

2002年MBA联考辅导丛书

提高篇

MBA联考常考知识点 数学分册

胡显佑 严守权等 编著

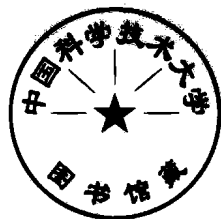
 中国人民大学出版社

2002 年 MBA 联考辅导丛书·提高篇

MBA 联考常考知识点

数学分册

胡显佑等 编著
严守权



中国人民大学出版社

MBA 联考常考知识点·数学分册/胡显佑等编著.
北京:中国人民大学出版社,2001
(2002 年 MBA 联考辅导丛书·提高篇)

ISBN 7-300-03821-2/G·810

I. M...

I. 胡...

Ⅱ. 高等数学-研究生-入学考试-自学参考资料

N. G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 036638 号

2002 年 MBA 联考辅导丛书·提高篇
MBA 联考常考知识点
数学分册
胡显佑 严守权等 编著

出版发行:中国人民大学出版社

(北京中关村大街 31 号 邮编 100080)

邮购部:62515351 门市部:62514148

总编室:62511242 出版部:62511239

E-mail:rendafx@public3.bta.net.cn

经 销:新华书店

印 刷:三河市实验小学印刷厂

开本 890×1240 毫米 1/32 印张:9.375

2001 年 7 月第 1 版 2001 年 7 月第 1 次印刷

字数:265 000

定价:15.00 元

(图书出现印装问题,本社负责调换)

2002 年 MBA 联考辅导丛书
编 委 会

杨文士	中国人民大学工商管理学院
马春光	对外经贸大学国际商学院
李培煊	北方交通大学管理科学院
韩伯棠	北京理工大学管理学院
孟林明	厦门大学工商管理学院

培养基本素质 提高应试能力

——2002 年人大版 MBA 联考辅导丛书出版说明

随着我国市场经济的快速发展和现代企业制度的逐步完善，MBA 这类专业人才越来越受到社会欢迎，报考 MBA 的热潮一浪高过一浪。2001 年，仅报考北大的考生就达 1 300 人，可见 MBA 联考竞争之激烈。对于广大考生来说，如何选择复习资料便成为一门学问；同时，作为辅导教材的编写者和出版者，研究 MBA 考试特点，研究 MBA 考生特点，编写出适合考生复习和提高了的辅导书，也是一项艰巨的工作。

有人说：MBA 是未来企业家的摇篮，因此，MBA 联考考场便成为遴选未来企业家的考场：如何选择那些具有企业家潜质的人一直是设计考试者的基本课题。MBA 联考不能仅考“背功”，而要更多地考查作为一个企业家的基本素质和基本能力。同时，由于 MBA 考生来自不同的工作岗位（要求有三年以上的工作经历），具有不同的专业背景，因此，对复习的要求也不尽相同。以上这些特点，也正是辅导教材编写者的基本出发点。

人大版 MBA 联考辅导丛书已经出版了五年，每一年我们都要根据大纲的变化、考题的变化、考生的变化修订教材，在考生中有很好的声誉。今年，我们更加深入地研究这些变化，制定了 2002 年修订方案。

首先，我们在原有教材的基础上，针对 2002 年考试大纲的变化和 2001 年 1 月考题的变化趋势进行修订。这部分教材作为整个 MBA 复习考试的“基础篇”出版。不论是管理、数学还是语文、

逻辑、英语，都侧重基本知识的介绍和练习，考生可以依据这套书系统学习相关课程；特别是那些存在相对薄弱科目的考生，如：那些本科学文、高等数学几乎从头学起，本科学理、逻辑语文相对较弱和本科从未接触过管理学的考生，更应首选这套书。“基础篇”将是考生系统复习的开始。这些书通俗易懂，简明扼要，并按章节进行循序渐进的练习。

在第一轮复习之后，我们今年将重点推出针对 MBA 常考知识点和命题思路编纂的辅导书——“提高篇”。这套书将分析各科的重点、难点，在前一阶段复习的基础之上，提高考生的应试能力和答题技巧。在考试中赢得高分是我们和考生的共同目标。

在以上两轮复习之后，我们还为考生设计了最后冲刺阶段的辅导资料——“冲刺篇”。数套模拟试卷，将使考生熟悉 MBA 考试，做好考前的心理准备，并发现自己的弱点和知识盲点，进一步巩固复习成果，同时进行提高做题速度的考前基本训练。

