

56.36083
05090

中国科学院地理研究所 编辑

地理集刊

第 15 号

水文与气候

083

科学出版社

中国科学院地理研究所 编辑

地理集刊

第 15 号

水文与气候

科学出版社

1985

内 容 简 介

本集刊分为水文和气候两部分,共二十一篇文章。其中,水文部分十二篇,气候部分九篇。

水文部分,包括水文区划、水资源评价、流域汇流计算、水面蒸发计算、降雨入渗计算和地下调蓄研究等;气候部分,主要着重夏季风的活动和长江流域汛期与旱涝问题两方面的研究,并提出了一些具体预报方法。

可供水文、气候等科技人员及高等院校师生参考。

地 理 集 刊

第 15 号

水文与气候

中国科学院地理研究所 编辑

*

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1985 年 2 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

1985 年 2 月第一次印刷 印张:13

印数:0001—2,000 字数:301,000

统一书号:13031·2816

本社书号:3867·13—13

定价:3.10 元

前 言

本集刊分为水文与气候两部分。水文部分包括水文区划、水资源评价、流域汇流计算、水面蒸发计算、降雨入渗计算和地下调蓄研究等方面的十二篇文章。其中,有应用差积分析、谱分析等统计分析方法研究年降水量系列代表性,用模糊聚类分析方法进行水文区划,用拉普拉斯变换法、Z变换法推导流域汇流模型的论文,也有应用运动波理论推导坡面径流的退水过程,用人工降雨模拟试验方法探讨降雨入渗补给地下水量,用电子计算机选配暴雨强度公式参数的论文;还有提出适合我国较为广泛地区的有限水域表面蒸发公式,论述河谷甸子地地下调蓄问题,论述流域河川径流特征及其利用的论文等。上述论文系按大量实测资料和实验资料综合分析写成,所采用的方法较为新颖,有一定的特色,可供水文区划、水文水利计算、水资源评价、四水转化关系分析等参考应用。

气候部分包括九篇论文。都是在对东亚季风研究的基础上,结合长期预报,从不同角度所做的工作。主要着重在两个方面,一是夏季风的活动,一是长江流域汛期与旱涝问题,在夏季风活动方面,有的分析了海陆、高原热状况的季节变化与夏季风活动的统计关系,提出以此来作长期预报;有的利用1979年青藏高原科学试验期间的资料对初夏大气环流的季节性转变和亚洲夏季风突进的一些基本问题进行了探讨,强调了热力因子所起的作用;有的从太平洋副高(副热带高压)脊线位置、700毫巴 $T-T_0$ 差与候降水的关系来确定华南夏季风盛行日期及季风雨开始日期。在长江流域汛期旱涝问题方面,有的应用逐步判别分析方法对长江上游地区秋汛期各种旱涝类型建立判别函数;有的用多元统计分析中的群分析方法对9月500毫巴大气环流进行分类,以了解长江上游地区秋季旱涝的成因和变化规律;有的利用江淮流域不同旱涝年份南北半球海平面气压资料,探讨南北半球大气活动中心与江淮流域旱涝关系;有的从降水异常年的环流特征及1000—500mb平均温度变化探讨长江上游春汛形成原因及其前期环流演变规律;有的通过长江流域涝、旱年份总能量、显热和潜热输送寻找长江流域大范围降水变化和能量变化之间的关系。这些论文分别对夏季风活动及长江流域汛期旱涝趋势的长期预报提供了天气气候背景,并提出了一些具体的预报方法,可供产业部门及有关的预报业务部门参考与应用。

水文部分的论文承蒙水利电力部水利科学研究院、华东水利学院、南京水文研究所、清华大学、南京地理所、北京大学、北京师范大学、北京农业大学、成都科学技术大学等单位有关专家审阅并提出宝贵意见;气候部分的论文承蒙兰州高原大气物理研究所、南京大学、国家气象局气象研究院、北京气象中心等单位有关专家审阅并提出宝贵意见。在此谨致谢意。

本期集刊水文与气候部分分别由吴凯、王德辉编辑。插图由甄淑平、阮逸苓清绘。

中国科学院地理研究所

1983年

目 录

水 文 部 分

华北平原南部年降水量变化特征的统计分析·····	汤奇成、程天文、赵楚年、刘恩宝 (1)
流域汇流的变滞模型·····	王广德、吴 凯、陈赞菊 (10)
划分水文区的模糊数学方法·····	刘恩宝、张家祯、熊 怡 (21)
有限水域表面蒸发的计算·····	洪嘉璠 (30)
黑龙江省及内蒙古呼伦贝尔盟河谷甸子地地下水及其调蓄问题·····	魏忠义 (37)
利用电子计算机计算短历时、次暴雨强度公式参数·····	程天文、姚承伟 (45)
禹城试验区降雨入渗补给地下水的试验研究·····	任鸿遵、杨克定 (52)
Z变换在流域汇流计算中的应用·····	王广德、吴 凯 (60)
淮河水系天然水化学特征·····	过常龄 (72)
坡面径流退水的计算·····	姚承伟、方 向 (78)
乌裕尔河河川径流特点及其利用问题·····	任鸿遵 (87)
应用时段入流校正的河道汇流准线性模型·····	王广德、吴 凯、陈赞菊 (96)

