

边坡可靠性 分析

祝玉学 著

冶金工业出版社



中国科学院地质研究所
岩体工程地质力学开放实验研究室基金项目

边坡可靠性分析

祝玉学 著

冶金工业出版社

(京) 新登字036号

21172/56

内 容 提 要

这是边坡工程领域中有关可靠性分析的一部专著。本书系统地阐述了边坡可靠性概念、边坡可靠性分析的基本原理、统计数学基础和各种实用分析方法,包括蒙特卡洛模拟法、可靠指标法、统计矩法和随机有限元法。书中还附有大量的算例和工程实例。本书可供水利、电力、铁道、交通、农业、国防、煤炭、冶金等部门有关专业设计、研究和研究生教学参考。

边坡可靠性分析

祝玉学 著

*

冶金工业出版社出版发行

(北京北河沿大街嵩祝院北巷39号)

新华书店总店科技发行所经销

北京市大兴新魏印刷厂印刷



*

50×1168 1/32 印张 11.25 字数 294 千字

1993年 4 月第一版 1993年 4 月第一次印刷

印数00,001~1,300册

ISBN 7-5024-1096-1

TD·174 定价11.50元

前 言

传统上，一直以安全系数作为边坡工程稳定性的评价指标，然而，安全系数只是一个由确定的方法得到的一个定值，它未能考虑设计参数中任何内在的变异性，因而，某一特定的安全系数对于不同边坡工程未必具有同样的意义，它的大小并不能表征边坡的安全程度。实际上，安全系数值完全不是一个常数，而是一个由设计因素的变异性所决定的随机变量。进入60年代以来，可靠性理论引入岩土工程领域，特别是近十几年，岩土工程可靠性研究发表了许多研究成果，并逐步用于设计实践。时至70年代后期，边坡工程界开始接受不确定性的概念，构造随机模型，采用可靠指标和破坏概率来评价边坡的安全度。评价理论、评价方法和评价指标的更始，正是边坡工程技术取得飞跃性进展的重要标志。

边坡工程具有很强的综合性，大多数边坡工程都存在着不确定性。从这个意义上讲，更适合用可靠性理论和方法来研究和解决实际边坡工程问题，且当今作为工程设计的基本观点，可靠性工程已经完全成熟。但实际上，它在边坡工程领域中却发展很慢，这主要是因为边坡岩体结构和环境因素比较复杂，研究和计算可靠度将遇到许多难题，如影响可靠度的基本变量的归纳与分析，数学模型的建立，设计破坏标准的规定，等等。同时，人们往往惯用定势思维方式，过多地信赖几十年发展起来的观察法，总认为对自己过去所用的传统方法有经验，有把握，而对新的方法则抱有某种回避、顾虑、抵触情绪；甚至认为可靠性理论在数学上太难，不会在复杂的边坡工程实践中取得突破性进展。边坡工程可靠性研究还需要走过一段艰难的里程。尽管如此，在世界范围内，可靠性在众多工程领域应用中已为边坡可靠性研究打下

了坚实的基础，而且正在开展有关的各种课题的研究，前景是非常令人鼓舞的。

《边坡可靠性分析》一书是作者在十几年边坡可靠性分析方法研究的基础上总结写成的，是从可靠性设计的角度阐述边坡工程评价和设计问题的一部著作。类似这样专门性著作目前尚未看到，它或许是边坡工程领域中最早的成果之一。这本书的主旋律是工程应用，作者是把十几年的实践应用赋予《边坡可靠性分析》，同时也殷切希望《边坡可靠性分析》能应用于工程实践。

