北京市高等学校教育
教学改革试点项目

大学数学（一）

李国辉 主编

科学出版社

内 容 简 介

本书是中国农业大学教学改革后的数学教材之一，主要包括极限、导数概念，积分及其应用，微分方程，矩阵运算，二次型，解析几何，多元函数微分，二重积分，三重积分等内容．每章附有习题，书末有答案．本书的特点是比较注重代数、几何和分析的相互融合与统一，体现了现代数学的精神．

本书适合于农林类大学生做基础教材．

图书在版编目(CIP)数据

大学数学(一)/李国辉主编．-北京：科学出版社，1999

(高等院校选用教材系列)

ISBN 7-03-007619-2

Ⅰ．大… Ⅱ．李… Ⅲ．高等数学-高等学校-教材 Ⅳ．O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 20337 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码：100717

中国科学院印刷厂 印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1999年8月第 一 版 开本：787×960 1/16

1999年8月第一次印刷 印张：17 1/2

印数：1—5 100 字数：373 000

定价：25.50 元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈环伟〉)

《中国农业大学基础课系列教材》编辑委员会

序

我国的高等教育正在进入一个迅速发展的时期，我们要在扩大办学规模，提高办学效益的同时，加快教育教学改革的步伐，培养高质量的人才。

近年来，我校坚持以研究促教改，通过采取立项研究的方式，调动了广大教师投身教学改革的积极性，将转变教师的教育思想观念与教学内容、教学方法改革紧密结合起来，取得了实效。这次推出的农科主要基础课系列教材，就是基础课教师长期钻研课程体系和教学内容的重要成果。他们从转变教育思想入手，站在面向21世纪科技、社会发展趋势的高度，对农科主要基础课的教学内容进行“精选”、“重组”和“拓宽”，将现代科学理论的观点和方法引入基础课，强调学生思维能力等综合素质的培养。

与我校过去编写的基础课教材相比，这套教材以“整体优化”和“内容更新”为出发点，强化了基础课在传授基础知识、培养基本能力和提高综合素质方面的作用，它的出版，将对提高农科主要基础课的教学质量做出贡献。

在科学出版社的大力支持下，我校组织编写了农科类大学生适用的《大学基础物理》、《大学数学》、《大学数学(续)》、《应用概率统计》、《基础化学Ⅰ》、《基础化学Ⅱ》、《基础化学Ⅰ实验》、《生物化学》、《植物生物学》、《动物生物学》、《植物生理学》、《微生物生物学》、《动物生理学》、《普通遗传学》等14种教材。建设农科主要基础课系列教材的设想也得到了北京市教委的重视和支持，列入了北京市教育教学改革试点项目。

当前，以“统编教材”或“规划教材”为核心的教材建设机制面临转变，这套教材是我校加强自身教材建设的一次尝试，目的是以教材建设来推动学校基础课教学内容和课程体系的整体改革。

江树人

江树人

前　言

数学是各科自然科学的基础,从而也是国民经济的基础.高等农业院校必须重视数学教学改革.建国以来,我国高等农业院校已经历了两次数学教育内容改革.第一次是在 50 年代末,在农科类各专业中,普遍开设 90 学时的高等数学课,当时所用的教材内容与 50 年代莫斯科大学地理系所用的高等数学相近.第二次是在 80 年代初,由北京农业大学主持,制定了农科类各专业高等数学、线性代数、概率论与数理统计的共计 180 学时的教学大纲.大多数高等农业院校的农科类各专业都参照大纲开设了这三门基础数学课,开展了教学方法和教学手段的研究.这些内容基本上承袭了前苏联在 20 世纪 50 年代形成的体系,具有系统性和推理性太强,应用背景弱,与计算机的联系太少等缺点.

