

统计

数值分析

〔日〕 近藤次郎 高桥磐郎 著
出居 茂 小柳芳雄

科学数学丛书

5

习题集

工科数学丛书之五

统 计 数 值 分 析

(习 题 集)

〔日〕 近藤次郎 高桥磐郎 著
出居 茂 小柳芳雄

关颖男 潘德惠 译

赵惠元 熊民旦 校

辽 宁 人 民 出 版 社

1981年·沈阳

内 容 提 要

这本《统计、数值分析习题集》主要内容是：概率论基础、样本、回归分析、方差分析与试验设计、函数计算、线性计算等方面的例题、类题、习题和解答。适于高等学校作为这部分课程的辅助教材，可供理工院校师生以及有关人员学习与参考。

工科数学丛书之五

统计 数值分析

(习题集)

〔日〕 近藤次郎 高桥馨郎 著
出居 茂 小柳芳雄
关颖男 潘德惠 译
赵惠元 熊民旦 校

辽宁人民出版社出版

(沈阳市南京街6段1里2号)

辽宁省新华书店发行

沈阳新华印刷厂印刷

开本：850×1168 1/32 印张：8 3/8

字数：218,000 印数：1—10,200

1981年5月第1版 1981年5月第1次印刷

统一书号：7090·100 定价：1.15元

译者的话

这套丛书译自日本庆应大学教授田岛一郎和东京大学名誉教授近藤次郎主编的《工科の数学》。全书共分五册：《微分、积分》《线性代数、向量分析》《微分方程、付里叶分析》《复变函数》和《统计、数值分析》。该丛书逻辑清晰，结构严谨，取材广泛，内容新颖；每册编有相应的习题集，并与基础部分紧密结合。该书当前在日本国内各工科大学已被广为采用，并深受读者欢迎。

为适应我国工科院校广大师生与有关人员学习需要，特将此书全部译出。由于水平有限，误译之处在所难免，恳切地希望读者提出批评，指正。

参加本丛书翻译的有：王运达、潘德惠、刘俊山、于溶波、傅文章、关颖男等同志。总校：赵惠元教授和熊民旦同志。在翻译过程中，党恺谦和田永成同志作了部分工作，在此，谨致谢意。

一九八〇年五月

目 录

第一章 概率论基础	1
1.1 样本空间·事件	1
1.2 概率	10
1.3 随机变数	27
习题 1	43
第二章 样本	49
2.1 抽样	49
2.2 统计量及其分布	55
2.3 估计	65
2.4 假设检验	78
习题 2	84
第三章 回归分析	94
3.1 多维分布与相关系数	94
3.2 回归直线	106
3.3 多元回归·偏相关系数·复相关系数	109
3.4 相关系数的检验	117
3.5 最小二乘法·正交多项式	121
习题 3	128
第四章 方差分析与试验设计	137
4.1 一种方式分组的方差分析	137
4.2 两种方式分组的方差分析	143

4.3	拉丁方方法	153
4.4	正交设计	160
	习题 4	168
第五章	函数计算	178
5.1	插值法	178
5.2	数值积分·数值微分	182
5.3	函数逼近	192
5.4	多项式计算法	201
	习题 5	207
第六章	线性计算	214
6.1	线性计算	214
6.2	线性规划法	227
6.3	交换计算	245
6.4	特征值及特征向量	251
	习题 6	265
索 引		274

第一章 概率论基础

1.1 样本空间·事件

要点

1° 事件 某个试验所有可能发生的结果记为 E_1, E_2, \dots, E_n 时, 样本空间 S 就是

$$S = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$$

S 的子集叫作事件.

S 的元素也叫 S 的点.

S 也有时由无穷多个点构成.

一个试验的样本空间, 有种种表示方法, 因此 S 不是唯一确定的.

2° 事件的运算 设 A, B, C 等是事件, 它们之间的运算规定如下.

事件的和: $A \cup B$ 或者事件 A 或者事件 B 发生的事件 (也包含 A 与 B 同时发生的情形).