本书共分6章。第1章是边坡可靠性分析的基本原理，旨在说明定数概念与风险概念的差异，进而理解传统的安全系数法向可靠性设计发展的必然性。边坡可靠性分析的基本物理根据是边坡岩体性态的不确定性，而引伸结果的不确定性则是基于干涉理论和极限状态方程求解边坡的可靠度或破坏概率；第2章是输入概率模型的选择，边坡岩体性态的不确定性是以随机模型表征并输入到可靠性分析模型中的。这里只介绍边坡可靠性分析所必需的概率论、数理统计知识，不强调数学上的系统性和推导过程的严密性，只为了减少读者再去翻阅其它有关专门参考书籍之劳，且尽可能地列举基本变量的统计实例，以供参考；第3章至第6章分别叙述边坡可靠性分析的4种方法。第3章是蒙特卡洛模拟法，这是理论比较成熟、精度比较高的一种数值计算方法，由于其模型和程序简单，且不受状态变量分布类型以及变量间关系的限制，所以得到广泛应用。本章系统地介绍蒙特卡洛模拟的一般形式和随机变量的随机抽样方法，讨论了减小试验方差的方法的模拟结果的可信度；第4章是可靠指标法，包括中心点法和验算点法。在由 n 个基本状态变量组成的 n 维状态空间，极限状态曲面至原点的最短距离定义为可靠指标 β ，以此作为边坡安全度的评价指标。本章重点介绍非正态变量和相关变量的处理；第5章是统计矩法，介绍Rosenblueth统计矩法的基本原理和分析方法；第6章是随机有限元法，亦称随机数值模拟法，这是基于有限元原理求计边坡可靠指标和破坏概率的最新方法。本章阐述有

限元法与可靠指标法相耦合的两种方法，即有限元法与中心点法藕合的线性一次逼近法，以及有限元法与验算点法藕合的迭代验算法。为了便于理解各种方法的实用性，各章均附有工程分析实例。

任何一种分析方法都不可能是万能的唯一的排它方法，边坡可靠性分析方法只是所有安全度问题的一种方法，是传统的确定性方法的发展和补充，更何况这种分析方法还刚刚走向实际工程应用阶段，还有许许多多的课题需要进行专门性的深入研究，而距方法的臻善阶段，还有很大距离，还需要我们付出更艰辛的努力。

应当再次指出，本书是根据十几年与合作研究人员共同研究的成果写成的，决不是作者个人的成果。这其中，马鞍山矿山研究院张绪珍高级工程师作了卓有成效的开拓性研究工作，鲁兆明、臧秀平、沈大用工程师作了大量的程序编制和计算分析工作，在此谨表衷心感谢。同时，对中国科学院地质研究所所长王恩敬教授、岩体工程地质力学开放试验室许兵教授为本书出版予以的支持和帮助深表谢意。

祝玉学

1990年12月28日

目 录

1 边坡可靠性分析的基本原理	1
1.1 概述	1
1.1.1 边坡工程质量指标	1
1.1.2 定数概念的安全性表达	2
1.1.3 风险概念的可靠度表达	8
1.1.4 边坡可靠性研究的进展及其分析方法	11
1.2 变化性与不确定性	16
1.2.1 基本概念	16
1.2.2 不确定性的类型	21
1.2.3 不确定性的描述	25
1.3 边坡可靠性概念	25
1.3.1 可靠性定义	26
1.3.2 可靠性尺度	27
1.3.3 极限状态与极限状态方程	28
1.3.4 干涉理论与破坏概率	31
1.3.5 可靠指标与安全系数	40
1.4 设计可靠度的确定	50
1.4.1 确定设计可靠度的方法	51
1.4.2 建筑结构设计可靠指标	52
1.4.3 岩土工程设计可靠指标的零星意见	54
1.4.4 几个应用实例	56
2 输入概率模型的选择	61
2.1 概述	61
2.2 可靠性分析常用的概率分布	63
2.2.1 连续概率分布	63
2.2.2 离散概率分布	76

