

# 大地测量学

(理论大地测量学)

[苏] Л.П.佩利年

测绘出版社

# 大地测量学

(理论大地测量学)

[苏] П.П.佩利年

丘其宪 宁津生 管泽霖 译

测绘出版社

ЛЕОНАРД ПАВЛОВИЧ ПЕЛЛИНЕН  
ВЫСШАЯ ГЕОДЕЗИЯ  
(ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ГЕОДЕЗИЯ)  
МОСКВА <НЕДРА> 1978

大地测量学

(理论大地测量学)

〔苏〕 Л.П.佩利年

丘其宪 宁津生 管泽霖 译

\*

测绘出版社出版

山西省七二五厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经营

\*

开本 850×1168 1/32·印张 10<sup>1</sup>/2 字数 273千字

1983年6月第一版·1983年6月第一次印刷

印数 1—5,700 册·定价 1.00 元

统一书号: 15039·新252

本书叙述确定地球形状和重力场以及将其所得数据用于整理天文大地网的问题。全书由两部分组成，在第一部分《利用天文大地测量方法研究地球形状》中，讨论用天文大地方法确定地球形状的基本概念，大地测量的归算问题，高程理论，垂线偏差和似大地水准面高度的确定以及大规模天文大地网平差和精度估计问题。

在第二部分《地球形状及外部引力场的总体研究》中，讨论正常地球，大地测量基本常数及其有关的大地坐标系，叙述确定大地测量基本常数的方法和结果（其中包括弧度测量方法），求定行星大地水准面的现代结果和地球动力学的研究问题。

本书系苏联高等学校天文大地测量专业的教科书，也可供从事于与应用地球形状和重力场及其随时间变化的数据有关问题的专业人员阅读。

ЛЕОНАРД ПАВЛОВИЧ ПЕЛЛИНЕН  
ВЫСШАЯ ГЕОДЕЗИЯ  
(ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ГЕОДЕЗИЯ)  
МОСКВА «НЕДРА» 1978

## 译者的话

本书是苏联为天文大地测量专业学生编写的一本有关理论大地测量的教科书，它以现代观点阐述了大地测量的基本科学问题。全书分两个部分，其一是利用天文大地法研究地球形状。由于在这一部分里主要把天文大地网作为空间结构进行数学处理，因而使得其理论和方法更具有广义的性质。其二是地球形状及外部引力场的总体研究。对待这个问题，本书除了阐述经典方法之外，还着重介绍了现代的弧度测量方法，因而其内容具有一定的先进性。

目前已有的大地测量、天文测量、物理大地测量和卫星大地测量等方面的书籍，它们大都从本学科的角度出发比较孤立地阐述有关问题，实际上在这些学科之间存在着不可分割的内在联系。译者认为，本书的一个很突出的特点则在一定程度上弥补了这个缺陷。它把这几门学科的有关内容揉合在一起，讨论了它们之间的关系，并且综合利用了天文、大地、重力、卫星以及宇宙测量的资料去解决理论大地测量中的问题；最后又从大地测量角度探讨了地球动力学的研究问题，这不仅能进一步了解上述学科之间的关系，而且还使理论大地测量学进一步深化，对于我们了解当前大地测量学的发展动向是有益的。

由于译者水平有限，错误之处在所难免，恳请读者批评指正。

译 者

1981.2

## 前　　言

理论大地测量教程是天文大地测量专业中大地测量学的主要课程。

本教程讨论解决大地测量学的基本科学问题，即确定地球形状和外部引力场及其随时间的变化。在大地测量学已经学过的部分中主要注意力是放在地面天文大地方法上；而本书在应用这一方法的同时，还将讨论应用其它方法〔如物理（重力）方法、卫星方法和最新的宇宙方法〕所得结果的有关问题。应用上述各种方法所得数据的许多问题，已在地球形状理论教程和卫星大地测量学教程中详细地论述过了。因此，本书不涉及其它教程中已叙述的部分，而将主要注意力集中于最恰当地综合利用地面方法和宇宙方法来解决大地测量学的基本科学问题。并将注意到利用各种现代方法研究地球形状和引力场所取得的成就和在这一领域中今后的发展前景。