值得一提的是：对于 MBA 英语辅导书，我们也做了较大的调整。由于 MBA 考生逐步年轻化，英语水平不断提高，辅导书主要侧重于对 MBA 英语考试特点的分析，并针对这些特点进行强化训练。英语辅导书分为：《英语语法、词汇与综合填空分册》、《英语阅读分册》、《英语翻译与写作分册》。

总而言之，人大版 MBA 联考辅导丛书充分体现了培养考生基本素质、提高考生应试能力的宗旨，希望这套辅导丛书能成为广大考生的好帮手，使广大考生顺利赢得成为职业企业家的入场券。

前 言

本书是《工商管理硕士入学考试辅导数学分册》的续篇。考生在完成数学第一阶段复习后,对于大量的概念、定理和公式往往感到难以把握重点,综合解题能力仍较差。为帮助考生在第二阶段复习中迅速提高应试能力,掌握考试的重点,突破难点,提高综合分析能力,编者深入研究了近年来数学联考的命题规律和试题特点,分析了试题所涉及的考点分布和重点,并综合编者多年来从事 MBA 数学考前辅导的经验,编写了本书。

本书的特点是:

1. 以常考的题目类型为主线,将考试大纲规定的各知识点融汇串连,便于考生掌握重点。典型例题更重视基本概念、基本方法及其综合运用,有利于考生提高综合能力。

2. 在各类典型例题后均有小结,对如何运用基本概念、基本方法解题进行归纳、总结,有利于考生举一反三,提高应试能力。

3. 每章后均附有习题和参考答案,便于读者检验第二阶段复习的效果。

在使用本书时,建议读者对所举例题不要急于看解答,首先应自己独立思考、求解,再仔细阅读本书提供的解法,这样才能达到提高综合能力的目的。

在本书的编写过程中,中国人民大学出版社费小琳同志提出了许多有益的建议,给予了大力的支持。在此我们表示衷心的感谢,并诚请读者对本书的疏漏之处提出批评和建议。

编著者

2001 年 4 月

目 录

第一章 初等数学	1
§ 1.1 不等式与不等式组、绝对值	1
● 历年重要试题分析	1
● 重要题型分析	3
题目类型 1 不等式的性质	3
题目类型 2 二次不等式	4
题目类型 3 对数不等式与指数不等式	7
题目类型 4 绝对值及其不等式	8
§ 1.2 比与比例	10
● 历年重要试题分析	10
● 重要题型分析	12
题目类型 1 对同一量的比例变换	12
题目类型 2 复利问题	13
题目类型 3 局部之间、整体与局部之间数量增减与比例变换的转换关系问题	15
§ 1.3 排列与组合	18
● 历年重要试题分析	18
● 重要题型分析	20
题目类型 1 对复杂事件的分步和分类问题	20
题目类型 2 排列与组合问题	21
题目类型 3 二项式展开与通项	23
§ 1.4 方程及其解	25

● 历年重要试题分析	25
● 重要题型分析	28
题目类型 1 一元二次方程和韦达定理	28
题目类型 2 应用题:运动问题	30
题目类型 3 应用题:工作问题	32
题目类型 4 应用题:动态平衡问题	33
题目类型 5 应用题:数的组合问题	34
§ 1.5 等比数列与等差数列	36
● 历年重要试题分析	36
● 重要题型分析	38
题目类型 1 等差数列	38
题目类型 2 等比数列	40
● [习题及答案] 习题一	43
第二章 微积分	50
§ 2.1 函数、极限、连续	50
● 历年重要试题分析	50
● 重要题型分析	53
题目类型 1 函数的定义域和函数关系的 转换	53
题目类型 2 函数性质的讨论	55
题目类型 3 函数极限概念和极限收敛性	57
题目类型 4 极限的运算	60
题目类型 5 连续函数概念及其性质	63
§ 2.2 一元函数微分法	67
● 历年重要试题分析	67
● 重要题型分析	72
题目类型 1 导数的定义式与极限的转换	72
题目类型 2 导数存在性的讨论	74
题目类型 3 导数的运算	77
题目类型 4 函数性质的讨论	81
题目类型 5 函数恒等和不等式证明	86