我们将进入 21 世纪,高等教育面临着世界范围的科学技术革命和社会主义市场经济体制建立所带来的巨大冲击与挑战,我们只有冲破传统的教育观念,建立新的培养模式,培养一大批具有开拓精神和创造能力的复合型人才,才能迎接各种冲击与挑战.在这跨越世纪的教育改革浪潮中,作为教学改革研究成果,我们编写了这套农业院校《大学数学系列教材》.本套教材以启迪数学思维,增强几何想象,丰富数学方法为主,减弱了数学解题技巧的训练,淡化和省略了某些理论的推导过程.整套教材无论从体系结构上,还是内容处理上,都与传统教材有不同程度的改变.

《大学数学》是我们向国庆 50 周年的献礼,也是这套教材中改革力度最大的一本.它在体系上一改过去分析、代数、几何各成一体的结构,努力将它们有机地结合在一起,并尽可能避免内容的重复,在一元微积分后先介绍线性代数,再讲空间解析几何,然后进入多元微积分.这样不仅能给出线性代数中某些内容的几何意义,而且可以在解析几何及多元微积分中直接应用线性代数中的结果,内容处理上简捷明了.

在内容编排上,一元微积分是重点,书中介绍得比较详尽.学生通过基本概念的建立和基本运算的训练,理解、掌握一元微积分的核心思想及应用方法.而线性代数、空间解析几何和多元微积分则以概念和方法为主,目的是在较短的课程学习中介绍更多的内容和手段,为学习后续课程打好基础.讲授本教材全部内容需要 90～120 学时.

这本教材是中国农业大学数学教材改革的尝试,1998 年在本校试用,教师和学生反映较好.本教材中一元微积分由刘文芝编写,微分方程由苏时光编写,矩阵部分由介跃建编写,其它部分由李国辉编写.由于时间短促,书中肯定还会存在不妥之处,敬请专家和广大读者提出意见,以便进一步改进.

目　　录

第一章　函数的极限与连续

第一节　函　　数

函数概念是微积分中最基本的概念之一.函数是微积分的研究对象,是客观世界中变量之间依从关系的反映.读者在中学已经学过一些有关函数的知识,我们将在初等数学的基础上对函数作进一步讨论.

一、常量与变量

当我们研究或观察某种自然现象或技术过程时,经常会遇到各种不同的量.例如:在物理学中有重量、温度、力、速度等;在化学中有原子量、分子量、溶解度、克分子浓度等;在几何中有长度、面积、体积等.其中有些量在所研究的过程中保持不变,这种量叫做常量.另外有些量在这个过程中可取得各种不同的数值,这种量叫做变量.

例如,某物体自某一高度自由下落时,物体的质量保持不变,是常量;物体与地面的距离以及物体的下落速度都在变化,是变量.

又例如,在圆的半径增长的过程中,圆的直径、圆的周长、圆的面积都是变量.而圆的周长与其直径之比却是一个常量(数 π).

值得注意的是,我们说一个量是常量或变量,都是指在某一确定的现象或过程中来说的.同一个量在某种情况下可以看成是常量,而在另一种情况下又可能是变量.例如,半径为 r 的圆,半径保持不变,在沿着一条平面直线滚动的过程中,圆的面积 πr^2 是一个常量;在圆心固定,半径增大的过程中,圆的面积就变成一个变量了.

在高等数学中,为研究问题方便,有时把常量看成是取同一个值的变量,即把常量当作一种特殊形式的变量来看待.

常量一般用字母 a、b、c 等表示,而变量用字母 x、y、z 等表示.

因为变量 x 的每一个值都是一个数,因而可以用数轴上的一个点来表示.如果一个量是常量,则用数轴上的一个定点 a 来表示;如果一个量是变量,则用数轴上的动点 x 来表示.

