修用的，它们用星号标出。

正文中详细地解答了大量的习题和例题。此外，在每一节的末尾列有思考题。

书中的材料是对已具有高等数学水平的学生叙述的。在必要的情况下简短地叙述了补充材料。为便于深入钻研，每章末尾列举了推荐的参考文献目录。

哈萨克苏维埃社会主义共和国科学院院士П.И.波鲁欣(Полухин)为审校本书花费了巨大劳动，苏联科学院通讯院士А.А.依留申(Ильшин)承担了通读原稿的工作，提出了许多宝贵的意见，А.А.波兹捷耶夫(Поздеев)教授和В.Л.科尔莫哥洛夫(Колмогоров)教授参加了原稿提纲及其各部分内容的讨论，Г.А.斯米尔诺夫-阿列耶夫(Смирнов-Аляев)教授、列宁格勒机械学院金属压力加工教研室的同事们和А.К.格里高利耶夫(Григорьев)教授在评论原稿时都提出了宝贵的意见和建议，Л.И.坎塔米洛娃(Кантамирова)、Л.П.茹尔柯娃(Журкова)协助准备付印手稿，作者对他们深表谢意。

## 绪 论

金属压力加工是以金属与合金的塑性变形能力为基础的，也就是以外力作用下物体形状和尺寸不可逆变化的能力为基础的。它属于最普遍和最有效的金属加工方法。象轧制、挤压、拉拔、锻造和冲压这样的过程都具有高生产率和经济性的特点，并且都容易实现机械化和自动化。塑性变形也成功地用于改善金属表面质量——减小粗糙度、强化表面层、使残余应力按要求分布（平整过程、利用小球和辊子滚压等）。

金属压力加工原理是工艺过程设计的科学基础。这个实用的工程规律，应当按一定的指标来保证工艺过程的最优化，这些指标就是机组的生产率、产品的成本或质量，使产品获得规定形状和尺寸的可能性以及加工特殊材料的可能性等等。

一些杰出的苏联学者的著作为金属压力加工的现代理论打下了基础，这些学者是A. A. 依留申（Ильюшин）、С. И. 古布金（Губкин）、Г. А. 斯米尔诺夫-阿列耶夫（Смирнов-Альев）、А. Ф. 哥洛文（Головин）、А. И. 采里科夫（Целиков）、И. М. 巴甫洛夫（Павлов）、П. И. 波鲁欣（Полухин）、Е. П. 温科索夫（Унксов）、К. Н. 谢夫钦科（Шевченко）、И. Я. 塔尔诺夫斯基（Тарновский）、В. С. 斯米尔诺夫（Смирнов）、А. П. 契克马廖夫（Чекмарев）、А. В. 克鲁宾（Крупин）、И. Л. 佩尔林（Перлин）、В. Н. 魏得林（Выдрин）、Н. Н. 马里宁（Малинин）、Е. В. 波波夫（Попов）。还应指出H. 汉基（Hencky）、R. 希尔（Hill）、T. 卡曼（Karman）、W. 约翰逊（Johnson）、W. 普拉格（Prager）等学者的重大贡献。

关于求解金属压力加工问题的理论方法，在一些苏联学者的著作中已有了很大的发展，这些学者是A. A. 波兹捷耶夫（Поздеев）、В. Л. 科尔莫哥洛夫（Колмогоров）、А. К. 格里高利耶

夫 (Григорьев)、B.M. 谢格勒 (Сегал)、Л.Г. 斯捷潘斯基 (Степанский) 和另外一些研究者。

解决工艺过程最优化的问题，现在已不能局限于用总结生产经验所建立的各种半经验方法。因此，金属压力加工理论的发展方向，就是建立考虑多因素影响的、足够精确的定量描述工艺过程的方法。也就是工艺过程的数学模拟和最优化。