气 候 部 分

不同地区热状况的季节变化与夏季风活动·····	徐淑英、周玉孚 (105)
初夏大气环流季节性转变与亚洲夏季风突进的几个问题·····	郭其蕴 (115)
华南夏季风盛行期的确定及季风雨开始期的环流分析·····	许孟英 (124)
秋季大气环流分型及长江上游的降水·····	司有元 (135)
长江上游秋汛期旱涝的逐步判别分析·····	司有元 (147)
南北半球气压场的季节变化与江淮流域的旱涝·····	段月薇 (155)
过渡季节(5月)长江上游降水异常的环流特征·····	王继琴、郭其蕴 (172)
夏季风的能量输送和长江流域旱涝·····	沈建柱、殷延珍 (182)
华南三十年来雨季起迄期及其周期分析·····	段月薇 (189)

华北平原南部年降水量变化 特征的统计分析

汤奇成 程天文 赵楚年 刘恩宝

南水北调引水工程,规模宏伟,投资巨大。从提出此项工程以来,经过多次讨论研究,至今仍未获得一致的看法。究其原因,其中之一是各部门和单位在讨论此问题时所采用的基本数据有较大的出入。为此,我们计算分析了南水北调东线部分地区的年降水量,作为南水北调地区水量平衡研究的基础,也为进一步分析研究南水北调工程提供依据。

一、概 况

我们研究的范围是黄河以南、长江以北、郑州以东,包括山东半岛的广大地区。大致从北纬 32° 至 37° ,东经 113° 至 123° 。包括淮河流域,沂、沭、泗河流域以及山东半岛诸河流域。本区西部边界,自北而南依次为嵩山、外方山、伏牛山、桐柏山、大别山等。

本地区总面积约 34.3 万平方公里。包括山东、河南、安徽、江苏四个省的大部分及湖北省的一小部分。总的地势是西高东低,其中大部分为平原,是黄淮海平原的主要组成部分,只有山东的泰山和沂蒙山突起在平原之中。此外,还有胶东半岛的大泽山,昆仑山和南部的张八岭等比较孤立的山地,这些山地对本地区年降水量有较大的影响。

二、资 料 情 况

本地区的年降水量资料多半从 1958 年开始积累,为便于对比分析,我们统计时统一采用 1958 年至 1978 年系列。其中河南省 35 个站,共 735 站年;山东省 37 个站,共 777 站年;安徽省 37 个站,共 777 站年;江苏省 30 个站,共 630 站年。总计选用了 139 个站,共 2919 站年。在被选用的测站中,连续实测系列超过 50 年的只有两个站,超过 30 年的有四个站,它们均用来作为系列代表性分析的依据。

在统计分析中一律采用实测资料,而没有用插补延长的方法增加系列。在选用资料中,遇到气象站与水文站在同一地点,而数据不一致的情况时,一般以气象站资料为主,也参考水文站资料,在无气象资料的地区直接采用水文站资料。

在上述 139 个站的资料中,淮河流域占 68%,沂、沭、泗河流域占 11%,胶东半岛诸河流域占 14%,苏北诸河占 7%。为了增加点据,我们又选用了 54 个站作为参考点。还选用了河北省、湖北省等邻近站点的年降水量资料。

三、系列的代表性分析

实测到的系列仅是总体的一个随机样本。一般说来,长系列样本比较接近于总体。如果所采用的系列的均值与长系列的均值接近,这样就可以近似地认为该系列具有代表性。如实测系列处于长系列的偏丰段,就会使计算的均值偏大;反之,则偏小。因此,必须进行系列代表性分析。

这次我们根据长系列站的资料,并且考虑到它们的地区分布,从下列几种途径进行系列代表性分析。

(一) 长短系列的分析计算

假定长系列的统计参数的代表性比短系列的代表性相对较好,因此可以长系列为准,来检验短系列的代表性。用南京站和济南站的连续年降水量作为长短系列的比较站,比较的结果见表 1。

表 1 南京站、济南站年降水量长短系列比较表

站 名	资料年代	年 数	平均值(毫米)	短系列(n)均值 $\bar{x}_n$ 与 长系列(N)均值 $\bar{x}_N$ 之比
南 京	1905—1978	74	1000.4	1.00
	1946—1978	33	1024.5	1.02
	1950—1978	29	1030.4	1.03
	1953—1978	26	1042.9	1.04
	1958—1978	21	1018.0	1.02
济 南	1916—1978	63	649.3	1.00
	1946—1978	33	682.8	1.05
	1950—1978	29	689.8	1.06
	1958—1978	21	697.6	1.07

从表 1 可以看出,1958—1978 年的系列与 74 年系列的均值相比,南京站的误差仅为 2%,即使将系列增加到 33 年,但其精度并不增加。因此,在本地区的南部采用 1958—1978 年的系列,不会产生很大的偏差。但在北部,济南站 21 年的系列与长系列相比,则显然偏大。