二、区间与邻域

一个变量能取到的全部数值组成的集合,叫做这个变量的变化范围(或变域).在高等数学中所遇到的变域往往是一个区间.假定 a、b 为两个已知实数,且 $a<b$,

则一切适合不等式 $a \leqslant x \leqslant b$ 的实数 x 的集合，叫做一个闭区间，记为 $[a,b]$，a、b 称为区间的端点；一切适合不等式 $a<x<b$ 的实数 x 的集合，叫做一个开区间，记为 (a,b). 类似地可以定义半开区间 $(a,b]$、$[a,b)$ 以及无限区间 $[a,+\infty)$、$(a,+\infty)$、$(-\infty,b]$、$(-\infty,b)$、$(-\infty,+\infty)$ 等. 各种区间的几何意义是很明显的. 例如闭区间 $[a,b]$ 代表数轴上点 a 与点 b 之间的一个线段，端点 a 和 b 包括在内；而半开区间 $(a,b]$ 则是上述线段去掉左端点后的线段.

设 a 与 $\delta(\delta>0)$ 是两个实数，则满足不等式

$$|x-a|<\delta$$

的全体实数叫做点 a 的 δ 邻域，点 a 为该领域的中心，δ 为邻域的半径. 由于上述绝对值不等式等价于

$$a-\delta<x<a+\delta$$

因此，满足不等式 $|x-a|<\delta$ 的全体实数就是开区间 $(a-\delta,a+\delta)$. 点 a 的 δ 邻域可以用以 a 为中心，长度为 2δ 的开区间 $(a-\delta,a+\delta)$ 表示.

三、函数概念

一切事物都在运动和发展之中. 当我们考察某个自然现象或生产过程时，往往会遇到多个变量. 各个变量之间也不是彼此孤立的，它们之间相互联系相互依赖，并且具有一定的规律. 在高等数学里讨论的主要是两个变量之间的一种确定的依赖关系，即所谓函数关系. 下面通过几个实例来加以说明.

例 1　圆的面积 S 与圆的半径 r 互相联系着，它们有如下的关系式

$$S=\pi r^2$$

每给定一个半径（半径 r 可以在区间 $(0,+\infty)$ 内任意取值）就确定一个圆面积，即圆面积的大小随着圆半径的变化而变化.

例 2　物体在空中自由下落时，如果忽略空气阻力不计，则落体所经过的路程 s 将随着时间 t 的变化而变化，其关系式是

$$s=\frac{1}{2}gt^2$$

其中重力加速度 $g=9.8\mathrm{m/s^2}$. 假定物体开始下落的时刻为 $t=0$，物体着地的时刻为 $t=t_0$，则当 t 在闭区间 $[0,t_0]$ 上任意取定一个数值时，上式就可以确定 s 的相应数值. 如表 1.1.

表 1.1

时间 t(s)	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	……
路程 s(m)	0	1.255	4.9	11.025	19.6	30.625	44.1	……

在直角坐标系中，画出 s 和 t 的对应关系的图形是一条如图 1-1 所示的曲线.

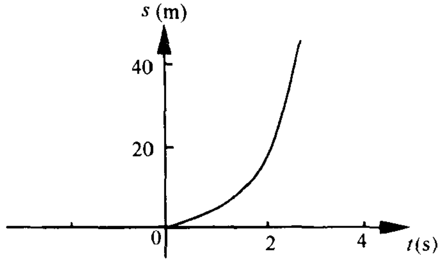

图 1-1

例 3 铁路上包裹的运费决定于里程与重量，当里程固定时，运费 y 将随着包裹重量 w 的变化而变化. 例如假设当包裹重量不超过 50kg 时，每公斤运费为 0.5 元；超过 50kg 时，超过部分每公斤运费为 0.8 元. 此时包裹重量 w 与运费 y 之间的依从关系可表示为

$$y=\begin{cases}0.5w & 0<w\leqslant 50\\ 50\times 0.5+(w-50)\times 0.8 & w>50\end{cases}$$

这里包裹重量 w 与运费 y 之间的依从关系不可能用一个解析式子表示，但对于任意 $w>0$，均有唯一确定的 y 与之对应. 与前面例子不同的只是当 ω 在不同范围内取值时，对应关系不一样.

