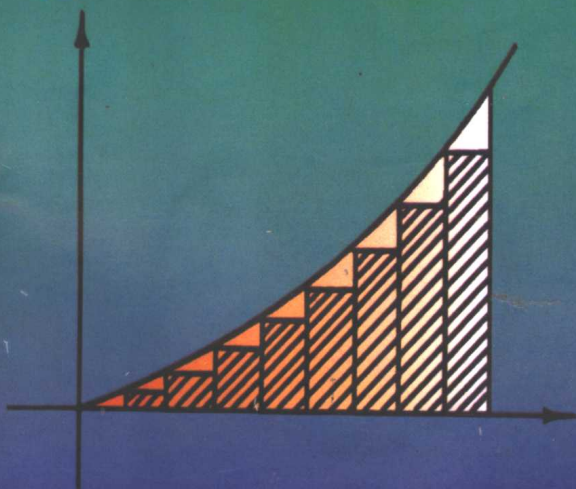


管理、会计、外贸、金融类专业试用

高等数学

王文涛 车向凯 主编

$$\int_a^b dF(x) = F(b) - F(a)$$



NEUPRESS

东北大学出版社

管理、会计、外贸、金融类专业试用

高等数学

(第二版)

主 编	王文涛	车向凯
副主编	石素英	侯亚君
编 者	(以姓氏笔画为序)	
	陈 欣	杨胜芳
	侯晓峰	高雷阜

东北大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学/王文涛, 车向凯主编. —沈阳: 东北大学出版社,
1999. 8

(管理、会计、外贸、金融类专业试用)

ISBN 7-81054-255-9

I. 高… II. ①王… ②车… III. 高等数学-教材 IV.
O13

©东北大学出版社出版

(沈阳·南湖 110006)

沈阳市新城子印刷厂印刷

东北大学出版社发行

1999年8月第2版

1999年8月第2次印刷

开本: 850mm×1168mm 1/32

印张: 11

字数: 283千字

印数: 2061~5060册

定价: 19.80元

第二版前言

本书自1997年8月出版以来,作为文科经济类专业高等数学课程的试用教材,在辽宁省部分高等院校业已试用两年。从试用该书的高等院校及有关专家、教授和广大读者的反馈意见来看,普遍认为:该书取材合适,编排合理,概念准确,思路清晰,语言通俗,易于接受。既体现了文科、经济类学科对本门课程的基本要求,又兼顾了该学科的特点。特别是在内容的深度和广度及篇幅的设计上,适合该学科的特点。一些高等院校表示,希望继续使用该教材作为文科、经济类专业高等数学课程的教学用书。为此,经研究,决定对该书修订再版。

本书第二版是在第一版内容框架的基础上,充分考虑了部分高等院校及有关专家的意见,对个别章节的内容作了适量修改,并对第一版中存在的校对疏漏做了认真订正。这里谨向广大读者致意。同时,冀望专家和读者对本书第二版中的不妥之处拨冗指正,以使之日臻完善。

作者 谨识

1999年7月

前 言

在人才培养过程中，数学课程的作用是双重性的。首先，数学课程是培养学生科学素质与能力的重要途径，是对学生进行思维训练和科学思想的培养；其次，数学课程是学生学习后继课程以及从事科技活动的基础性工具，文科、经济类学科的学生也是如此。随着人类文明与科技进步，文理科相互渗透与交叉日趋明显，定量化思考重于定性化思考已成事实。评估、统计、信息等科学手段的形成与发展迫使文科、经济类学科需要一定的数学基础。国家教委已明确指出，要在文科、经济类学科中开设高等数学等课程。我们认真研究了现行文科、经济类学科高等数学教材，充分考虑该学科的特点，本着基础性、必要性和实用性的原则来组织本书的内容体系。通过本门课程的教学，使学生受到一定的数学思想和必要的数学理论与数学方法的训练，为学生学习后继课程（如线性代数、概率统计、运筹学等）打下必要的数学基础，也使学生了解数学中一些常用的处理问题的思想方法，增强文科、经济类学科学生的理性思维意识。

