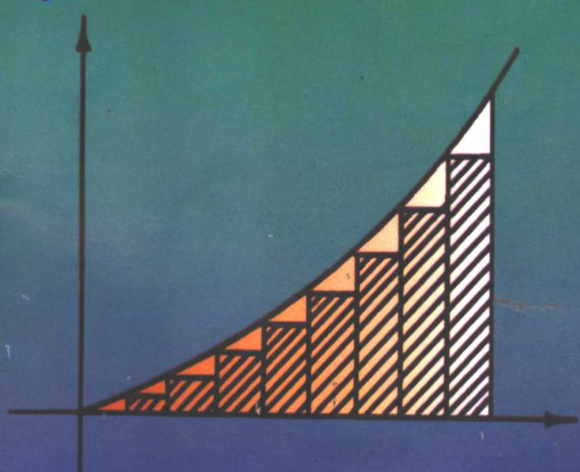
管理、会计、外贸、金融类专业试用

高等数学

王文涛　车向凯　主编

$$\int_a^b \mathrm{d}F(x) = F(b) - F(a)$$



NEUPRESS
东北大学出版社

管理、会计、外贸、金融类专业试用

高等数学

（第二版）

主　编　王文涛　车向凯
副主编　石素英　侯亚君
编　者　（以姓氏笔画为序）
陈　欣　杨胜芳
侯晓峰　高雷阜

东北大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

高等数学/王文涛，车向凯主编．—沈阳：东北大学出版社，1999.8

（管理、会计、外贸、金融类专业试用）

ISBN 7-81054-255-9

Ⅰ．高… Ⅱ．①王… ②车… Ⅲ．高等数学-教材 Ⅳ．O13

（沈阳・南湖 110006）

沈阳市新城子印刷厂印刷　　东北大学出版社发行

1999年8月第2版　　1999年8月第2次印刷

开本：850mm×1168mm 1/32　　印张：11

字数：283千字　　印数：2061～5060册

定价：19.80元

第二版前言

本书自1997年8月出版以来，作为文科经济类专业高等数学课程的试用教材，在辽宁省部分高等院校业已试用两年。从试用该书的高等院校及有关专家、教授和广大读者的反馈意见来看，普遍认为：该书取材合适，编排合理，概念准确，思路清晰，语言通俗，易于接受。既体现了文科、经济类学科对本门课程的基本要求，又兼顾了该学科的特点。特别是在内容的深度和广度及篇幅的设计上，适合该学科的特点。一些高等院校表示，希望继续使用该教材作为文科、经济类专业高等数学课程的教学用书. 为此，经研究，决定对该书修订再版。

本书第二版是在第一版内容框架的基础上，充分考虑了部分高等院校及有关专家的意见，对个别章节的内容作了适量修改，并对第一版中存在的校对疏漏做了认真订正。这里谨向广大读者致意。同时，冀望专家和读者对本书第二版中的不妥之处拨冗指正，以使之日臻完善。

作者　谨识

1999年7月

前　　言

在人才培养过程中，数学课程的作用是双重性的。首先，数学课程是培养学生科学素质与能力的重要途径，是对学生进行思维训练和科学思想的培养；其次，数学课程是学生学习后继课程以及从事科技活动的基础性工具，文科、经济类学科的学生也是如此。随着人类文明与科技进步，文理科相互渗透与交叉日趋明显，定量化思考重于定性化思考已成事实。评估、统计、信息等科学手段的形成与发展迫使文科、经济类学科需要一定的数学基础。国家教委已明确指出，要在文科、经济类学科中开设高等数学等课程。我们认真研究了现行文科、经济类学科高等数学教材，充分考虑该学科的特点，本着基础性、必要性和实用性的原则来组织本书的内容体系。通过本门课程的教学，使学生受到一定的数学思想和必要的数学理论与数学方法的训练，为学生学习后继课程（如线性代数、概率统计、运筹学等）打下必要的数学基础，也使学生了解数学中一些常用的处理问题的思想方法，增强文科、经济类学科学生的理性思维意识。

全书编写本着重概念、重思想方法和通俗、直观、形象、简明的原则，注重用实例引入数学概念，典型例题强化数学概念和方法，注重应用性内容的组织，特别是数学在经济、金融中的应用，而且注意内容的适度综合，深入浅出，易于接受。