从上述三个例子我们看到，在某一特定过程中，有关变量之间是互相联系互相制约的. 这种量与量之间的相互关系，反映在数学中就是函数关系. 下面给出函数的定义.

定义 设 x 与 y 是同一变化过程中的两个变量. 如果变量 x 在它的变域 D 内所取的每一个值，按照一定的规律，变量 y 有唯一确定的值与之对应. 我们就说变量 y 是定义在变域 D 上的变量 x 的函数，记作 $y=f(x)$. 这时变量 x 称为自变量，y 称为因变量. 自变量的变域称为定义域. 因变量的取值范围(即 y 的变域)称为函数的值域. 如果 x_0 是函数 $y=f(x)$在定义域 D 中的一个值，就称函数 $y=f(x)$在点 x_0 有定义. 函数在点 x_0 的对应值叫做函数在该点的函数值，记作 $f(x_0)$.

关于函数定义，说明以下几点：

(1) 我们这里所讲的函数是指单值函数，也就是说，每一个 x 值只能对应变量 y 的一个值.

(2) 我们所研究的量 x 与 y 都在实数范围内变化，超出了实数范围就认为是没有意义的.

(3) 由函数定义可知，要确定一个函数，必须知道函数的定义域和自变量与因变量之间的对应法则，这就是说，定义域和对应法则是确定函数的两个要素. 对于两个函数，只有当它们的定义域和对应法则都相同时，它们才是相同的.

(4) 常数 A 可以看作是变量 x 的函数. 即不论变量 x 取什么值，变量 y 永远取值 A，可写为 $y=A$.

(5) 将一列按某种规律排列的有序数 $x_1,x_2,\cdots,x_n,\cdots$记作$\{x_n\}$，叫做数列. 数列$\{x_n\}$可以看作定义在全体正整数上的函数，记作 $x_n=f(n)$.

(6) 通常一个函数都可以用坐标平面上的曲线表示出来. 以自变量的数值为横坐标、因变量的相应值为纵坐标的点描出的轨迹，称为函数的图形. 这种图形能够醒目地表达出变量之间的函数关系.

(7) 在高等数学中，通常用一个数学表达式来表示函数关系. 例 1 中 S 与 r 的函数关系用数学式子 $S=\pi r^2$ 来描述. 例 2 中 s 与 t 的函数关系用数学式子 $s=\frac{1}{2}gt^2$来描述等. 但是并非所有函数关系均可由一个数学式子表示. 如例 3 中 y 与 w 的函数关系分别用两个不同的数学式子来表达(这类函数称为分段函数). 而有的函数甚至无法用数学式子来表达.

四、函数的几种特性

1. 函数的有界性

设函数 $f(x)$在定义域 D 内有定义，若存在正数 M，对于任一 $x\in D$，均有

$$|f(x)|\leqslant M$$

成立，则称函数 $f(x)$在区间 D 内有界. 若这样的 M 不存在，就称函数 $f(x)$在区间 D 内无界.

若函数 $f(x)$在 D 内有界，则称 $f(x)$在 D 内为有界函数.

例如函数 $y=\sin x$，对于$(-\infty,+\infty)$内的任一 x，都有$|\sin x|\leqslant 1$ 成立. 这里取 $M=1$(当然也可以取大于 1 的任何数作为 M，而$|\sin x|\leqslant M$ 成立). 所以 $y=\sin x$ 在$(-\infty,+\infty)$内有界. 而函数 $y=\frac{1}{x}$在$(1,2)$内有界，但在$(0,1)$内无界.

2. 函数的单调性

设函数在 D 内有定义，如果对于 D 内任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$，则称 $f(x)$在 D 内是单调增加的；如果当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$，则称 $f(x)$在 D 内是单调减少的. 单调增函数与单调减函数统称为单调函数.

例如函数 $y=x^2$ 在区间$(-\infty,+\infty)$内不是单调函数，但在区间$(-\infty,0)$内单调减少；在区间$(0,+\infty)$内单调增加.