本书第一部分——《利用天文大地测量方法研究地球形状》主要讨论作为空间结构的天文大地网的数学处理问题。在天文大地网的范畴内采用空间大地坐标系来确定地球形状是这一数学处理的结果。只有当学生从其它课程获得重力方法和卫星方法是可能的这一认识之后，才能研究本教程的第二部分，即在与地球质心有关的坐标系中整体地确定地球形状和外部引力场的问题。

与苏联科学院通讯院士，克拉索夫斯基教授的经典著作《大地测量学》第二部分〔46〕和大家所熟悉的萨卡托夫教授的《高等测量学教程》〔28，29〕相比较，本书作者试图用有限的篇幅，不仅叙述理论大地测量学的经典问题，而且还叙述最近几年来大地测量学的飞速发展中产生的许多新问题。作者清楚地意识到进行这些叙述的困难，并将以极感激的心情接受读者的意见。

作者对莫斯科测绘学院大地测量学教研室的同事们，尤其是

尤泽福维奇，表示深切谢意。他们认真地讨论了本书的手稿并提出了许多宝贵意见，在编写本书时已考虑了这些意见。

# 目 录

## 第一部分 利用天文大地测量方法 研究地球形状

<b>第一章 结论</b> .....	1
§ 1. 理论大地测量学的任务 .....	1
§ 2. 用天文大地方法研究地球形状和外部引力场的 基本概念 .....	4
§ 3. 用天文大地方法确定空间坐标的原理 .....	18
§ 4. 研究地球形状和外部引力场各种现代方法的特 点的比较 .....	24
<b>第二章 大地测量的归算问题</b> .....	30
§ 5. 投影法与平展法 .....	30
§ 6. 水平方向的归算 .....	33
§ 7. 拉普拉斯方位角及其应用 .....	37
§ 8. 长度测量的归算 .....	40
§ 9. 确定与归算问题有关的似大地水准面高度和垂线 偏差的精度要求 .....	44
§ 10. 平展法的莫洛金斯基改正 .....	46
§ 11. 局部大地网归算的特点 .....	56
<b>第三章 高程理论</b> .....	60
§ 12. 选择高程系统的初步意见 .....	60
§ 13. 地球位数与力高 .....	62
§ 14. 正高与大地水准面高度 .....	64
§ 15. 正常高与高程异常（似大地水准面高度） .....	65
§ 16. 在水准测量的数学整理中对重力测量的要求 .....	73
§ 17. 利用三角高程测量确定高程 .....	76

<b>第四章 天文大地垂线偏差和似大地水准面高度的确定</b>	81
§ 18. 天文大地垂线偏差和似大地水准面高度的应用	.....
	81
§ 19. 根据天文大地资料确定垂线偏差 三角高程测量的应用	.....
	81
§ 20. 利用重力测量资料内插天文大地垂线偏差	.....
	85
§ 21. 利用地形资料内插天文大地垂线偏差	.....
	88
§ 22. 天文水准	.....
	93
§ 23. 天文重力水准	.....
	96
§ 24. 天文重力水准的精度估算	.....
	108
§ 25. 苏联的天文重力水准	.....
	112
<b>第五章 大规模天文大地网的平差与精度研究</b>	114
§ 26. 大规模天文大地网平差和精度估计的特点	.....
	114
§ 27. 沿直伸三角锁系传递平面坐标的精度(不顾及 间接影响)	.....
	116
§ 28. 根据一等三角测量闭合差估算苏联天文大地网 的精度	.....
	123
§ 29. 顾及天文大地网平面元素误差与似大地水准面高度 误差相互影响时, 长距离上坐标的传递精度	.....
	125
§ 30. 天文大地网多边形平差法的一般原理	.....
	131
§ 31. 利用多边形平差法进行苏联天文大地网平差	.....
	133
§ 32. 用空间坐标进行天文大地网平差	.....
	141
§ 33. 大规模天文大地网的整体平差	.....
	145
<b>第二部分 地球形状及外部引力场的整体研究</b>	
<b>第六章 正常地球 大地测量基本常数 总的地球坐标系</b>	149
§ 34. 问题的概述	.....
	149
§ 35. 正常地球	.....
	150