(二) 年降水量累积平均统计分析

我们在四个省内选择具有代表性的较长的连续系列作累积平均统计分析,计算的方法是:将各站的年降水量从 1978 年起逐年依次向前累积平均,即 $\bar{P}_1 = P_1$, $\bar{P}_2 = \frac{P_1 + P_2}{2}$, $\dots\dots, \bar{P}_n = \frac{P_1 + P_2 + \dots\dots + P_n}{n}$, 其中 $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots\dots, \bar{P}_n$ 是年降水量的累积平均值(毫米); $P_1, P_2, \dots\dots, P_n$ 是自 1978 年依次向前推的各年降水量(毫米)。

本地区代表性测站的累积平均过程线见图 1,从过程线上可以反映出年降水量丰、枯

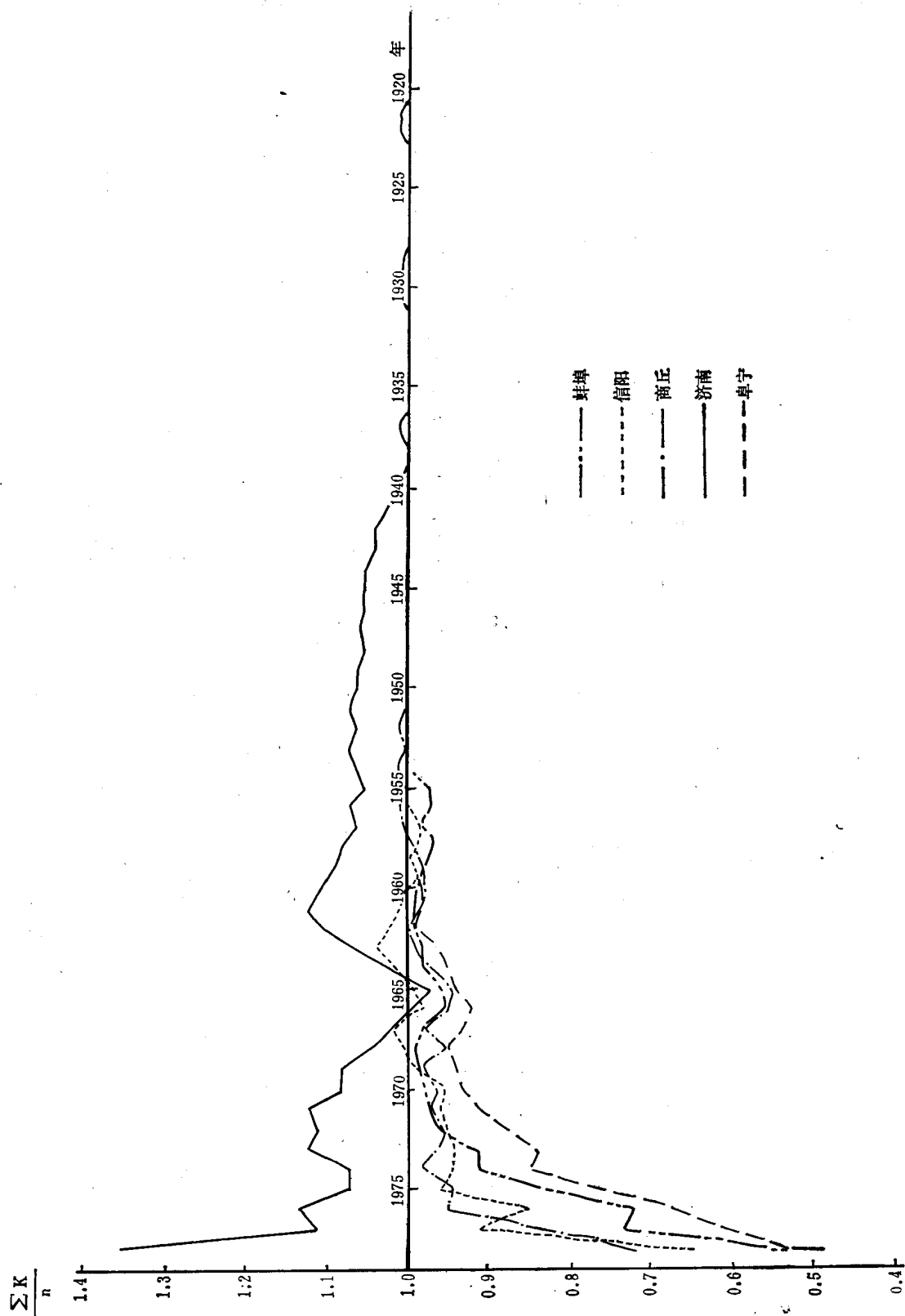


图1 各代表站年降水量累积平均曲线图

变化的长短和丰、枯变幅的大小。累积平均过程线随着年份的增加逐渐趋于稳定,幅度变小,并可反映各站从 1978 年向前推算达到平均值时所需要的年数。

从图 1 可以看出,本地区各站达到稳定所需的年数各不相同,最长的如济南站大约需要 40 年方趋稳定,这与海、滦河流域年径流分析报告中得出的结论基本一致¹⁾,而最短的如阜宁站只要 20 年左右系列就趋稳定。江苏省一般测站达到稳定的年限最短,河南省、安徽省则在 30 年以上,山东省更长。从整个地区来看,大约需要 35—40 年,年降水量的系列才趋于稳定。影响年降水量的因素很多,而地带性是其中重要的因素之一。因此,稳定所需的年数有自南向北增加的趋势,亦即多年平均降水量值越大,需达到稳定的历时越短;反之,则越长。