依靠连续介质力学、金属物理和化学所取得的成就，金属压力加工理论正向如下三个主要方面，即力学-数学、物理学和物理-化学方面发展。

其中的第一方面，通常不是研究金属与合金塑性变形时所发生的微观过程的任何具体模型和机制，而是根据宏观试样的加载试验来确定连续介质，即实际金属的抽象模型的具体流变性质。这种方法称为唯象法。结果，工件塑性变形过程的研究可归结为解析数学物理的某一边值问题，即归结为研究应力和应变的分布、温度场和断裂条件。应用分布参数系统控制理论方法，能够在金属压力加工过程的某个方面（例如，按生产率、几何精度和表面质量等）提出优化的任务。

在物理学方面，是研究单晶体和多晶体的塑性变形机制。研究完善晶格的结构和实际晶体所固有的各种缺陷。对位错即晶格线缺陷的研究应予以特别注意，这种线缺陷的形成和运动与金属的塑性变形和断裂有密切的联系。

最后，在物理-化学方面，是建立物质的化学成分和相态与其塑性的关系。

看来，当金属压力加工理论发展到一定水平时，这些方面会完全融合为一体，从而将保证用一个统一的方法来描写物体塑性变形所伴随的复杂的综合现象。此时就会发生关于材料力学行为微观和宏观概念上的结合，也就是将会建立固体宏观力学性能（例如屈服极限、瞬时强度和有限尺寸试样的塑性）与其微观结构参数的定量关系。固体的塑性和强度的统计理论，在实现这种结合上将起决定作用。这种统计理论，以晶格缺陷和塑性变形与断裂

机制的现代物理概念为基础，并考虑到实际金属组织不均匀性引起的这些过程发展的不均匀性。

这种理论的建立是将来的事。现时，在金属塑性变形力学-数学理论领域里的研究有着最完整的特点，本书将对这方面的理论予以讲述。

# 目 录

<b>结论 .....</b>	( VII )
<b>第一篇 变形、流动和断裂 .....</b>	( 1 )
<b>第 1 章 直角坐标系中的张量 .....</b>	( 3 )
1.1 矢量 .....	( 4 )
1.2 矩阵 .....	( 15 )
1.3 张量 .....	( 21 )
<b>第 2 章 连续介质的变形 .....</b>	( 54 )
2.1 拉格朗日变量和欧拉变量 .....	( 54 )
2.2 有限变形张量 .....	( 57 )
2.3 板料的有限变形 .....	( 66 )
2.4 小变形张量 .....	( 72 )
<b>第 3 章 连续介质的流动 .....</b>	( 89 )
3.1 速度场 .....	( 89 )
3.2 应变速率张量、流函数 .....	( 102 )
<b>第 4 章 应力 .....</b>	( 118 )
4.1 应力张量 .....	( 118 )
4.2 应力的研究 .....	( 128 )
<b>第 5 章 守恒定律 .....</b>	( 135 )
5.1 质量守恒定律 .....	( 135 )
5.2 动量守恒定律 .....	( 138 )
5.3 动量矩守恒定律 .....	( 145 )
5.4 机械能守恒 .....	( 148 )
5.5 间断场的守恒定律 .....	( 151 )
5.6 热力学基础 .....	( 157 )
5.7 热传导方程 .....	( 168 )
<b>第 6 章 本构方程 .....</b>	( 171 )
6.1 流变模型 (单向应力状态) .....	( 173 )
6.2 弹性和粘性 .....	( 183 )
6.3 塑性 .....	( 187 )