§ 36. 正常大气层及其影响的计算	157
§ 37. 正常地球参数的基本公式	160
§ 38. 总的地球坐标系	169
§ 39. 极移服务	171
§ 40. 经度起算原点的确定	175
§ 41. 参考坐标系的定向元素	177
§ 42. 大地测量起始数据	179
<b>第七章 弧度测量</b>	<b>183</b>
§ 43. 历史情况	183
§ 44. 平展法的弧度测量方程 弧段法	188
§ 45. 平展法的弧度测量方程 面积法	194
§ 46. 海福特椭球	196
§ 47. 克拉索夫斯基椭球	198
§ 48. 确定内定向元素的投影法弧度测量方程	200
§ 49. 确定外定向元素的投影法弧度测量方程	208
§ 50. 利用天文大地和重力数据解算弧度测量方程	211
§ 51. 纯粹利用卫星资料解算弧度测量方程	214
<b>第八章 表征地球外部引力场的基本常数的确定方法和结果</b>	<b>218</b>
§ 52. 赤道重力的确定	218
§ 53. 根据遥远的航天飞行器的观测确定地心引力常数	221
§ 54. 根据地球卫星的观测确定地心引力常数	226
§ 55. 大地水准面上的重力位和引力比例因子的确定	228
§ 56. 正常地球的现代模型	233
<b>第九章 行星似大地水准面形状的研究方法和结果</b>	<b>237</b>
§ 57. 似大地水准面高度的球函数级数展开式	237

§ 58.重力的调和分析.....	241
§ 59.大地位调和系数的卫星动力推导.....	249
§ 60.重力和卫星数据的一并平差.....	256
§ 61.似大地水准面高度的确定.....	259
<b>第十章 行星地球动力学的研究.....</b>	<b>267</b>
§ 62.地球动力现象.....	267
§ 63.用大地测量方法研究地球动力现象的问题.....	274
§ 64.月亮的光线定位学的应用.....	277
§ 65.长基线射电干涉测量的应用.....	283
<b>参考文献 .....</b>	<b>291</b>
<b>人名对照表 .....</b>	<b>298</b>
<b>术语对照表 .....</b>	<b>301</b>

# 第一部分 利用天文大地测量 方法研究地球形状

## 第一章 絮 论

### § 1. 理论大地测量学的任务

理论大地测量学应理解为大地测量学的一个分支，它是讨论用大地测量方法解决大地测量学的基本科学问题：确定地球形状和外部引力场以及它们随时间的变化。理论大地测量学教程具有与地球形状理论教程同样的基本方向，而后者将主要注意力放在如何应用重力测量资料来解决上述问题。

地球形状的概念是多义的，它是随采用所得数据的不同而有不同的解释。通常把地球的真实形状理解为它的自然表面，即大陆地面和无干扰的海洋和湖泊表面（图 1），地上的测量就在这个面上进行的。必须指出，大地测量学的任务不包括获得地球自

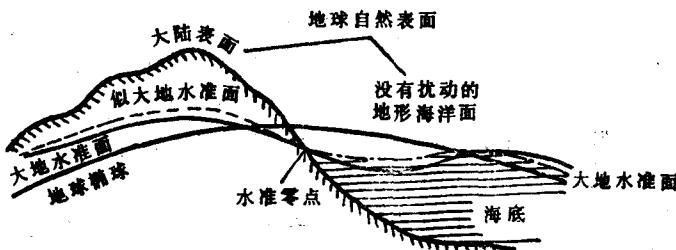


图 1

然表面形状的连续表示形式，譬如，地图这种形式，这是普通测量学、航空摄影测量学和制图学所从事的工作。大地测量学的基本任

务通常仅阐述确定某一控制点网在统一的空间坐标系中的位置。这种网有时可能很稀疏（在宇宙大地测量网中，点距为几百公里和几千公里），有时也可能如经典大地网所具有的那样稠密（点距为数公里）。