2.2.3	经验概率分布	81
2.3	分布类型的选择	87
2.3.1	点估计法	88
2.3.2	直方图法	99
2.3.3	概率图法	92
2.4	参数估计	106
2.4.1	点估计方法	107
2.4.2	区间估计方法	114
2.5	随机变量分布的检验	122
2.5.1	χ^2 检验	122
2.5.2	K-S检验	129
3	蒙特卡洛模拟法	136
3.1	概述	136
3.2	蒙特卡洛法的一般形式及模拟步骤	139
3.2.1	一般形式	139
3.2.2	模拟步骤	140
3.2.3	误差估计与模拟次数	143
3.3	均匀分布随机数的产生方法	147
3.3.1	均匀分布随机数的性质	147
3.3.2	均匀分布随机数的产生	148
3.3.3	均匀分布随机数的检验	152
3.4	非均匀分布随机变量的抽样方法	160
3.4.1	连续随机变量的抽样	161
3.4.2	离散随机变量的抽样	177
3.5	减小试验方差的方法	179
3.5.1	对偶变数法	179
3.5.2	相关抽样法	181
3.6	模拟结果的可信度估计	182
3.7	实例分析	189
3.7.1	美国双峰铜矿	189
3.7.2	澳大利亚新南威尔士和昆士兰煤矿排土场	197
3.7.3	尖山露天铁矿	204

4	可靠指标法	218
4.1	概述	218
4.2	中心点法	222
4.3	验算点法	233
4.3.1	两个正态分布的变量	233
4.3.2	多个正态分布的变量	236
4.3.3	多个非正态分布的变量	250
4.3.4	相关变量的处理	254
4.4	实例分析	265
4.4.1	极限状态方程的建立与可靠指标的求解	265
4.4.2	状态函数求导	268
4.4.3	危险破坏面的优化求解方法	269
4.4.4	计算结果分析	274
5	统计矩法	280
5.1	统计矩法的基本公式	280
5.2	实例分析	284
5.2.1	路堑土坡	284
5.2.2	永平铜矿西北排土场	286
5.2.3	德兴铜矿南山采场第 I 设计区边坡	292
6	随机有限元法	295
6.1	概述	295
6.2	有限元法的基础	297
6.3	线性一次逼近法	304
6.3.1	线性一次逼近理论	304
6.3.2	各向同性边坡体的局部破坏概率	308
6.3.3	有一定方向不连续面边坡体的局部破坏概率	313
6.3.4	确定破坏面边坡体的总体破坏概率	317
6.3.5	算例	318
6.4	迭代验算法	326
6.4.1	基于有限元的可靠指标计算公式	326
6.4.2	基于随机有限元原理的可靠指标计算方法	330
6.4.3	实例分析	335

附表 1 标准正态分布表 $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-x}^x \exp\left(-\frac{1}{2}\xi^2\right) d\xi$	340
附表 2 χ^2 分布的 $(1-\alpha)$ 百分位值	344
参考文献	345

1 边坡可靠性分析的基本原理

1.1 概 述

1.1.1 边坡工程质量指标

边坡工程质量即工程效果,表明特定边坡的设计目标或功能,在边坡形成和使用过程中,其技术经济指标实际所达到的水平。它是设计(决策)质量(Q)、施工(形成)效能(I)和管理(控制)水平(C)的三元函数,其表达式为

$$E=f(Q,I,C) \quad (1-1)$$

式中, E 为边坡工程效果。为了获得良好的边坡工程效果,在现代工程管理中,比较突出地强调最优化设计、最优化施工和最优化管理三位一体的设计思想和管理方法。

边坡工程质量是以边坡工程性能指标为判别基准的。边坡工程质量指标即边坡工程性能指标有三:一是安全性,二是实用性,三是时效性。

边坡安全就是消除由于边坡破坏造成生命财产的损失。边坡安全性是指边坡工程在形成和使用过程中,在正常工作环境和预计条件作用下,保持总体边坡稳定的能力。对于临时边坡,即永久性边坡形成之前的中期边坡,例如露天采矿场的推进阶段边坡、对于长边坡,例如采矿场的台阶边坡、路堑边坡、水渠堤坡等,可能存在甚或难免发生某些局部边坡变形或破坏,但按质量指标的要求,亦应最大限度地满足安全的定义,即最大限度地减小损失。安全性涉及到国家财产、人民生命和社会影响等问题,是边坡工程的重要性能指标,因此,必须予以特别注意。

任何边坡都是从属性工程,都相对独立地服务于采矿、交通、水利、建筑等特定工程。实用性是指在预计条件下,边坡满足特

定工程使用要求的能力。例如露天矿边坡，有时，尽管边坡岩体工程地质力学条件可能形成较陡的安全边坡，而由于矿体的赋存形态或采矿工艺要求却须设计成较缓的边坡。当然，亦有时出于使用的考虑，须对性能不良的边坡岩体进行人工加固、排渗等，从而构造实用的较陡边坡。满足主体工程的实用性是边坡使用价值的量度。因此，从工程经济和环境工程角度说，也应当是合理的。