---

6.4 作为过程的塑性变形.....	(199)
6.5 有限变形和塑性流动.....	(203)
<b>第7章 断裂.....</b>	<b>(208)</b>
7.1 变形稳定性和超塑性.....	(209)
7.2 裂纹.....	(218)
7.3 损伤的累积.....	(222)
<b>第二篇 边值问题.....</b>	<b>(232)</b>
<b>第8章 边值问题的提法.....</b>	<b>(232)</b>
8.1 数学物理学的边值问题.....	(233)
8.2 热传导理论的边值问题.....	(241)
8.3 关于连续介质力学边值问题的提法.....	(250)
8.4 线弹性介质.....	(256)
8.5 理想不可压缩液体.....	(265)
8.6 线粘性不可压缩介质.....	(268)
<b>第9章 边值问题的解法.....</b>	<b>(274)</b>
9.1 泛函空间、算子和泛函.....	(275)
9.2 迭代法和投影法.....	(291)
9.3 分离变量法.....	(300)
9.4 有限差分法.....	(305)
9.5 变分法.....	(317)
9.6 局部变分法.....	(340)
9.7 复变函数、保角映射.....	(345)
9.8 复势.....	(361)
<b>第三篇 塑性流动 .....</b>	<b>(373)</b>
<b>第10章 理想塑性介质 .....</b>	<b>(373)</b>
10.1 理想塑性.....	(374)
10.2 平面塑性流动.....	(381)
10.3 滑移线法.....	(387)
10.4 极值原理.....	(405)
10.5 近似解法.....	(413)
10.6 保角映射法.....	(423)
<b>第11章 粘-塑性继承硬化介质 .....</b>	<b>(451)</b>

# 目 录

---

11.1 边值问题.....	(451)
11.2 虚位移原理、质点系.....	(454)
11.3 关于连续介质力学的变分原理.....	(459)
11.4 虚速度原理.....	(467)
11.5 塑性理论的泛函.....	(470)
11.6 虚速度原理的数值实施.....	(480)
11.7 推广的平面流动.....	(490)
11.8 定常的三维流动.....	(501)
11.9 在电子计算机上塑性流动过程的数学模拟.....	(523)
推荐的参考文献 .....	(544)

## 例 题 目 录

第 1 章.....	( 3 )
例题1.1 正交基底的转动.....	( 24 )
例题1.2 张量分量的变换.....	( 25 )
例题1.3 矢量与张量相乘.....	( 28 )
例题1.4 化张量为对角线形式.....	( 34 )
例题1.5 矢量场的梯度.....	( 40 )
例题1.6 张量场的散度.....	( 42 )
例题1.7 哈密顿-凯莱定理的证明.....	( 48 )
第 2 章.....	( 54 )
例题2.1 有限变形.....	( 64 )
例题2.2 板的有限变形.....	( 71 )
例题2.3 单元体的变形和转动.....	( 74 )
例题2.4 主应变分量.....	( 79 )
例题2.5 应变张量的散度.....	( 80 )
例题2.6 在圆柱坐标系中的变形.....	( 86 )
例题2.7 在球坐标系中的变形.....	( 87 )
第 3 章.....	( 89 )
例题3.1 计算全导数.....	( 96 )
例题3.2 体元的应变速率和转动.....	( 105 )
例题3.3 应变速率张量的散度.....	( 105 )
例题3.4 流函数.....	( 109 )

---

例题3.5 不可压缩条件的一般形式.....	(112)
例题3.6 曲线坐标中的流函数.....	(112)
<b>第4章.....</b>	<b>(118)</b>
例题4.1 斜面上的应力.....	(124)
例题4.2 将应力张量化为对角线形式.....	(126)
<b>第5章.....</b>	<b>(135)</b>
例题5.1 在有势流动时的连续性方程.....	(137)
例题5.2 密度的导数.....	(137)
例题5.3 在圆柱坐标系中的运动.....	(142)
例题5.4 在球坐标系中的运动.....	(143)
例题5.5 应力函数.....	(144)
例题5.6 法向速度分量的连续性.....	(153)
例题5.7 法向应力分量的连续性.....	(155)
<b>第7章.....</b>	<b>(208)</b>
例题7.1 杆件拉伸时的失稳.....	(209)
例题7.2 原始不均匀性对变形局部化的影响.....	(211)
例题7.3 材料的理论强度.....	(218)
例题7.4 裂纹扩展条件.....	(219)
例题7.5 杆件的准脆性断裂.....	(223)
例题7.6 平行六面体的断裂.....	(226)
例题7.7 断裂概率的正态分布规律.....	(229)
例题7.8 断裂概率.....	(230)
<b>第8章.....</b>	<b>(232)</b>
例题8.1 不恰当问题的例子(拉格朗日例).....	(239)
例题8.2 热坯和工具的热接触.....	(244)
例题8.3 存在中间氧化层或润滑层时工具与热坯间的 热接触.....	(246)
例题8.4 工具和坯料间摩擦热的分布.....	(248)
例题8.5 弹性体的均匀压缩.....	(260)
例题8.6 刚性表面间粘性层的流动.....	(270)
<b>第9章.....</b>	<b>(274)</b>
例题9.1 关于不动点的定理.....	(294)