题目类型 6	方程有几个解的讨论	89
题目类型 7	过已知点求已知函数曲线 的切线	91
§ 2.3	一元积分学	93
●	历年重要试题分析	93
●	重要题型分析	101
题目类型 1	原函数与不定积分概念 及其性质	101
题目类型 2	基本积分类型	103
题目类型 3	定积分和无穷积分	107
题目类型 4	定积分的应用	113
题目类型 5	变上限积分函数	116
§ 2.4	多元微分学	119
●	历年重要试题分析	119
●	重要题型分析	122
题目类型 1	多元函数的概念	122
题目类型 2	偏导数的计算	123
题目类型 3	全微分概念及其运算	128
题目类型 4	多元函数微分学的综合题	130
题目类型 5	极值、条件极值与最值	133
●	〔习题及答案〕 习题二	137
第三章	线性代数	146
§ 3.1	行列式	146
●	历年重要试题分析	146
●	重要题型分析	149
题目类型 1	行列式的计算	149
题目类型 2	矩阵的行列式	155
§ 3.2	矩阵	157
●	历年重要试题分析	157
●	重要题型分析	160
题目类型 1	矩阵的运算和性质	160

题目类型 2	初等矩阵与初等变换的 应用	162
题目类型 3	逆矩阵的计算和性质	165
题目类型 4	伴随矩阵的性质	169
题目类型 5	矩阵的秩及秩的性质	171
题目类型 6	求解矩阵方程	176
§ 3.3	向量	179
●	历年重要试题分析	179
●	重要题型分析	180
题目类型 1	将向量 β 用向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性表示	180
题目类型 2	判断向量组线性相关(无关)	182
题目类型 3	求向量组的极大无关组或秩	188
§ 3.4	线性方程组	191
●	历年重要试题分析	191
●	重要题型分析	195
题目类型 1	克莱姆法则的应用	195
题目类型 2	求齐次线性方程组的基础解系 和一般解	197
题目类型 3	非齐次线性方程组解的结构和 性质	200
●	[习题及答案] 习题三	206
第四章	概率论	213
§ 4.1	事件及其概率	213
●	历年重要试题分析	213
●	重要题型分析	215
题目类型 1	事件的表示和运算	215
题目类型 2	古典概型中的概率计算	217
题目类型 3	概率的基本性质与概率计算	220
§ 4.2	条件概率和几个重要的概率计算公式	222
●	历年重要试题分析	222

● 重要题型分析	228
题目类型 1 利用乘法公式计算概率	228
题目类型 2 事件独立性的概念和性质	232
题目类型 3 应用全概公式、贝叶斯公式计 算概率	235
题目类型 4 独立试验序列概型中的概率 计算	239
§ 4.3 随机变量及其分布	241
● 历年重要试题分析	241
● 重要题型分析	243
题目类型 1 随机变量概率分布(或密度函 数)的性质	243
题目类型 2 求离散型随机变量的分布律	246
题目类型 3 已知随机变量的概率密度(分 布律),求概率或分布函数	248
题目类型 4 已知随机变量 X 的分布函数 $F(x)$,求事件的概率或密度 函数(分布律)	252
题目类型 5 求随机变量函数的分布	254
题目类型 6 利用几种常用的分布求概率	256
题目类型 7 随机变量独立性的应用	260
题目类型 8 二维随机向量的概率分布	261
§ 4.4 随机变量的数字特征	265
● 历年重要试题分析	265
● 重要题型分析	267
题目类型 1 求随机变量的期望和方差	267
题目类型 2 常用分布的期望和方差	272
题目类型 3 求协方差和相关系数	274
题目类型 4 综合题	278
● [习题及答案] 习题四	283

第一章 初等数学

§ 1.1 不等式与不等式组、绝对值

● 历年重要试题分析

例 1 (1998 · I · 5)① 一元二次不等式 $3x^2 - 4ax + a^2 < 0$ ($a < 0$) 的解集是

(A) $\frac{a}{3} < x < a$ (B) $x > a$ 或 $x < \frac{a}{3}$ (C) $a < x < \frac{a}{3}$

(D) $x > \frac{a}{3}$ 或 $x < a$ (E) $a < x < 3a$

解 方法一 由 $3x^2 - 4ax + a^2 = 3(x-a)\left(x - \frac{a}{3}\right) < 0$

即有 $\begin{cases} x-a < 0 \\ x - \frac{a}{3} > 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-a > 0 \\ x - \frac{1}{3}a < 0 \end{cases}$

解得 $a < x < \frac{1}{3}a$

方法二 抛物线 $y = 3x^2 - 4ax + a^2$ 开口向上, 且与 x 轴交点为 $x=a$ 和 $x=\frac{1}{3}a$, 由直观知

$$a < x < \frac{a}{3}$$

所以本题应选(C).