在科学的研究和解决实际问题中，与确定地球自然表面形状一样，确定真实重力位水准面的形状具有相当重要的意义。只要提醒一下，地形图上的等高线可以一次近似地解释为水准面与地球自然表面的交线。**大地水准面**，即通过高程起算点的重力场水准面，它具有最重要的作用。这一表面接近于无干扰的海洋平均水平面，就大地水准面定义本身也反映了这种情况。但是，由于世界各部分海洋中水的温度和含盐量不同以及其它原因，大地水准面并不严格与上述水平面重合〔24，8～9页〕。譬如，在巴拿马运河区表明太平洋与大西洋水平面相差达62厘米。喀琅施塔得验潮标尺的零点比黑海水平面和联结北冰洋与太平洋的海洋水平面要高70厘米〔6〕。根据一些估计，在世界海洋的开阔区域，海洋平均水平面与大地水准面的偏差可达一米。由于这种情况，就使得大地水准面与所谓海洋地形面有所区别〔137, 585～599页〕。

尽管如此，象大地水准面这样的地球形状的传统定义至今仍未失去其意义。由于在高出海平面的大陆地区下面的大地水准面形状原则上是不确定的，在严密情况下才转而确定似**大地水准面**——它是可以根据地面的测量单值地确定的表面，此面在海洋上与大地水准面重合，在大陆则非常接近于大地水准面。

为了科学和实际的应用，还必须有一个概括性的、足够简单的地球形状的数学近似面。在表示地球形状的许多方案中，最方便同时又具有确切物理意义的是**地球椭球**，它是一个旋转椭球，其参数是在它与大地水准面形状（或者更严格地说，是似大地水准面形状）最符合的条件下选择的，其符合范围或者是整个地球，此时求定的是**总地球椭球**，或者是在有限区域内密合。

确定地球外部引力场就像研究磁场和其它物理场一样，实质

上是地球物理学的任务。但是考虑到通常大地测量学家是从相同的一些数据处理中同时确定地球形状的参数和地球外部引力场元素，而后又一并利用这些数据。因此，将确定地球外部引力场的问题包括在大地测量学的基本科学问题中也是合理的。

随着研究地球形状及其引力场的新方法的发展，随着它们精度的提高和足够频繁地重复测量的可能性的增大，大地测量学的运动学观点就有着更大的意义了。这个观点就是确定地球表面点位置和地球引力场元素随时间的变化。

在地球科学中已经出现一个新的分支，它介于大地测量学、地球物理学、天文学和海洋学的边缘，它研究地面点位置和地球引力场元素随时间变化的问题以及对它们的解释，这个分支称为地球动力学。就其内容来说，它联结了大地测量学问题的两个领域：运动大地测量学和动力大地测量学。前者已在前面提到了，它是苏联科学院通讯院士莫洛金斯基于1958年提出并由他给出这样的名称。对后者，莫洛金斯基认为，它是研究那些引起所观察到的地球形状和引力场变化的力。

地球动力学的发展将有可能：

——获得有关地球形状和引力场演化过程的客观定量资料，譬如，查明大块地壳（岩石圈板块）运动的特性和速度，阐明地球引力场是否发生变化和为什么发生变化，这将导致更正确地了解大地构造过程和更有效地寻找有用矿藏。

——在地震活动区研究地壳运动，为更准确地预报地震灾害获得数据，其中包括大地震和较缓慢的形变。

——顾及坐标和重力随时间变化的改正，使天文大地网、水准网和重力网保持高精度。

已有的估算表明，如果确定地面点位置时以地球平均半径为量度单位，测定重力时以地球表面平均重力值为量度单位，而测定方向时以一个弧度为量度单位，则地球动力变化大部分为每年约达 $10^{-8} \sim 10^{-9}$ 量级。这样，相应于上面各个值约为：6~60毫米，

1~10微伽和0°0002~0°002。对那些能进行很好研究的较短周期的地球动力学过程，如海平面的变化、极移、潮汐形变及地球旋转的不均匀性等则是例外，按现代测量精度的水平来看，对这些地球动力学现象必须予以顾及。考虑其它地球动力学现象，基本上是将来的事情。从长远看，研究地面点空间位置和地球引力场的变化在大地测量学家进行的基础工作中将占有重要的地位[49]。