时效性是特定的主体工程在其工程寿命期限内，边坡在正常形成和使用条件下，不致因边坡岩体性能随时间迁移而出现不可接受的破坏概率的能力。对于这一性能，在当前只能通过施工控制、生产管理和变形监测来实现。特别是大型露天矿边坡，边坡要在几十年的开采过程中形成，不可能准确地预知深部边坡岩体的工程地质条件，因此，还不能通过可靠的数学模型进行定量处理。目前最好的方法还是采用动态可靠性分析方法，亦称滚动预测方法，即始终在当前最新信息的基础上，进行边坡可靠性设计和预测，直至完成使用期。

一个边坡具有安全、实用和时效性能，人们就认为它存在可靠性。因此，可将安全性、实用性和时效性合称为可靠性。可靠性是在一定条件下实现的，其定义为：在规定的条件下和规定的时间内，完成预定功能的能力。

综上所述，边坡可靠性是评价和衡量边坡工程质量的综合性指标。从这个意义上可以说，提高边坡可靠性与提高边坡工程质量具有同样的含义。因此，在广泛的边坡工程设计、施工和使用中，深入地分析、评价边坡的可靠性，成为边坡工程实践的必需。

1.1.2 定数概念的安全性表达

在边坡工程评价、设计和建设中，安全性始终是最根本、最重要的指标。由于构成边坡的岩土工程性质、分析模型的抽象、设计参数的假定以及未来边坡的工作环境变化，都包含有许许多多的不确定因素，而工程技术人员不可能在设计时或施工中完全

确定地预知这些不确定因素可能造成的后果。因此，必须在工程中采取一些方法处理不确定性。传统的边坡评价方法，是把不确定性概括成一个认为可以弥补与实际状态之间差别的集总系数，即安全系数 F_s ，用以作为评价指标，表达边坡的安全性。

经过长期的工程实践，安全系数法本身不断得以发展，并积累了丰富的使用经验。目前，在各种不同的假定下，提出许多分析方法，诸如Fellenius法、Bishop法、Janbu法、Morgenstern-Price法、Spencer法、Sarma法，等等。但应指出，各种分析方法的计算安全系数的真确性，只能在各自假设的模型内等效，并不与实际模型等效。因而，在各种边坡工程计算中，都隐含地承认安全系数本身带有某种不确定的事实，所以才拟定出各自的可接受安全系数标准，即规定取用 $F_s > 1$ 的某一设计使用阈值。然而，如何认识安全系数与安全系数法的概念，如何评价安全系数对建设费用和工程效益的具体影响，采用多大的设计安全系数最适宜，这往往成为工程设计之关键性问题。据目前各方面报告看，计算的安全系数有很宽的可接受范围，不仅各国之间不同，同一国家不同工程系统也不同，就是同一系统的知名专家之间，他们的意见也可能存在很大差异。这反映了工程实践中确定安全系数精确含义的困难。下面，我们简要地讨论一下有关安全系数法的基本假定和安全概念。

1.1.2.1 破坏面的概念

在所有的极限平衡分析方法中，都必须假定一个简单形状的破坏面，因此，构成破坏面的构造不连续面形式或剪切阻力最小路径的概念成为这一假定的依据。而且，是把这个面看作一个假想的、把潜在破坏体分成两个刚性体的面，一般不涉及假定破坏面上、下每点的应力分布，也不必使潜在破坏体内每点都满足应力平衡方程。可以认为，极限平衡方法关注的是主破坏面。然而，一般在潜在破坏体内仍可能有其他破坏面，就是说，抗剪阻力有可能沿主破坏面和其他破坏面一起被调动，很多大型滑坡的实际观察也证明，破坏面一般是一个大的剪切带，很少为单一的破坏