(三) 年降水量的差积分析

本地区各代表站的每年降水量 (P_i) 与多年平均年降水量 ($\bar{P}$) 之差值,逐年按次序加以累积,即 $\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})$, 再与对应的年份 (T) 点绘差积曲线过程线,即 $\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P}) \sim T$ 。

应用差积曲线不仅可以检验资料的代表性,而且还可以反映出少水年或丰水年的情况。我们把上述代表站的差积曲线绘成图 2。从图中可看出,各站的差积曲线形状变化很大,归纳起来,大致可分为下列几种类型:

1. 单峰型 年降水量年际的丰枯变化的历时较长,丰枯变化相对幅度较大,累积平均值达到稳定的历时较长,计算年降水量的系列达到 40 年以上才具有一定的代表性,如济南站等。

2. 锯齿型 年降水量的年际丰、枯变化幅度较小,年际丰枯变化频繁,累积平均值达到稳定的历时稍短。在计算时,如所选定的系列在 38 年左右就有一定的代表性。

从以上两种型的分析可看出,它们实际上反映了降水形成条件的差异。由于本地区南北之间降水形成条件不同,故差积曲线也就不同。我们在选定系列年限时必须考虑差积曲线的周期性。现仅以济南站连续 63 年资料作简要分析。该站 63 年资料中偏丰、偏枯的情况大致可分为下列几个时段(表 2)。

表 2 济南站年降水量差积曲线分段

起迄年份	年 数	偏丰或偏枯	K 值	备 注
1916—1924	18	偏枯	0.98	$K = \frac{\text{时段平均值}}{\text{多年平均值}}$ $K > 1$ 偏丰 $K < 1$ 偏枯
1925—1939	15	偏枯	0.99	
1940—1955	16	偏枯	0.93	
1956—1965	10	偏丰	1.16	
1966—1975	10	偏枯	0.95	
1976—1978	3	偏丰(未完)	1.13	