全书编写本着重概念、重思想方法和通俗、直观、形象、简明的原则，注重用实例引入数学概念，典型例题强化数学概念和方法，注重应用性内容的组织，特别是数学在经济、金融中的应用，而且注意内容的适度综合，深入浅出，易于接受。

本书由辽宁地区部分高等院校的多位数学教师集体讨论，分工编写，最后由两位主编王文涛、车向凯统纂书稿。具体分工为：石素英编写第1章，高雷阜编写第2章，侯亚君编写第3章，陈欣编写第4章，王文涛编写第5章，车向凯编写第6章，杨胜芳编写第7章，侯晓峰编写第8，9章。

由于作者水平所限，书中如有不妥之处，恳请读者批评指正。

作 者

1997年4月于沈阳

目 录

前 言

第 1 章 函数与极限	(1)
1.1 函数	(1)
1.1.1 区间与邻域	(1)
1.1.2 函数概念	(3)
1.1.3 反函数与复合函数	(7)
1.1.4 经济中常用的函数	(11)
习题 1.1	(14)
1.2 数列的极限与函数的极限	(16)
1.2.1 数列的极限	(16)
1.2.2 函数的极限	(19)
习题 1.2	(26)
1.3 极限运算法则	(27)
1.3.1 无穷小	(27)
1.3.2 无穷大	(28)
1.3.3 极限运算法则	(30)
习题 1.3	(34)
1.4 极限存在准则, 两个重要极限	(35)
1.4.1 极限存在准则	(35)
1.4.2 两个重要极限	(37)
1.4.3 无穷小的比较	(41)
习题 1.4	(43)
1.5 函数的连续与间断	(44)
1.5.1 函数的连续性	(44)

1.5.2	函数的间断点	(47)
1.5.3	连续函数的运算及初等函数的连续性	(49)
	习题 1.5	(51)
1.6	闭区间上连续函数的性质	(52)
1.6.1	最大值和最小值	(53)
1.6.2	介值定理	(53)
	习题 1.6	(55)
第 2 章	导数与微分	(56)
2.1	导数	(56)
2.1.1	导数的定义	(56)
2.1.2	导数的几何意义	(61)
2.1.3	求导数举例	(62)
2.1.4	求导法则	(64)
	习题 2.1	(66)
2.2	反函数与复合函数的导数	(67)
2.2.1	反函数的导数	(67)
2.2.2	复合函数的导数	(69)
2.2.3	初等函数的导数	(72)
	习题 2.2	(74)
2.3	高阶导数	(75)
2.3.1	高阶导数	(75)
2.3.2	隐函数的导数	(78)
2.3.3	参数方程确定的函数的导数	(80)
	习题 2.3	(81)
2.4	函数的微分	(82)
2.4.1	微分的定义	(82)
2.4.2	微分法则	(85)
2.4.3	微分在近似计算中的应用	(88)

习题 2.4	(90)
第 3 章 中值定理与导数应用	(91)
3.1 中值定理.....	(91)
3.1.1 罗尔定理.....	(91)
3.1.2 拉格朗日中值定理.....	(94)
3.1.3 柯西中值定理.....	(97)
习题 3.1	(99)
3.2 罗必塔法则	(100)
习题 3.2	(106)
3.3 函数单调性与极值	(107)
3.3.1 函数的单调性	(107)
3.3.2 函数的极值	(110)
习题 3.3	(114)
3.4 函数的最大值与最小值	(114)
习题 3.4	(117)
3.5 曲线的凸凹、拐点及函数图形描绘	(118)
3.5.1 曲线的凸凹与拐点	(118)
3.5.2 函数图形的描绘	(121)
习题 3.5	(125)
3.6 导数在经济中的应用	(126)
3.6.1 边际分析	(126)
3.6.2 弹性分析	(128)
习题 3.6	(133)
第 4 章 不定积分.....	(135)
4.1 不定积分的概念与性质	(135)
4.1.1 原函数与不定积分	(135)
4.1.2 基本积分表	(138)