又例如 $y=x^3$ 在$(-\infty,+\infty)$内单调增加，它是一个单调函数.

3. 函数的奇偶性

如果函数 $y=f(x)$，对于定义域内任一 x，均有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$为奇函数. 奇函数的图形关于原点对称.

如果函数 $y=f(x)$对于定义域内任一 x，均有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$为偶

函数.偶函数的图形关于 y 轴对称.

例如 $f(x)=x^3$ 是奇函数,因为

$$f(-x)=(-x)^3=-x^3=-f(x)$$

又例如 $f(x)=x^2$ 是偶函数,因为

$$f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$$

函数 $y=\sin x$、$y=\frac{1}{x}$ 为奇函数.函数 $y=\cos x$、$y=\sqrt{1-x^2}$ 为偶函数.函数 $y=\sin x+\cos x$、$y=x^2(1-x)$ 既非奇函数,又非偶函数.

4. **函数的周期性**

对于函数 $y=f(x)$,如果存在一个不为零的常数 L,使得对于定义域 D 内的任何 x 值恒满足

$$f(x+L)=f(x)$$

则称函数 $f(x)$ 为周期函数.称 L 为 $f(x)$ 的一个周期,显然当 L 为函数 $f(x)$ 的一个周期时,$\pm 2L$、$\pm 3L$、$\pm 4L$、… 也都是 $f(x)$ 的周期,通常我们所说的周期函数的周期是指最小正周期.

例如,函数 $y=\sin x$、$y=\cos x$ 是以 2π 为周期的周期函数.$y=\tan x$、$y=\cot x$ 是以 π 为周期的周期函数.

对于周期函数,只要知道它在长度为 L 的任一区间 $[a,a+L]$ 上的图形.再将所作图形按周期重复下去,就可得到该函数的全部图形.

五、反函数

设有相互依赖的两个变量 x 和 y,在建立它们的函数关系时,可以根据研究的需要选取 x 为自变量,y 作为因变量,得一函数关系

$$y=f(x)$$

我们假定它的定义域是 D,值域是 M.但是,有时根据需要,希望改用 y 作为自变量,而把 x 看作因变量.如果对于 y 在 M 中的每个值,均可唯一确定出 x 在 D 中的一个值,那么按照前述函数定义,x 就是 y 的一个函数,记作

$$x=g(y)$$

这时 y 是自变量,x 是因变量,定义域为 M,值域为 D,函数 $x=g(y)$ 叫做函数 $y=f(x)$ 的反函数.而 $f(x)$ 叫做直接函数.习惯上我们总是把自变量记作 x,因变量记作 y,所以常常把 x、y 对调.这样 $y=f(x)$ 的反函数就可以改写为

$$y=g(x) \qquad (x\in M)$$

$y=f(x)$的反函数也可以记成 $y=f^{-1}(x)$.

反函数有以下几个性质：

(1) 函数 $y=f(x)$与其反函数 $y=f^{-1}(x)$互为反函数.

(2) $y=f(x)$与 $y=f^{-1}(x)$的定义域与值域对调.

(3) $y=f(x)$与 $y=f^{-1}(x)$的图像关于直线 $y=x$ 对称.

(4) 若 $y=f(x)$单值单调,则其反函数 $y=f^{-1}(x)$也单值单调.

(5) $f[f^{-1}(x)]=x$ 及 $f^{-1}[f(x)]=x$.

六、基本初等函数

我们在实际问题中最常见的函数就是所谓的基本初等函数,它们是常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数. 这些函数在中学的数学课程中已经学过,这里简要地复习一下它们的定义域与图形,对于这些函数的其它一些性质,建议读者回忆.

(1) 常数函数

$$y=C$$

这是所有函数中最简单的一类,对于任何 x,它始终取同一个值. 定义域是$(-\infty,+\infty)$,图形为平行于 x 轴且 y 轴上截距为 C 的直线.