再以蚌埠站为例,连续 27 年的实测资料,同样可以分为四段(表 3)。

1) 海、滦河年径流计算分析协作组:海、滦河流域年径流分析报告,1978 年。

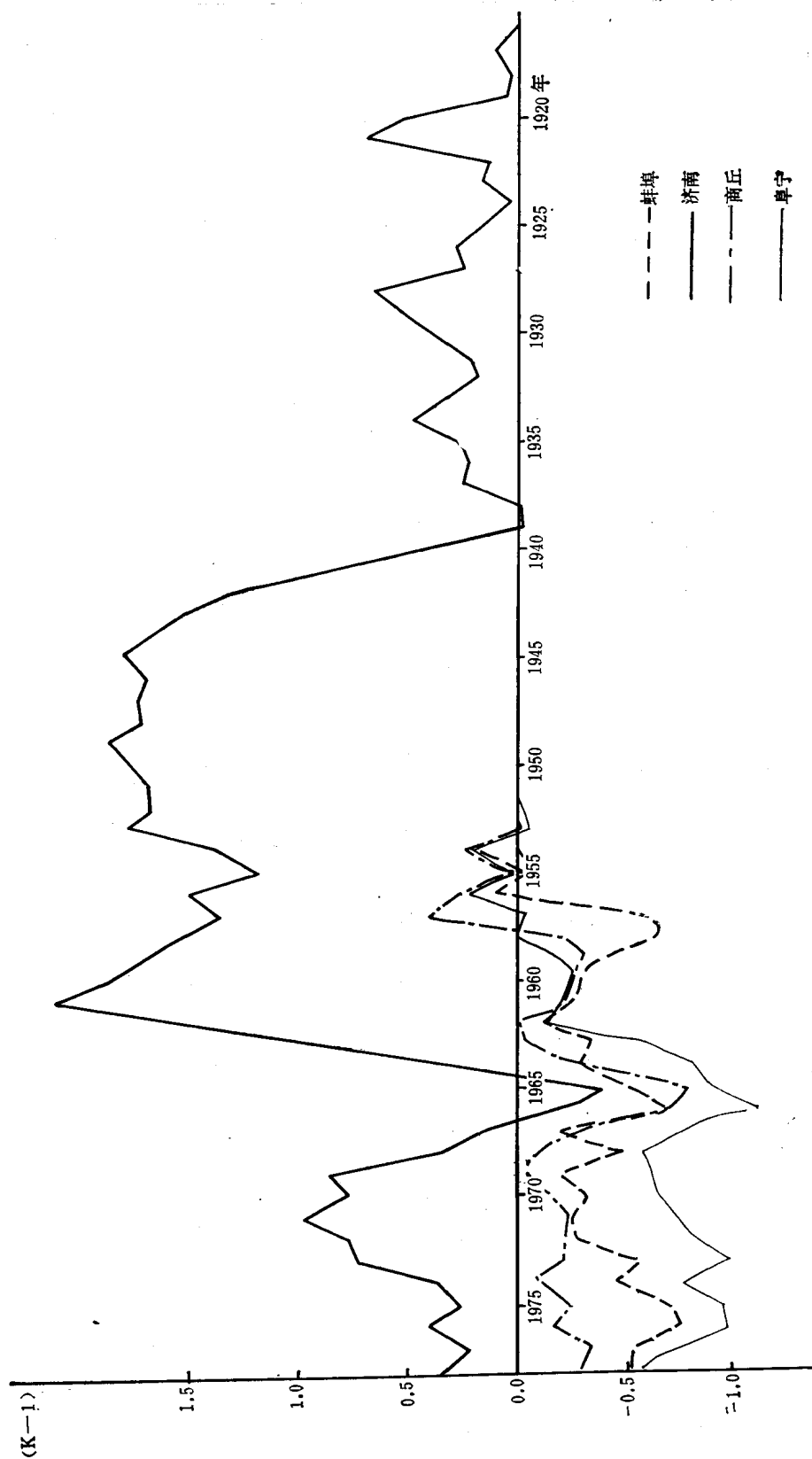


图 2 各代表站年降水量模比系数差积曲线图

表 3 蚌埠站年降水量差积曲线分段

起迄年份	年 数	偏丰或偏枯	K 值
1952—1958	7	偏丰	1.05
1959—1966	8	偏枯	0.99
1967—1973	7	偏丰	1.02
1974—1978	5	偏枯(未完)	0.91

由差积曲线初步分析可知,在本地区内,其丰枯水周期大致为 10—15 年左右。

(四) 拟合误差分析

方差分析是进行某一要素周期分析的常用方法之一。本地区内各代表站的周期性变化和非周期性变化,我们利用拟合误差分析方法¹⁾来推断周期是否显著,为选择系列的时段提供依据。

拟合误差有两个鉴定指标。其一,误差百分比,即 $W = \frac{\Delta R}{N} \times 100\%$, 其中 N 是总数值; ΔR 是拟合误差数值。其二,有效率,即 $S = \frac{\Delta m - \Delta R}{\Delta m} \times 100\%$, 其中 Δm 是整个时间序列资料和总年平均值的总离差数。

对每个站来说, W 值越小,说明越可靠。 S 值越大,表示效率越高。在周期排列年中, ΔR 值越小表示出现该年数周期的可能性越大。

根据四个省五个代表站的计算结果, W 值大都在 10% 以下, S 值都大于 50%, 说明效率是比较高的,而且有一定的可靠性。五个站的周期为 10—12 年(表 4)。

表 4 各代表站不同周期拟合误差值计算结果

站 名 \ 周期排列年	拟 合 误 差 值 (ΔR)										W	S
	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二	(%)	(%)
青 岛	505	463	418	492	443	425	312	256	196	300	11.4	59.8
南 京	341	353	295	257	291	308	299	241	284	134	6.3	61.3
商 丘	252	258	227	229	196	258	208	212	187	96	6.6	63.8
蚌 埠	312	341	265	291	326	281	242	127	262	178	6.9	61.0
信 阳	434	340	390	324	408	320	397	314	342	176	7.7	59.5

(五) 谱分析和滑动平均分析

进行谱分析的目的在于寻找连续系列的周期规律,本地区只分析了南京和济南两站。

对南京站 74 年、济南站 63 年连续降水量进行谱分析的结果如图 3 所示。济南站能谱图反映出有明显的周期变化,超过标准谱最明显的周期为 8.86 年,即 9 年为一周期。此外,尚有 2—3 年的周期。南京站的能谱图不如济南站反映明显,接近标准谱的周期为 5