4.1.3 不定积分的性质	(140)
习题 4.1	(141)
4.2 换元积分法	(142)
4.2.1 第一类换元法	(142)
4.2.2 第二类换元法	(148)
习题 4.2	(152)
4.3 分部积分法	(153)
习题 4.3	(158)
4.4 几种特殊类型函数的积分	(158)
4.4.1 有理函数积分	(158)
4.4.2 三角有理式积分	(160)
4.4.3 简单无理式积分	(162)
习题 4.4	(163)
第5章 定积分及其应用	(164)
5.1 定积分的概念与性质	(164)
5.1.1 定积分概念	(164)
5.1.2 定积分的性质	(170)
习题 5.1	(174)
5.2 微积分基本公式	(174)
习题 5.2	(179)
5.3 定积分的换元法	(179)
习题 5.3	(184)
5.4 定积分的分部积分法	(184)
习题 5.4	(188)
5.5 广义积分	(188)
5.5.1 无穷区间上的广义积分	(189)
5.5.2 无界函数的广义积分	(192)
习题 5.5	(195)

5.6 定积分应用	(196)
5.6.1 定积分的元素法	(196)
5.6.2 平面图形的面积	(198)
5.6.3 体积	(204)
习题 5.6	(208)
第 6 章 多元函数微分法及其应用	(210)
6.1 向量代数	(210)
6.1.1 空间直角坐标系	(210)
6.1.2 向量及其运算	(212)
习题 6.1	(220)
6.2 空间解析几何初步	(221)
6.2.1 空间直线与平面	(221)
6.2.2 曲面方程与曲线方程	(225)
习题 6.2	(230)
6.3 多元函数概念	(231)
6.3.1 多元函数概念	(231)
6.3.2 二元函数的极限与连续	(234)
习题 6.3	(237)
6.4 偏导数与全微分	(238)
6.4.1 偏导数	(238)
6.4.2 全微分	(242)
6.4.3 复合函数求导法	(244)
6.4.4 隐函数的导数	(248)
习题 6.4	(249)
6.5 多元函数的极值	(251)
6.5.1 多元函数的局部极值问题	(251)
6.5.2 最大值, 最小值	(255)
习题 6.5	(258)

第7章 二重积分..... (259)

7.1 二重积分的概念与性质 (259)

7.1.1 二重积分概念 (259)

7.1.2 二重积分的几何意义 (261)

7.1.3 二重积分性质 (261)

习题 7.1 (263)

7.2 二重积分算法 (264)

7.2.1 直角坐标系二重积分算法 (264)

7.2.2 极坐标系二重积分算法 (270)

习题 7.2 (275)

7.3 二重积分的应用 (276)

7.3.1 空间立体的体积 (276)

7.3.2 曲面的面积 (278)

7.3.3 平面薄片的质量 (279)

习题 7.3 (280)

第8章 级数简介..... (282)

8.1 常数项级数 (282)

8.1.1 常数项级数概述 (282)

8.1.2 常数项级数的审敛法 (287)

习题 8.1 (292)

8.2 幂级数 (294)

8.2.1 幂级数及其收敛性 (294)

8.2.2 幂级数的性质 (297)

8.2.3 泰勒 (Taylor) 级数 (299)

8.2.4 函数展开成幂级数 (301)

习题 8.2 (304)

第 9 章 微分方程简介	(306)
9.1 微分方程的概念	(306)
9.2 一阶微分方程	(307)
9.2.1 变量可分离方程	(307)
9.2.2 一阶线性方程	(309)
习题 9.2	(312)
9.3 二阶线性常系数方程	(313)
9.3.1 二阶线性常系数齐次方程	(313)
9.3.2 二阶线性常系数非齐次方程	(315)
习题 9.3	(319)
习题答案	(320)