本书由辽宁地区部分高等院校的多位数学教师集体讨论，分工编写，最后由两位主编王文涛、车向凯统纂书稿。具体分工为：石素英编写第 1 章，高雷阜编写第 2 章，侯亚君编写第 3 章，陈欣编写第 4 章，王文涛编写第 5 章，车向凯编写第 6 章，杨胜芳编写第 7 章，侯晓峰编写第 8，9 章。

由于作者水平所限，书中如有不妥之处，恳请读者批评指正。

作　者

1997 年 4 月于沈阳

目　录

第1章　函数与极限

高等数学与初等数学的主要区别在于研究对象与研究方法的不同. 初等数学研究对象基本上是不变的量；高等数学研究对象是以变量为主，研究过程引入极限的概念. 客观世界的事物都在不断地发展变化着，变化是绝对的，不变是相对的，变量的数学已成为各个领域的基本工具. 在研究变量之间关系时形成了函数的概念，它是高等数学中最基本的概念之一. 极限是研究变量的一种基本方法. 本章将介绍函数、极限等概念，并讨论它们的性质.

1.1　函　　数

1.1.1　区间与邻域

在某一问题中能取不同数值的量叫**变量**，始终保持同一数值的量叫**常量**. 习惯上常用字母 x，y，z，u，v 等表示变量；用 a，b，c，d 等字母表示常量.

变量常在一定范围内取值，这个范围可以用集合表示. 例如，自然数集 N，整数集 Z，有理数集 Q，实数集 R，$A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，$D=\{x|2<x<4\}$等，区间是用得较多的一类数集.

在中学曾学过数轴的概念，设 a 和 b 都是实数，且 $a<b$，则数集

$$\{x|\ a<x<b\}$$

称为**开区间**，记为(a, b)，即

$$(a, b)=\{x|\ a<x<b\}$$

数集$\{x|\ a\leqslant x\leqslant b\}$称为**闭区间**，记为$[a, b]$，即

$$[a, b]=\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$$

数集$\{x \mid a<x \leqslant b\}$与$\{x \mid a \leqslant x<b\}$称为**半开区间**，分别记为$(a, b]$与$[a, b)$，即

$$(a, b]=\{x \mid a<x \leqslant b\} ;\ [a, b)=\{x \mid a \leqslant x<b\}$$

上述诸区间称为有限区间，$b-a$ 称为区间长度，如图 1.1 所示.

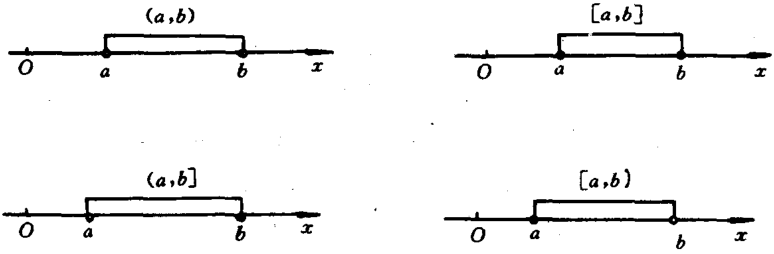


图 1.1

引进记号$+\infty$(读作正无穷大)与$-\infty$(读作负无穷大)，规定：

$$[a,+\infty)=\{x \mid a \leqslant x\}$$

$$(-\infty, b]=\{x \mid x \leqslant b\}$$

$$(a,+\infty)=\{x \mid a<x\}$$

$$(-\infty, b)=\{x \mid x<b\}$$

上述区间都是无限区间(如图 1.2 所示). 用集合

$$\{x \mid-\infty<x<+\infty\}$$

表示全体实数的集合，记为$(-\infty,+\infty)$，即

$$(-\infty,+\infty)=\{x \mid-\infty<x<+\infty\}$$

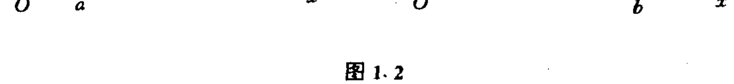


图 1.2

邻域是一个常用的概念，设 a 与 δ 是两个实数，且 $\delta>0$，数集

$$\{x \mid a-\delta<x<a+\delta\}$$

称为以 a 为中心、以 δ 为半径的**邻域**，简称为 a 的 δ 邻域. 记为 $U(a, \delta)$，即

$$U(a, \delta)=\{x \mid a-\delta<x<a+\delta\}$$

a 的 δ 邻域也可记为

$$U(a, \delta)=\{x \mid |x-a|<\delta\}$$

集合 $\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}$ 称为 a 的去心 δ 邻域，记为 $U(\hat{a}, \delta)$，即