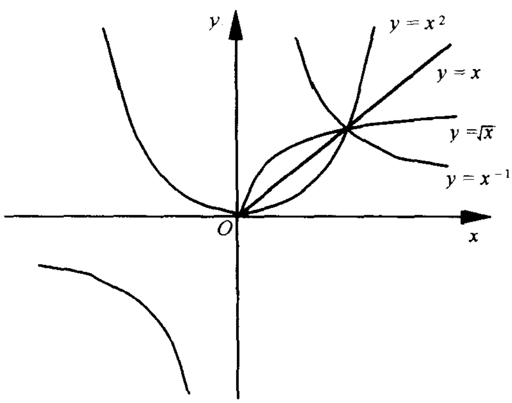

图 1-2

(2) 幂函数

$y=x^{\mu}$(μ 为任一给定的实数)

它的定义域与 μ 有关. 例如 $\mu=2$ 时,定义域为$(-\infty,+\infty)$. $\mu=\frac{1}{2}$时,定义域为$[0,+\infty)$;$\mu=-1$ 时,定义域为$(-\infty,0)$与$(0,+\infty)$. 然而不论 μ 取何值,$y=x^{\mu}$ 在区间$(0,+\infty)$内总有定义. 当 μ 分别取 $1,2,\frac{1}{2},-1$ 时的图形见图 1-2.

(3) 指数函数

$y=a^{x}$(常数 $a>0,a\neq1$)

这一类函数的定义域为$(-\infty,+\infty)$,图形见图 1-3.

在科学技术中常用以 e 为底的指数,其中 e=2.71828…是一个无理数.

(4) 对数函数

$y=\log x_{a}$　　(常数 $a>0,a\neq1$)

这一类函数的定义域是$(0,+\infty)$,图形见图 1-4. $a=10$ 时,$y=\log x_{10}$简记为 y

$=\lg x$，叫做常用对数函数；$a=\mathrm{e}$ 时 $y=\log_e x$，简记为 $y=\ln x$，叫做自然对数函数.

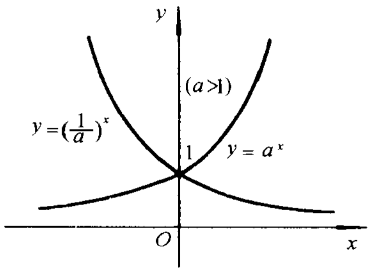

图 1-3

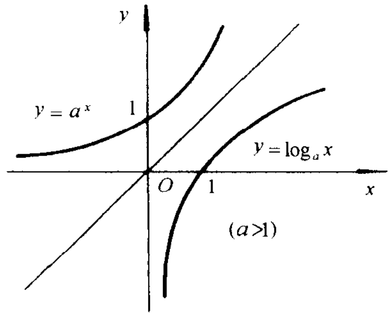

图 1-4

(5) 三角函数

常用的三角函数有正弦函数 $y=\sin x$（图 1-5），余弦函数 $y=\cos x$（图 1-6），正切函数 $y=\tan x$（图 1-7）及余切函数 $y=\cot x$（图 1-8）等.