第 1 章 函数与极限

高等数学与初等数学的主要区别在于研究对象与研究方法的不同. 初等数学研究对象基本上是不变的量; 高等数学研究对象是以变量为主, 研究过程引入极限的概念. 客观世界的事物都在不断地发展变化着, 变化是绝对的, 不变是相对的, 变量的数学已成为各个领域的基本工具. 在研究变量之间关系时形成了函数的概念, 它是高等数学中最基本的概念之一. 极限是研究变量的一种基本方法. 本章将介绍函数、极限等概念, 并讨论它们的性质.

1.1 函 数

1.1.1 区间与邻域

在某一问题中能取不同数值的量叫**变量**, 始终保持同一数值的量叫**常量**. 习惯上常用字母 x, y, z, u, v 等表示变量; 用 a, b, c, d 等字母表示常量.

变量常在一定范围内取值, 这个范围可以用集合表示. 例如, 自然数集 N , 整数集 Z , 有理数集 Q , 实数集 R , $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $D = \{x | 2 < x < 4\}$ 等, 区间是用得较多的一类数集.

在中学曾学过数轴的概念, 设 a 和 b 都是实数, 且 $a < b$, 则数集

$$\{x | a < x < b\}$$

称为**开区间**, 记为 (a, b) , 即

$$(a, b) = \{x | a < x < b\}$$

数集 $\{x | a \leq x \leq b\}$ 称为**闭区间**, 记为 $[a, b]$, 即

$$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$$

数集 $\{x \mid a < x \leq b\}$ 与 $\{x \mid a \leq x < b\}$ 称为半开区间, 分别记为 $(a, b]$ 与 $[a, b)$, 即

$$(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}; [a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$$

上述诸区间称为有限区间, $b-a$ 称为区间长度, 如图 1.1 所示.

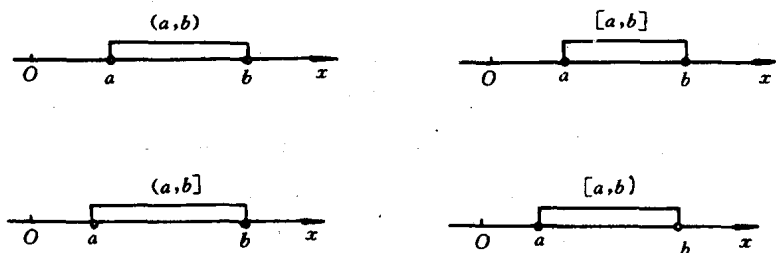


图 1.1

引进记号 $+\infty$ (读作正无穷大) 与 $-\infty$ (读作负无穷大), 规定:

$$[a, +\infty) = \{x \mid a \leq x\}$$

$$(-\infty, b] = \{x \mid x \leq b\}$$

$$(a, +\infty) = \{x \mid a < x\}$$

$$(-\infty, b) = \{x \mid x < b\}$$

上述区间都是无限区间 (如图 1.2 所示). 用集合

$$\{x \mid -\infty < x < +\infty\}$$

表示全体实数的集合, 记为 $(-\infty, +\infty)$, 即

$$(-\infty, +\infty) = \{x \mid -\infty < x < +\infty\}$$

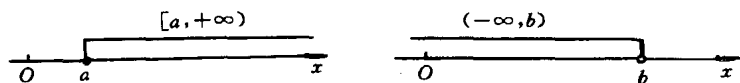


图 1.2

邻域是一个常用的概念, 设 a 与 δ 是两个实数, 且 $\delta > 0$, 数集

$$\{x \mid a-\delta < x < a+\delta\}$$

称为以 a 为中心、以 δ 为半径的邻域，简称为 a 的 δ 邻域。记为 $U(a, \delta)$ ，即

$$U(a, \delta) = \{x \mid a-\delta < x < a+\delta\}$$

a 的 δ 邻域也可记为

$$U(a, \delta) = \{x \mid |x-a| < \delta\}$$

集合 $\{x \mid 0 < |x-a| < \delta\}$ 称为 a 的去心 δ 邻域，记为 $U(\hat{a}, \delta)$ ，即

$$U(\hat{a}, \delta) = \{x \mid 0 < |x-a| < \delta\}$$

1.1.2 函数概念

在研究实际问题时，经常遇到两个相互依赖、相互联系的变化量。

例 1.1 半径为 r 的圆的面积 S 为

$$S = \pi r^2$$

给定一个 $r \in (0, +\infty)$ ，得到一个实数 S ，因此上式确定了两个实数 r 与 S 之间的一个对应。

例 1.2 自由落体运动中，物体下落的时间 t 与下落的路程 s 之间关系为

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

其中 g 为重力加速度。假设物体落地时刻为 T ，则在 $[0, T]$ 上，任给一个数值 t ，由上式可以确定一个 s ，从而建立了两个变量 t 与 s 的一个对应关系。

抛开例 1.1 与例 1.2 的几何意义与物理意义，它们的共同特点为：确定了两个变量之间的一个对应关系，由此可引出函数的定义。

定义 设 x 和 y 是两个变量， D 是一个数集。如果对于每一个数 $x \in D$ ，变量 y 按照某一法则总有确定的数值与其对应，则称 y

是 x 的函数, 记为 $y=f(x)$. 数集 D 称为函数的定义域, x 称为自变量, y 称为因变量. 对应关系 $f(\quad)$ 或 f 称为函数关系, 简称为函数.

当取定 $x_0 \in D$, 与 x_0 对应的 y 的数值称为函数在点 x_0 处的函数值, 记为 $f(x_0)$. 当 x 遍取 D 中的数值, 对应函数值组成的集合

$$W = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$$

称为函数的值域.

函数中对应关系常用 f, φ, F 等表示, 如 $y=f(x), y=\varphi(x), y=F(x)$. 如果点 x_0 处的函数值 $f(x_0)$ 存在(有限的, 确定的), 则称函数 $f(x)$ 在 x_0 处有定义, x_0 为 $f(x)$ 的定义域中一点. 因此函数 $f(x)$ 的定义域 D 就是使函数 $f(x)$ 有定义的点组成的集合. 例如, $y=\sqrt{1-x^2}$ 的定义域为 $[-1, 1]$; $y=\frac{1}{x}$ 的定义域为 $\{x \mid x \in R, x \neq 0\}$; $y=x^3$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$.

对于定义域中的每一个点 x , 只有唯一确定的函数值 y 与其对应, 则称 y 是 x 的单值函数. 常见的函数一般都是单值函数, 这里主要讨论单值函数. 但有时也会遇到多值的情况, 如反三角函数就是多值函数. 对这类函数, 通常把它分为单值分支来研究. 例如, 反余弦函数 $y=\text{Arc} \cos x$ 是多值函数, 如果限制在 $0 < y < \pi$ 上时, 就成为单值的, 这便得到一个单值分支, 称为主值分支, 记为 $y=\arccos x$. 其他多值函数也有类似的处理办法, 这里不再详述.

设函数 $y=f(x)$, 定义域为 D , 则给定一个 $x \in D$, 由 $y=f(x)$ 确定一个 y . 在平面直角坐标系中, 以 x 代表横坐标, 以 y 代表纵坐标, 得到 xoy 平面上一个点 (x, y) . 当 x 遍取 D 中的每一个点, 便得到 xoy 平面上的一个点集.

$$C = \{(x, y) \mid y = f(x), x \in D\}$$

点集 C 称为函数 $y=f(x)$ 的图形(图 1.3).

函数的表达方法常见的有表格法(对数函数表、三角函数表