例题9.2 加廖尔金法.....	(298)
例题9.3 在平模间热坯料的冷却.....	(301)
例题9.4 用内热源加热坯料.....	(304)
例题9.5 泊松方程的狄利克莱问题.....	(305)
例题9.6 用内热源加热扁坯.....	(307)
例题9.7 追赶法.....	(314)
例题9.8 求极值函数.....	(322)
例题9.9 奥斯特洛格拉得斯基-欧拉方程.....	(324)
例题9.10 拉拔和挤压工具的孔型设计.....	(324)
例题9.11 里兹法.....	(332)
例题9.12 泛函的构成.....	(338)
例题9.13 局部变分法.....	(344)
例题9.14 四边形向半平面的映射.....	(359)
例题9.15 由点源产生的在上半平面上的流动.....	(368)
<b>第10章.....</b>	<b>(373)</b>
例题10.1 平行六面体的镦粗.....	(377)
例题10.2 圆孔附近的塑性变形.....	(385)
例题10.3 直线边界附近的应力.....	(393)
例题10.4 自由边界附近的应力.....	(394)
例题10.5 板料的挤压.....	(399)
例题10.6 平压模的压入.....	(400)
例题10.7 理想塑性问题解的非唯一性.....	(403)
例题10.8 镦粗平行六面体(运动学解).....	(409)
例题10.9 棒的拉拔.....	(414)
例题10.10 镦粗圆板.....	(420)
例题10.11 刚性模压入塑性半空间.....	(422)
例题10.12 板材挤压(可行解).....	(429)
例题10.13 板材挤压(使可行解精确化).....	(436)
例题10.14 在具有跨接部分的模中挤压薄壁型材.....	(440)
<b>第11章.....</b>	<b>(451)</b>
例题11.1 变分计算.....	(472)
例题11.2 连续弯曲角材.....	(475)

---

例题11.3 冷却中的圆柱体的镦粗.....	(484)
例题11.4 管的推广平面流动.....	(493)

# 第一篇 变形、流动和断裂

连续介质力学的基本概念和方法是现代金属压力加工理论的基础。

连续介质力学是力学的一个分支。

众所周知，力学是一门科学，它研究物质最简单的运动形式——机械运动，即物体或物体各部分之间相互位置随时间而发生的变化。

研究这种运动形式的普遍规律时，力学利用了质点、绝对刚体、连续介质的抽象概念。

质点是指尺寸小到可以忽略但有最终质量的物体。质点可以起质点系惯性中心的作用，认为在该中心处集中着整个系统的质量。

绝对刚体指的是相互距离不改变的质点的总和。如果物体在载荷作用下的变形可以忽略，则允许应用绝对刚体的概念。

如果允许单元体的相互位置变化，则引出连续介质的概念。

以如下的抽象模型来表示可变形固体、液体和气体属于连续介质，这些抽象模型就是理想弹性体、塑性体、理想液体、粘性液体、理想气体等。

上述的关于物体的抽象概念，反映了实际物体在研究条件下所固有的真实性质。

在连续介质力学中利用了质点的概念，即尺寸无限小的体元的概念。质点的运动，是用位移矢量、速度矢量和加速度矢量来描绘的。总之，连续介质的运动，即无限多质点的运动，可用相应的矢量场来描述，也就是可用位移矢量场、速度矢量场和加速度矢量场来描述。