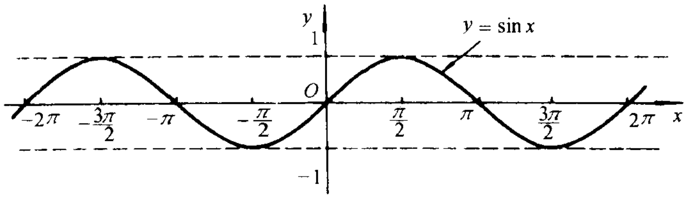

图 1-5

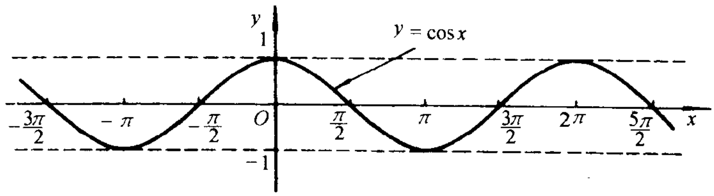

图 1-6

$y=\sin x$ 与 $y=\cos x$ 的定义域是 $(-\infty,+\infty)$，值域为 $[-1,1]$，周期为 2π. $y=\tan x$ 与 $y=\cot x$ 的定义域分别是 $x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$ 与 $x\neq k\pi$（k 是整数），值域为 $(-\infty,+\infty)$，周期都是 π. $\sin x$、$\tan x$、$\cot x$ 都是奇函数，$\cos x$ 为偶函数.

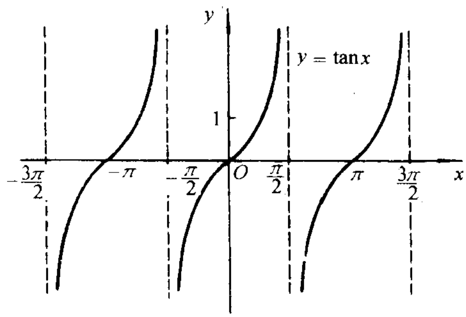

图 1-7

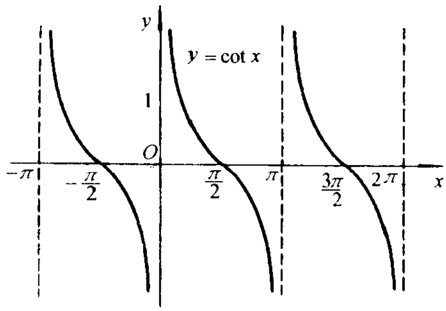

图 1-8

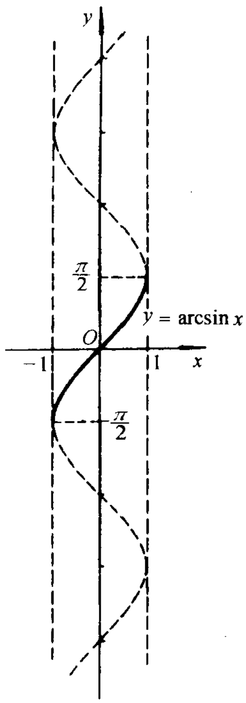

图 1-9

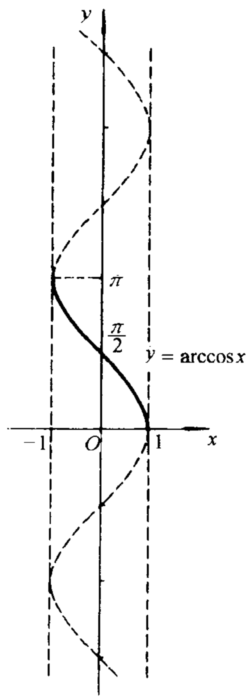

图 1-10

另外，正割函数 $y=\sec x=\dfrac{1}{\cos x}$，余割函数 $y=\csc x=\dfrac{1}{\sin x}$有时也要用到.

(6) 反三角函数

因为三角函数是周期函数，它们的反函数都是多值函数，分别为反正弦函数 $\arcsin x$（图 1-9）、反余弦函数 $\arccos x$（图 1-10）、反正切函数 $\arctan x$（图 1-11）、反余切函数$\mathrm{arccot}\,x$（图 1-12）等. 在本书中只考虑它们的主值函数.

$\arcsin x$ 的定义域为$[-1,1]$,值域为$[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$,是单调增函数.

$\arccos x$ 的定义域为$[-1,1]$,值域为$[0,\pi]$,是单调减函数.

$\arctan x$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,值域为$(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$,是单调增函数.

$\mathrm{arccot}\,x$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,值域为$(0,\pi)$,是单调减函数.

反三角函数的奇偶性与三角函数相同.