1) 云南省气象台:用拟合误差分析寻找周期序列。

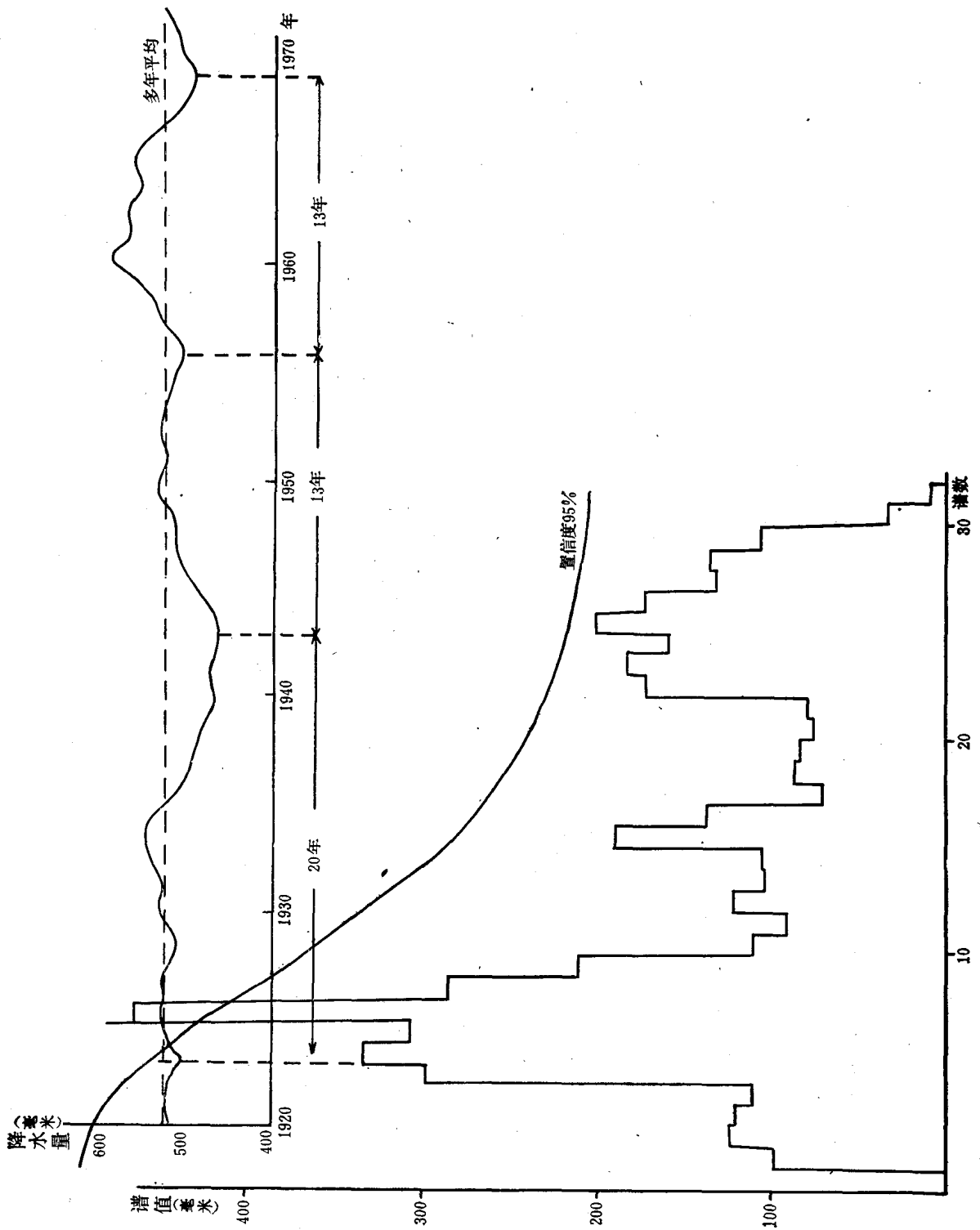


图 3 济南站历年降水量能谱分析和 9 年滑动平均曲线图

年、3年及37年。

为了进一步分析周期规律,我们对济南站用9年滑动平均滤掉9年以下的周期后,比较明显的周期尚有13年,不太明显的有20年。

根据以上各种分析,初步结论如下:

(1) 从本地区年降水量系列来看,长度应在30—40年比较适宜。此次我们采用21年(1958—1978年),在南部不会造成很大误差,而在北部则有些偏大。

(2) 年降水量系列具有周期变化,从各种分析可得出长短不一的多种周期,而且南北间也有差异。

四、地区年降水量图的编制

根据各站计算的数据,我们在1:150万地形图上勾绘年降水量等值线图(图4)。考虑到地区的具体情况,等值线的间距在1000毫米以下为50毫米;1000毫米以上为100