① 本例(1998 · I · 5)中是指 1998 年 1 月 MBA 数学试题的第 5 题. 而例 2 中(2000 · I · 8)则指 2000 年 11 月在职攻读 MBA 数学试题的第 8 题. 本书其他各节均循此记法, 不再一一说明.

例 2 (2000 · II · 8) 已知 $-2x^2 + 5x + c \geq 0$ 的解为 $-\frac{1}{2} \leq x \leq 3$, 则 c 为

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) 3 (C) $-\frac{1}{3}$ (D) -3

解 抛物线 $y = -2x^2 + 5x + c$ 开口向下, 且交点为 $x = -\frac{1}{2}$, $x = 3$, 即知方程 $-2x^2 + 5x + c = 0$ 有解 $x = -\frac{1}{2}$ 和 $x = 3$, 由韦达定理, $-\frac{1}{2}c = -\frac{1}{2} \times 3$ 知 $c = 3$, 所以本题应选 (B).

例 3 (2001 · I · 8) 设 $0 < x < 1$, 则不等式 $\frac{3x^2 - 2}{x^2 - 1} > 1$ 的解是

- (A) $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{2}} < x < 1$
(C) $0 < x < \sqrt{\frac{2}{3}}$ (D) $\sqrt{\frac{2}{3}} < x < 1$

解 由 $0 < x < 1$, 知 $x^2 - 1 < 0$, 从而
 $3x^2 - 2 < x^2 - 1$, 即 $2x^2 < 1$

于是 $0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$, 所以本题应选 (A).

例 4 (1997 · I · 5) 若 $\sqrt{(a-60)^2} + |b+90| + (c-130)^{10} = 0$, 则 $a+b+c$ 的值是

- (A) 0 (B) 280 (C) 100
(D) -100 (E) 无法确定

解 由 $\sqrt{(a-60)^2} \geq 0$, $|b+90| \geq 0$, $(c-130)^{10} \geq 0$, 及方程知仅有 $a=60$, $b=-90$, $c=130$, 从而 $a+b+c=100$, 所以本题应选 (C).

评析 本节考查的重点是利用不等式的性质求解一元一次不等式或不等式组、一元二次不等式和绝对值不等式等相关的运算, 其中重点是一元二次不等式的求解. 不等式相关问题不仅直接出现在试题中, 而且是微积分运算过程中的基本技能之一, 应熟练掌握.

● 重要题型分析

题目类型 1 不等式的性质

例 1 下列结论成立的是

(A) 若 $a > c, c > d$, 则必有 $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$

(B) 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$

(C) 若 $a < b < 0$, 则 $a^3 < b^3$

(D) 若 $0 > a > b$, 则 $\frac{1}{b-a} > \frac{1}{b}$

解 由 $a < b < 0$, 有 $a^2 > b^2$, 并有

$$a^3 < ab^2 < b^3$$

所以本题应选(C), 本题也可由 $f(x) = x^3$ 单调性判断.

例 2 若 $a > b, \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则

(A) $a > 0 > b$

(B) $a > b > 0$

(C) $0 > a > b$

(D) $|a| > |b|$

解 由已知 $a - b > 0, \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} > 0$, 从而知 $ab < 0$, 即 a, b

异号, 于是必有 $a > 0 > b$, 故应取(A).

例 3 已知 $f(x) = ax + b$, 且 $-4 \leq f(1) < -1, -1 \leq f(3) \leq 3$, 则 $f(-2)$ 的取值范围是_____.

$$\begin{aligned} \text{解 由已知} \begin{cases} f(1) = a + b \\ f(3) = 3a + b \end{cases} & \quad \text{得} \quad \begin{aligned} a &= \frac{1}{2}[f(3) - f(1)] \\ b &= \frac{1}{2}[3f(1) - f(3)] \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(-2) &= -2a + b = -f(3) + f(1) + \frac{3}{2}f(1) - \frac{1}{2}f(3) \\ &= \frac{5}{2}f(1) - \frac{3}{2}f(3) \end{aligned}$$

$$\text{又 } -10 \leq \frac{5}{2}f(1) \leq -\frac{5}{2}, -\frac{9}{2} \leq -\frac{3}{2}f(3) \leq \frac{3}{2}$$

从而有 $-14.5 \leq f(-2) \leq -1$

例4 设 $a > b > 0, m > 0, n > 0$ 则 $\frac{b}{a}, \frac{a}{b}, \frac{b+m}{a+m}, \frac{a+n}{b+n}$, 按从大到小顺序, 从左到右排列为_____.