力是力学中物体或物体各部分之间相互作用的基本度量。通常，在连续介质力学中所研究的是分布力。它们的强度称为应力。连续介质的应力状态用张量场来描述。

引入连续性的假定作为基本假定。根据这个假定，实际物体被看作连续充满空间的物质系统。这个系统的性质反映了构成某些物体的大量相互作用粒子（原子、分子等）总体的统计规律。

引入连续性的假定允许采用经典的分析方法，其中包括允许研究无限小的体元。

应用连续性的假定，使得我们引出了由连续介质所充满的域的概念（图 1）。

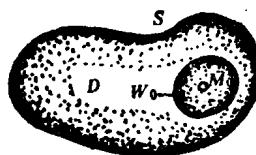


图 1 关于定理的证明

根据定义，域  $D$  是某些空间点的总和，它们有两个性质：

- 1) 如果某点  $M$  属于该域，则足够接近于  $M$  的所有点也都属于该域；
- 2) 域的任何两个点可以用完全位于域内的折曲线连接。

域的边界  $S$  是这样一些点的总和，在每个点的任何邻域内都有既属于该域又不属于该域的点。平面域的边界可能是闭合曲线或某些闭合曲线的总和。一个或几个闭合的曲面可能是空间域的边界。我们将假定，包围域的曲线或曲面是光滑的或分片光滑的。

在连续介质力学中，标量、矢量和张量一般都是坐标和时间的函数。还可假定，这些函数可以对指定的变量连续微分足够多的次数，因而，它们与导数一起被限制于连续介质充满的任何有限域中。

在研究某域  $D$  的同时，可以研究各种完全属于域  $D$  的子域  $W$ （用  $W \subset D$  表示）。作为推导连续介质力学最重要方程的基础的如下预备定理是正确的。

**基本预备定理** 设连续函数  $\varphi(M)$  在域  $D$  内有定义，且对任何子域  $W \subset D$  满足等式

$$\iiint_W \varphi(M) dW = 0$$

则可证明函数  $\varphi(M)$  在  $D$  内等于零。

**证明** 假定在位于域  $D$  内的某点  $M_0$  (图1) (用  $M_0 \in D$  表示)， $\varphi(M_0) \neq 0$ ，例如  $\varphi(M_0) > 0$ 。因为函数  $\varphi$  是连续的，所以可以选择一个环绕  $M_0$  点的子域  $W_0$ ，在该子域内  $\varphi(M) > \varphi(M_0)/2$ 。对这个域积分  $\iiint_{W_0} \varphi(M) dW$  不等于零，这与定理的原始条件矛盾。

如果用某个矢量  $a(M)$  代替标量函数  $\varphi(M)$ ，这个结果仍旧是正确的。为了证明这一点，只要将这个定理应用于这个函数向各坐标轴的投影就足够了。

## 第1章 直角坐标系中的张量

在连续介质力学中，应力和应变理论的阐述以及它们之间的关系的研究，通常都是应用张量分析进行的。如 B. 布尔加基 (Бургатти) 指出的，“张量分析是以数学物理所有分支的公共语言来叙述和描写的，它的同一性、清晰性、说明问题的简明性、由概念到公式和由公式到概念转化的迅速性以及同时包含着的直觉、逻辑、综合和分析的固有特性，这一切使得人们能够把它作为科学和教育方面真正第一流的工具。”

为什么需要张量计算？在描述许多物理现象时，常常引入某个坐标系。这允许以数的形式表示相应的物理现象，并允许将物理规律化为联系这些数和数组的等式。如果标量值（例如温度、密度、质量）在任何坐标系中都以同一个数表示，那么矢量值（速度、加速度、力）是用三个数即用矢量的坐标来表示，在向新的坐标系变换时，矢量的坐标按一定的规律变化。因此，在所研究