$$U(\hat{a}, \delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}$$

1.1.2 函数概念

在研究实际问题时，经常遇到两个相互依赖、相互联系的变量.

例 1.1 半径为 r 的圆的面积 S 为

$$S=\pi r^2$$

给定一个 $r\in(0, +\infty)$，得到一个实数 S，因此上式确定了两个实数 r 与 S 之间的一个对应.

例 1.2 自由落体运动中，物体下落的时间 t 与下落的路程 s 之间关系为

$$s=\frac{1}{2}gt^2$$

其中 g 为重力加速度. 假设物体落地时刻为 T，则在 $[0, T]$ 上，任给一个数值 t，由上式可以确定一个 s，从而建立了两个变量 t 与 s 的一个对应关系.

抛开例 1.1 与例 1.2 的几何意义与物理意义，它们的共同特点为：确定了两个变量之间的一个对应关系，由此可引出函数的定义.

定义 设 x 和 y 是两个变量，D 是一个数集. 如果对于每一个数 $x\in D$，变量 y 按照某一法则总有确定的数值与其对应，则称 y

是 x 的函数，记为 $y=f(x)$. 数集 D 称为函数的**定义域**，x 称为**自变量**，y 称为**因变量**. 对应关系 $f(\quad)$ 或 f 称为函数关系，简称为**函数**.

当取定 $x_0\in D$，与 x_0 对应的 y 的数值称为函数在点 x_0 处的函数值，记为 $f(x_0)$. 当 x 遍取 D 中的数值，对应函数值组成的集合

$$W=\{y \mid y=f(x),\ x\in D\}$$

称为函数的值域.

函数中对应关系常用 f,φ,F 等表示，如 $y=f(x)$，$y=\varphi(x)$，$y=F(x)$. 如果点 x_0 处的函数值 $f(x_0)$ 存在（有限的，确定的），则称函数 $f(x)$ 在 x_0 处有定义，x_0 为 $f(x)$ 的定义域中一点. 因此函数 $f(x)$ 的定义域 D 就是使函数 $f(x)$ 有定义的点组成的集合. 例如，$y=\sqrt{1-x^2}$ 的定义域为 $[-1,\ 1]$；$y=\dfrac{1}{x}$ 的定义域为 $\{x \mid x\in R,\ x\neq 0\}$；$y=x^3$ 的定义域为 $(-\infty,\ +\infty)$.

对于定义域中的每一个点 x，只有唯一确定的函数值 y 与其对应，则称 y 是 x 的单值函数. 常见的函数一般都是单值函数，这里主要讨论单值函数. 但有时也会遇到多值的情况，如反三角函数就是多值函数. 对这类函数，通常把它分为单值分支来研究. 例如，反余弦函数 $y=\mathrm{Arc}\cos x$ 是多值函数，如果限制在 $0<y<\pi$ 上时，就成为单值的，这便得到一个单值分支，称为主值分支，记为 $y=\arccos x$. 其他多值函数也有类似的处理办法，这里不再详述.

设函数 $y=f(x)$，定义域为 D，则给定一个 $x\in D$，由 $y=f(x)$ 确定一个 y. 在平面直角坐标系中，以 x 代表横坐标，以 y 代表纵坐标，得到 xoy 平面上一个点 $(x,\ y)$. 当 x 遍取 D 中的每一个点，便得到 xoy 平面上的一个点集.

$$C=\{(x,\ y) \mid y=f(x),\ x\in D\}$$

点集 C 称为函数 $y=f(x)$ 的图形（图 1.3）.

函数的表达方法常见的有表格法（对数函数表、三角函数表