面。所以，惯例把破坏面定义为：描述不稳定范围的外部界限面。这种假定与实际差异，必然给稳定性评价带来风险。

边坡分析是根据不同的假定破坏面的形状选择相应的分析方法，而不同的分析方法可能产生不同的、理论上安全系数最小的破坏面，亦称最危险破坏面，通常是通过对若干假定破坏面的反复试算确定的。即使是由一个或几个确定的不连续面、或软弱层、或古滑动面构成的破坏面，在其通过的部分可以大致定位，但仍需试算，因为完整的潜在破坏面很少，很难预先确知，在这种情况下，只是可以减少试算的次数。对于均质边坡，如土质边坡、随机方向裂隙极发育的软岩边坡或蚀变岩体边坡，可以认为其性质不受构造不连续面性态的控制。为简化起见，通常假定椭圆形、圆弧形或对数螺旋形等近似破坏面。其实不尽然。所以说，安全系数计算结果都是在给定参数下对应假定破坏面形式的安全系数。这样，在实际应用中，根据边坡岩体的结构和构造特征，确定具体的任意形状的破坏面，可能比用圆弧形破坏面去近似更好。同时还应说明，用假定的连续延伸的破坏面去近似本来不连续的破坏面，也是不精确的。

这里，必须明确指出，破坏面的假定是所有边坡稳定性分析方法的基础，无论是安全系数法，还是可靠性分析法，甚或随机数值模拟法，都不可避免地要确定这个不确定的破坏面，只是确定的方法不同而已。然而，不管采用哪种处理方法，决定性的因素是所建立的边坡工程地质模型的正确性，如果对工程场地的地质条件和可能的破坏模式缺乏深入的了解，那么，无论采用多么精确的分析方法，所计算的安全系数或破坏概率都可能没有什么实际意义。

1.1.2.2 分析方法的选择

各种不同的分析方法，由于建立模型所考虑的材料性质、边界约束条件、以及力学假定的不同，而各自都有一定的适用范围，计算结果必然存在很大差异，就是同一工程，采用同样的计算参数，选用几种似适合的计算方法，其计算的安全系数数值的大

小也不相同，可能相差30%，由此就可能得出完全不同的工程结论。Whitman和Bailey曾对4种不同类型的边坡，分别采用3种不同计算方法进行对比研究，对比结果如表1-1所示。很显然，Fellenius法过低估计安全系数，偏于保守和安全，可能造成工程的不经济，而Bishop法和M-P法有比较精确解，计算结果的差异也相对较小。

鉴于分析方法对计算安全系数 F_s 值有如此重大影响，故可以认为，所采用的设计安全系数值在一定程度上依据所采用的分析方法而定，就是说，对于不同的分析方法，应采用不同的设计安全系数值。比如，若选择Fellenius法，设计安全系数取 $F_s = 1.15$ ，若选择Bishop法，则取 $F_s = 1.20$ 。然而，这样的设计结果，从定量上讲，它们可能具有相同的安全度。而且，目前，这样的决定只能且完全凭工程技术人员的经验。这种经验决定，往往会完全抵毁了精确方法对简化方法的优点和差异。

表 1-1 不同分析方法求得的安全系数值的对比

实 例	安 全 系 数 F_s		
	Fellenius 法	简化Bishop法	Morgenstern-Price法 ^①
1. 均质土，无孔隙水压	1.49	1.61	1.58~1.62
2. 有机淤泥上坝体长期稳定性，三种不同土	1.09	1.33	1.24~1.26
3. 同2，坝体临时稳定性	0.66	0.7~0.82 ^②	0.73~0.78
4. 有粘结力土的斜心墙支撑的堆石水下边坡	1.14 ^③	2.00	2.01~2.03
	1.84		