## § 2. 用天文大地方法研究地球形状 和外部引力场的基本概念

在天文大地方法中采用不同类型的大地测量资料，即水平角和天顶距测量，长度测量，几何水准以及天文经度、纬度和方位角测定等所得的资料，在某种程度上为获得不大的改正项，还要应用重力测量资料。下面引入以后所必需的一系列基本概念，大多数情况下，读者在学习大地测量学的其它部分时已经了解了这些概念，因此将不作推导。

### 参考椭球

处理天文大地网时所采用的大地坐标系是与所选择的旋转椭球有关的，这个椭球称为参考椭球。我们回顾一下旋转椭球的几何关系，这对以后是有用的（图2）：

$$\alpha = \frac{a - b}{a}; \quad e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}; \quad e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

式中  $\alpha$  —— 椭球扁率；  $e$  —— 椭球的第一偏心率；  $e'$  —— 椭球的第二偏心率；  $a$  —— 椭球的长半轴或赤道半径；  $b$  —— 椭球的短半轴。

椭球大地坐标 ( $B, L, H$ ) 是与椭球的概念有关的。根据图2，对位于图面内的点  $M$  来说，大地纬度  $B$  是过点  $M$  的椭球法线  $MN$  与赤道平面的夹角；大地经度  $L$  是过点  $M$  的子午面与起始

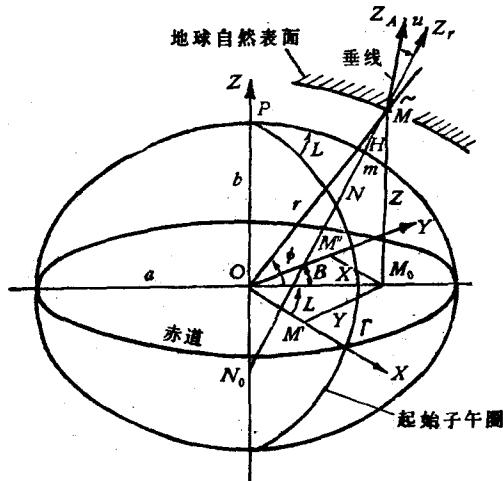


图 2

子午面之间的夹角；大地高 $H$ 是点 $M$ 相对椭球面的高。

子午方向上的椭球曲率半径取决于大地纬度，为

$$M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 B)^{3/2}} = a \left[ 1 - e^2 \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cos 2B \right) + \dots \right] \quad (1.1)$$

而卯酉圈的曲率半径为

$$N = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 B)^{1/2}} = a \left[ 1 + \frac{e^2}{2} \sin^2 B + \frac{3}{8} e^4 \sin^4 B + \dots \right] \quad (1.2)$$

纬度为 $B$ 上的椭球平均曲率半径等于

$$R_B = \sqrt{MN} = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{1-e^2 \sin^2 B} \quad (1.3)$$

通过纬度为 $B$ 的点 $\tilde{M}$ 的椭球法线(参看图2)与椭球旋转轴相交于点 $N_0$ , 它离开椭球中心的距离为

$$ON_0 = Ne^2 \sin B \quad (1.4)$$

线段 $\tilde{M}N_0$ 等于( $N + H$ )

### 直角坐标系与球面大地坐标系

大地直角坐标系是原点与参考椭球中心重合的赤道坐标系。在本书的第二部分里将极严密地讨论大地坐标系的建立和实施问题。我们暂时只把它解释为这样的坐标系, 即它的一个轴平行于地球旋转轴, 它的一个坐标面是起始于子午面, 或通常所称的格林尼治子午面。直角坐标与椭球坐标有如下的关系式:

$$\begin{aligned} X &= (Z + H) \cos B \cos L \\ Y &= (N + H) \cos B \sin L \\ Z &= (N + H - Ne^2) \sin B \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (1.5)$$

由直角坐标反求椭球坐标的公式只对椭球面上的点才有封闭形式。一般情况下采用[73, § 39]中的迭代公式。

赤道坐标系( $X, Y, Z$ )中椭球法线的方向余弦等于

$$\begin{aligned} l_\theta &= \cos B \cos L \\ m_\theta &= \cos B \sin L \\ n_\theta &= \sin B \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (1.6)$$

常采用球面坐标:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \\ \Phi &= \arctg \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \\ L &= \arctg \frac{Y}{X} \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (1.7)$$