解 由已知 $\frac{a}{b} > 1 > \frac{b}{a}$, 又 $\frac{a+n}{b+n} \div \frac{a}{b} = \frac{ab+bn}{ab+an} < 1$,

知 $1 < \frac{a+n}{b+n} < \frac{a}{b}$, 同理也有 $1 > \frac{b+m}{a+m} > \frac{b}{a}$,

从而知 $\frac{a}{b} > \frac{a+n}{b+n} > 1 > \frac{b+m}{a+m} > \frac{b}{a}$

例5 若 $x \in (-\infty, +\infty)$, 则 $(1-|x|)(1+x) > 0$ 的充要条件是

(A) $|x| < 1$

(B) $x < -1$

(C) $|x| > 1$

(D) $x < -1$ 或 $-1 < x < 1$

解 不等式 $(1-|x|)(1+x) > 0$ 成立的充要条件是

$$\begin{cases} 1-|x| > 0 \\ 1+x > 0 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} 1-|x| < 0 \\ 1+x < 0 \end{cases}$$

即有 $|x| < 1$ 或 $x > -1$, 故本题应选(D).

小结 有关不等式性质的问题主要是关于不等式关系的转换过程的等价性. 若 $a > b$, 且 $c > d$, 则必有 $a+c > b+d, a-d > b-c$, 但反之不成立. 在作数乘时, 要注意乘数的符号, 若 $a > b, k > 0$, 则 $ka > kb$, 但反之未必成立. 作幂次运算时, 应注意底数是否介于 $(0, 1)$ 之间.

题目类型2 二次不等式

例1 不等式 $(x^2-2x-3)(x^2-4x+4) < 0$ 的解集是

(A) $x < -1$ 或 $x > 3$

(B) $-1 < x < 3$

(C) $-1 < x < 2$ 或 $2 < x < 3$

(D) $-1 < x < 3$ 或 $x = -2$

解 由 $x^2-4x+4 = (x-2)^2 > 0$ 知 $x^2-2x-3 < 0$

即 $(x-3)(x+1) < 0$, 从而得 $-1 < x < 3$,

本题应选(B).

例2 若不等式 $\sqrt{4x-x^2} > ax$ 的解集为 $0 < x \leq 4$, 则实数 a 的取值范围为

(A) $a \geq 0$ (B) $a < 4$ (C) $a < 0$ (D) $a \leq 0$

解 由 $4x - x^2 = x(4 - x) \geq 0$, 有 $0 \leq x \leq 4$,
因此当 $0 < x \leq 4$ 时要使不等式恒成立, 必有 $a < 0$,
所以本题应选(C).

例3 求解关于 x 的不等式 $ax^2 - (a+1)x + 1 < 0$.

解 (1) 当 $a = 0$ 时, 原不等式为 $-x + 1 < 0$,
得解 $x > 1$

(2) 当 $a \neq 0$ 时, 不等式变形为 $a\left(x - \frac{1}{a}\right)(x - 1) < 0$, 于是若 $a < 0$, 则 $\left(x - \frac{1}{a}\right)(x - 1) > 0$, 解得

$$x > 1 \text{ 或 } x < \frac{1}{a}$$

若 $a > 0$, 则 $\left(x - \frac{1}{a}\right)(x - 1) < 0$, 有解

$$0 < a < 1 \text{ 时, } 1 < x < \frac{1}{a}$$

$$1 < a \text{ 时, } \frac{1}{a} < x < 1$$

综上所述: 当 $a < 0$ 时, $x > 1$ 或 $x < \frac{1}{a}$

当 $a = 0$ 时, $x > 1$

当 $0 < a < 1$ 时, $1 < x < \frac{1}{a}$

当 $1 < a$ 时, $\frac{1}{a} < x < 1$

例4 已知不等式 $x^2 - 2x + a > 0$ 对任意实数 x 都成立, 求不等式 $a^{2x+1} < a^{x^2+2x-3} < 1$ 的解集.

解 因 $x^2 - 2x + a > 0$ 恒成立, 知 $(-2)^2 - 4a < 0$
即 $a > 1$. 于是有 $2x + 1 < x^2 + 2x - 3 < 0$, 即

$$\begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ (x+1)^2 < 4 \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} |x| > 2 \\ |x+1| < 2 \end{cases}$$

解得 $-3 < x < -2$