① 第1个值相对于全容重和有孔隙压力，第2个值相应于水下容重。这表明，在特殊条件下，使用Fellenius法有困难；

② 由于坡脚附近条块基面处确定剪切力困难；

③ 选择具有条块间力的假定。

1.1.2.3 输入参数的变化性

边坡稳定性分析的目的是为了评价在假定破坏机理、破坏面和边坡几何形状下相应破坏模式的安全系数。然而，由于用于

计算的参数如抗剪强度、地下水压分布、构成破坏面的不连续面的产状要素、容重等具有很大的变化性和不确定性，而安全系数计算所使用的参数值不可能代表该参数的真值。因为，计算参数的选取通常是基于研究期间所能够作的现场测定和试验室试验结果，暂且不讨论试验结果本身能否反映参数的总体特征，就取用值而言，也不反映试验结果的变化性。客观地质体的任何性质都不存在唯一的确定值，都具有一定的随机性。人为地、经验地确定计算参数值，不但失去了精确试验和测定计算参数值的必要性，而且也不可能非常有把握地计算出工程的真实的安全系数值。

数据的变化性和各种误差都强烈地影响安全系数的计算结果。下面举一简单例子即可说明参数值的影响程度。

有一散体干边坡，其粘聚力 $c=0$ ，摩擦角为 ϕ ，对于指定的边坡角 α ，边坡的安全系数可定义为：

$$F_s = \frac{\tan\phi}{\tan\alpha} \quad (1-2)$$

安全系数的均值为

$$\overline{F_s} = \left[\frac{1}{\tan\alpha} \right] \overline{\tan\phi} \quad (1-3)$$

而安全系数的方差 $Var[F_s]$ 正比于摩擦系数 $\tan\phi$ 的方差 $Var[\tan\phi]$ ：

$$Var[F_s] = \left[\frac{1}{\tan\alpha} \right]^2 Var[\tan\phi] \quad (1-4)$$

如果将式(1-4)开平方，并除以式(1-3)，则可得

$$\delta_{F_s} = \delta_{\tan\phi} \quad (1-5)$$

即安全系数的变异系数等于摩擦系数的变异系数。计算参数的离散程度对安全系数真确度的控制作用可见一斑。

1.1.2.4 边坡体内变形程度的判断

在潜在滑体稳定性评价和加固工程设计中，可能涉及到许多不确定因素，其中一个很重要因素就是对边坡岩体内变形程度的

判断。我们来分析一个平面破坏边坡的加固例子。设潜在滑体的抗滑力为 R ，滑动力为 S ，通过岩石锚索施加的外力为 P ，力 P 与潜在破坏面法线间夹角为 θ 。如果把锚固力 $P\sin\theta$ 视作减小滑动力，则有定义

$$F_s = \frac{R}{S - P\sin\theta} \quad (1-6)$$

如果把锚固力 $P\sin\theta$ 视作增大抗滑力，则有定义

$$F_s = \frac{R + P\sin\theta}{S} \quad (1-7)$$

两个定义，从物理意义上讲都是合理的，但却会得出两个不同的安全系数值，它们之间差别的大小取决于 P 值相对于 R 和 S 值的大小。反过来讲，如果给定一个所要求的 F_s 值，用式(1-6)和式(1-7)所预计的力 P 也不同，其差别随着 F_s 值的增大而增大。应当说，在 P 为主动力的场合，在潜在滑体发生移动之前，锚索受拉，采用式(1-6)是正确的，但如果 P 是由非受拉锚索施加的力，则采用式(1-7)较为合适。因为在移动发生之后，岩石锚索只能产生抗滑力。然而，在实际工程应用中，往往并不知道岩体位移阶段，这就有可能使锚固力计算方法选取的随意性给工程实践带来偏差和风险。

1.1.2.5 安全性的含义

传统的分析方法，试图以安全系数值综合地反映各个参数和所采用分析方法的不确定的岩体状态；反映具体边坡对主体工程（如采矿工程、水利工程、道路工程等）的重要性。安全系数虽是欲以数值表示安全度指标，但并不是定量表示安全性的尺度。在实际应用中，较高的安全系数意味更安全，但并不表明安全多少。不能认为采用安全系数 $F_s = 1.20$ ，就可以得到120%的安全， $F_s = 2.2$ 的边坡为 $F_s = 1.1$ 的边坡的安全程度的2倍。而确定设计安全系数值，往往凭借工程技术人员的设计经验和工程判断的能力，并没有通用的或广为接受的准则。这样，难免带有一定程度的随意性和人为因素，甚至主观臆断成分。显而易见，不