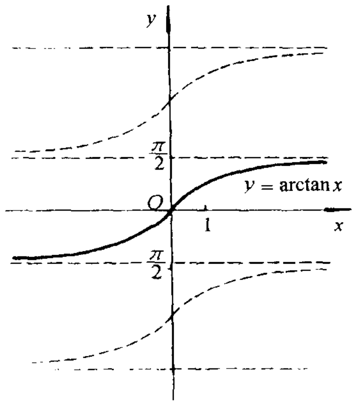

图 1-11

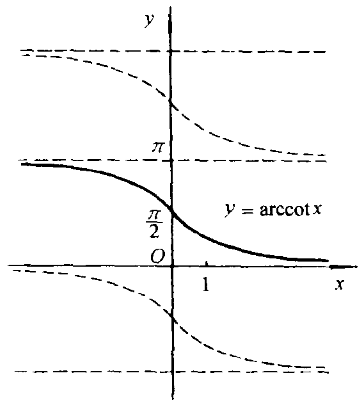

图 1-12

七、复合函数

在数学以及其它自然科学中,除了遇到基本初等函数外,还经常遇到由基本初等函数作为“元素”,经过一定的运算后构成的函数,这类函数称为复合函数. 让我们先看一例.

例 设有质量为 m 的物体,以初速度 v_0 铅直向上抛出,求物体的动能 E 和时间 t 的函数关系.

解 由物理学知动能 E 是速度 v 的函数,即

$$E=\frac{1}{2}mv^2$$

而速度 v 又是时间 t 的函数,其关系式为

$$v=v_0-gt$$

于是物体的动能 E 就成了时间 t 的函数,即

$$E=\frac{1}{2}m(v_0-gt)^2$$

这里的动能 E 通过 v 而成为时间 t 的函数. 其中 t 是自变量,v 叫做中间变量.

这样的函数 E 叫做自变量 t 的复合函数. 或称为自变量 t 的函数的函数.

定义　设 y 是 u 的函数,即 $y=f(u)$. 而 u 又是 x 的函数,即 $u=\varphi(x)$. 且 $\varphi(x)$ 的值域的全部或部分在 $f(u)$ 的定义域内. 那么,y 通过 u 而得到的 x 的函数

$$y=f(u)=f[\varphi(x)]$$

叫做 x 的复合函数. x 是自变量,u 叫做中间变量.

复合函数的中间变量可以不止一个. 有的复合函数可由两个或更多个中间变量复合而成的. 例如,设 $y=\sqrt{u}$,$u=\ln v$,$v=\cos x$,则

$$y=\sqrt{\ln\cos x}$$

是经过两个中间变量 u 和 v 复合而成的.

八、初等函数

初等函数是由一个式子表示的函数,这个式子是由基本初等函数经过有限次四则运算以及有限次的函数复合步骤而构成的,例如

$$y=\sin^2x+\cos^3x,\ y=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$$

$$y=\arctan\sqrt{1-x^2},\ y=x\tan\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$$

在初等函数的定义中,明确指出是用一个式子表示的函数,如果一个函数必须用几个式子表示(如分段函数),它就不是初等函数,例如

$$y=\begin{cases}x & 0<x<1\\ 2 & x=1\\ 2-x & 1<x\leqslant 2\end{cases}$$

就不是初等函数,而称为非初等函数,在高等数学中所讨论的函数绝大多数都是初等函数.

第二节　极限概念

一、数列的极限

极限概念是高等数学中的一个重要概念,微积分的一些基本概念以及微积分的一些运算与性质的论证都需要用到极限. 要想学好高等数学,首先要过好极限关. 要掌握好极限的概念、运算及基本性质.

高等数学主要研究的是函数的极限,数列的极限只是函数极限的一种特殊情况. 数列的极限在中学数学课中已经学习过,本节只对数列的极限作一个简要的回顾. 掌握好数列极限的概念,有助于对函数极限概念的理解与掌握.