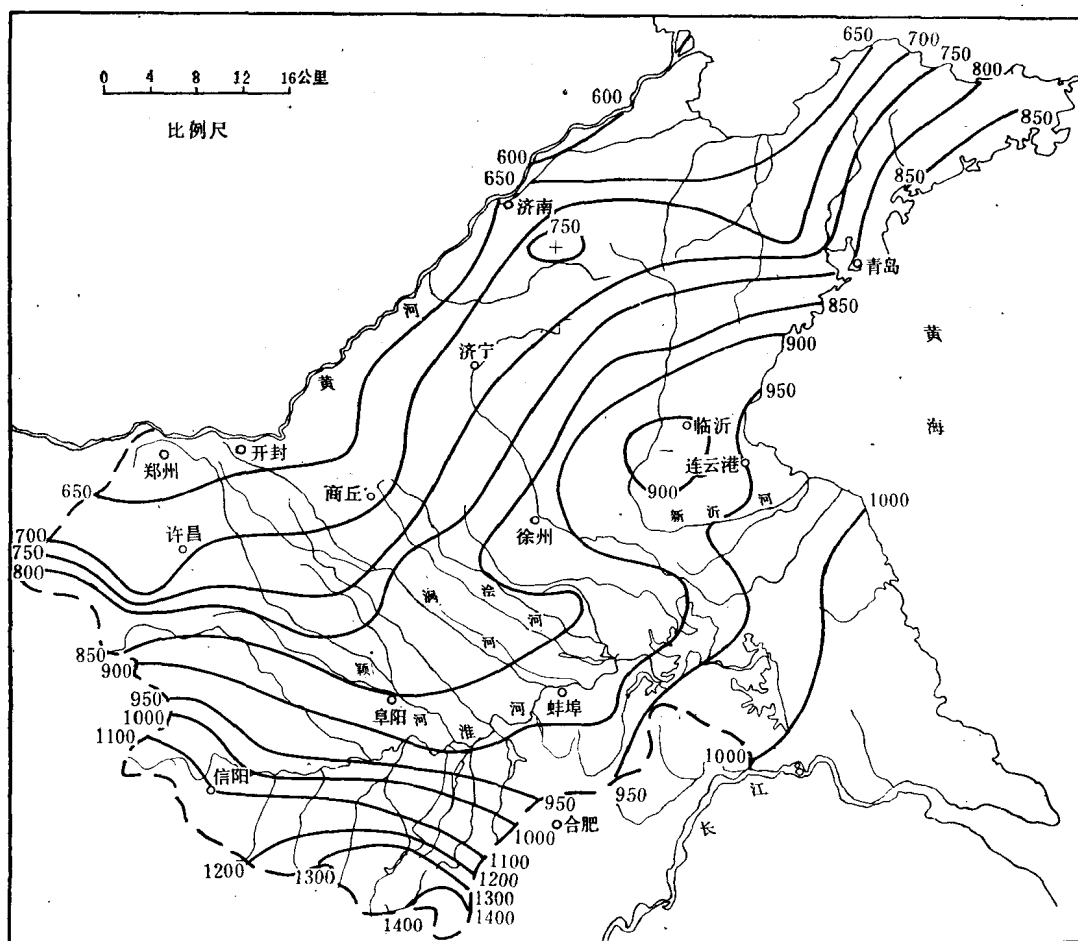


图4 多年平均年降水量等值线示意图

毫米。

五、多年平均降水总量及其分布

按图 4 的量算结果,全地区年降水总量为 2923.4 亿立方米(851.4 毫米),占全国年降水总量的 4.7%。其中,山东省为 905.9 亿立方米(751.2 毫米),安徽省为 610.6 亿立方米(933.1 毫米),河南省为 713.0 亿立方米(827.3 毫米),江苏省为 694.8 亿立方米(976.6 毫米)。按流域计算,淮河流域为 1837.9 亿立方米(849.9 毫米),沂、沭、泗河流域为 344.0 亿立方米(905.1 毫米),山东半岛诸河流域为 431.5 亿立方米(728.6 毫米),苏北诸河流域为 310.32 亿立方米(1038.6 毫米)。

从图 4 可以看出,年降水量在地区上的分布是很有规律的。一是由南向北递减,从 1000 毫米减至 600 毫米左右;一是山地大于平原。年降水量最高值出现在西南部的大别山区,可达 1400 毫米以上,泰山也可达 1100 毫米,都比附近的平原多。

参 考 文 献

- [1] 中国科学院《中国自然地理》编辑委员会: 中国自然地理(地表水),科学出版社,1981 年。
- [2] 汤奇成、程天文等: 我国西北、华北地区地表径流量的估算及分析,自然资源,第 2 期,1981 年。

流域汇流的变滞模型

王广德 吴 凯 陈赞菊

一、变滞模型的定义和推导

1960年,纳希提出了一个等 K 的串联水库模型——纳希模型,该模型假定流域概化成 n 个串联的线性水库,并且各水库的蓄水常数(K)相等。纳希模型在我国广为应用。后来,1974年,*Spolia*等假定各水库的蓄水常数不等,导出了不等 K 的串联水库模型^[1]。1979年,广东省有关单位进一步假定各水库的蓄水常数成等比级数变化,提出三参数定时单位线汇流概念模型^[2]。本文在上述研究的基础上,假定各水库的蓄水常数成等比级数递增,应用拉普拉斯变换,导出一种流域汇流模型——变滞模型。

变滞模型是一种线性模型,其定义为由 n 个串联的线性水库,各水库的蓄水常数成等比级数递增(首项为 K ,公比为 r ,且 $r > 1$)所组成的流域汇流模型,其微分方程为^[2]

$$Q(t) = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1 + Kr^{i-1}D)} I(t) \quad (1)$$

式中: $Q(t)$ ——输出函数; $I(t)$ ——输入函数; n ——水库数; Kr^{i-1} , $i = 1, 2, \dots, n$ ——各水库的蓄水常数; D ——微分算符; Π ——连乘符。

应用拉普拉斯变换,由式(1)不难导出^{[3][2]}

$$Q(S) = H(S) \cdot I(S) \quad (2)$$

$$H(S) = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1 + Kr^{i-1}S)}$$

式中: $Q(S)$ ——输出函数的拉普拉斯变换; $I(S)$ ——输入函数的拉普拉斯变换; $H(S)$ ——系统转移函数; S ——复变量。

在式(1)中,若 $I(t) = \delta(t)$,由拉普拉斯变换表(表1)可知, $I(S) = \mathcal{L}[\delta(t)] = 1$,则式(2)可以写成

$$Q(S) = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1 + Kr^{i-1}S)}$$

$$= \frac{1}{(1 + KS)(1 + KrS) \cdots (1 + Kr^{n-1}S)}$$

1) 广东省水电局设计院水能规划室、水文总站计算科、华南工学院建工系水文教研组: 置换伽玛函数定时单位线, 1979年10月。

$$= \frac{C_1}{1+KS} + \frac{C_2}{1+KrS} + \dots + \frac{C_n}{1+Kr^{n-1}S} \quad (3)$$

$$C_1 = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1+Kr^{i-1}S)} \cdot (1+KS) \quad \left| \quad S = -\frac{1}{K} \prod_{i=1}^n (1-r^{i-1}) \right. \quad = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1-r^{i-1})}, \quad i \neq 1;$$

$$C_2 = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1+Kr^{i-1}S)} \cdot (1+KrS) \quad \left| \quad S = -\frac{1}{Kr} \prod_{i=1}^n (1-r^{i-2}) \right. \quad = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1-r^{i-2})}, \quad i \neq 2;$$

.....

$$C_n = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1+Kr^{i-1}S)} \cdot (1+Kr^{n-1}S) \quad \left| \quad S = -\frac{1}{Kr^{n-1}} \prod_{i=1}^n (1-r^{i-n}) \right. \quad = \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1-r^{i-n})}, \quad i \neq n \quad (4)$$

将式(4)代入式(3)得

$$\begin{aligned} Q(S) = & \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1-r^{i-1})} \cdot \frac{1}{1+KS} + \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1-r^{i-2})} \cdot \frac{1}{1+KrS} \\ & (i \neq 1) \quad (i \neq 2) \\ & + \dots + \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1-r^{i-n})} \cdot \frac{1}{1+Kr^{n-1}S} \quad (i \neq n) \end{aligned} \quad (5)$$

按拉普拉斯变换表(表1), 式(5)的拉普拉斯逆变换为

$$\begin{aligned} Q(t) = & \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{\prod_{i=1}^n (1-r^{i-1})} \cdot \frac{1}{1+KS} + \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1-r^{i-2})} \cdot \frac{1}{1+KrS} \right. \\ & (i \neq 1) \quad (i \neq 2) \\ & \left. + \dots + \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1-r^{i-n})} \cdot \frac{1}{1+Kr^{n-1}S} \right] \\ & (i \neq n) \\ = & \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{\prod_{i=1}^n (1-r^{i-1})} \cdot \frac{1}{K\left(\frac{1}{K}+S\right)} + \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1-r^{i-2})} \cdot \frac{1}{Kr\left(\frac{1}{Kr}+S\right)} \right. \\ & (i \neq 1) \quad (i \neq 2) \\ & \left. + \dots + \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1-r^{i-n})} \cdot \frac{1}{Kr^{n-1}\left(\frac{1}{Kr^{n-1}}+S\right)} \right] \\ & (i \neq n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1 - r^{i-1})} e^{-\frac{t}{K}} + \frac{1}{Kr} \cdot \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1 - r^{i-2})} e^{-\frac{t}{Kr}} \\
&\quad (i \neq 1) \quad (i \neq 2) \\
&+ \dots + \frac{1}{Kr^{n-1}} \cdot \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1 - r^{i-n})} e^{-\frac{t}{Kr^{n-1}}} \\
&\quad (i \neq n) \\
&= \sum_{j=1}^n \frac{1}{Kr^{j-1}} \cdot \frac{1}{\prod_{i=1}^n (1 - r^{i-j})} e^{-\frac{t}{Kr^{j-1}}}, i \neq j \quad (6)
\end{aligned}$$

表 1 拉普拉斯变换对照表^[4]

	$x(t)$	$X(S)$
1	单位脉冲 $\delta(t)$	1
2	单位阶跃 $u(t)$	$\frac{1}{S}$
3	t	$\frac{1}{S^2}$
4	e^{-at}	$\frac{1}{S+a}$
5	te^{-at}	$\frac{1}{(S+a)^2}$
6	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{S^2 + \omega^2}$
7	$\cos \omega t$	$\frac{S}{S^2 + \omega^2}$
8	$t^n (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{S^{n+1}}$
9	$t^n e^{-at} (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{(S+a)^{n+1}}$
10	$\frac{1}{b-a} (e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(S+a)(S+b)}$
11	$\frac{1}{b-a} (be^{-bt} - ae^{-at})$	$\frac{S}{(S+a)(S+b)}$
12	$\frac{1}{ab} \left[1 + \frac{1}{a-b} (be^{-at} - ae^{-bt}) \right]$	$\frac{1}{S(S+a)(S+b)}$
13	$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(S+a)^2 + \omega^2}$
14	$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{S+a}{(S+a)^2 + \omega^2}$
15	$\frac{1}{a^2} (at - 1 + e^{-at})$	$\frac{1}{S^2(S+a)}$