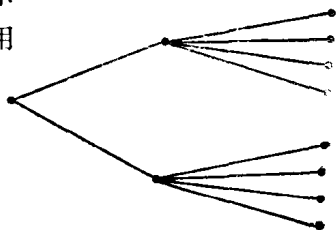
事件的积: $A \cap B$ 事件 A 与事件 B 同时发生的事件.

事件的非: A^c 事件 A 未发生的事件. (A^c 也叫 A 的余事件).

3° 不相容事件 事件 A 与 B 不能同时发生时, 称 A 与 B 不相容, 记为 $A \cap B = \phi$. ϕ 叫空事件.

4° 样本空间的分枝图示

指将样本空间分成几个阶段用分枝来图示 (图1·1).



5° 事件间运算的公式

关于事件的和, 积, 非,

有以下 8 个公式.

图 1·1

$$(1) A \cup B = B \cup A$$

$$(2) (A^c)^c = A$$

$$(3) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$(4) A \cap B = (A^c \cup B^c)^c \text{ 或由 (2) 有 } (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$$(5) A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$(6) A \cap A^c = \phi$$

$$(7) A \cap S = A$$

$$(8) A \cup \phi = A$$

这些公式之外, 还加上以下 7 个公式.

$$(9) A \cap B = B \cap A$$

$$(10) A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

$$(11) A \cup B = (A^c \cap B^c)^c \text{ 或由 (2) 有 } (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$(12) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$(13) A \cup A^c = S$$

$$(14) A \cup S = S$$

$$(15) A \cap \phi = \phi$$

(9) ~ (15) 与前边 8 个公式配成以下几对:

(1) 与 (9), (3) 与 (10), (4) 与 (11),

(5) 与 (12), 每一对中将前一公式中的 \cup , \cap 分别换成 \cap , \cup 即得后一公式.

例題1·1·1 写出掷两枚日本硬币(100圆与50圆)的试验的

样本空间。

【解】令正面为 H ，背面为 T 。按100圆，50圆的顺序写成
 $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

也可如图1·2与图1·3那样作图示。

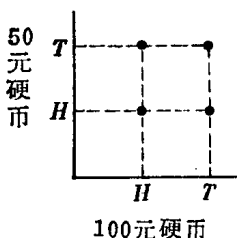


图 1·2

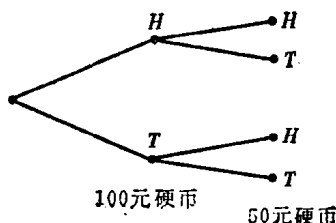


图 1·3

其次，如只着眼于 H 的个数时，则有 $S = \{0, 1, 2\}$ ，只看两枚硬币出现相同面（事件 A ），还是不同的面（事件 D ）时，则为 $S = \{A, D\}$ 。

例题 1·1·2 在有 3 个孩子的家庭中，孩子们的性别的样本空间。

【解】用 B 表示男孩， G 表示女孩。按年龄从大到小来排列时，得到

$S = \{BBB, BBG, BGB, GBB, BGG, GBG, GGB, GGG, \}$

也可用图1·4来表示。

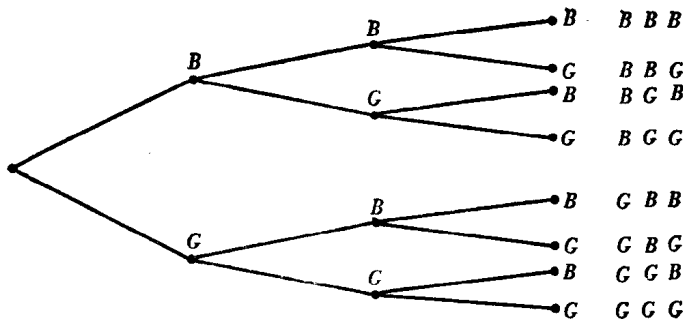


图 1·4

如只考虑孩子中男(女)孩子的个数时,有

$$S = \{0, 1, 2, 3\}$$

此时各点容易与图1·4中相应点对应起来。

例题 1·1·3 有 A, B, C, D, E 5 本书。写出从中取 3 本这一试验的样本空间:

(i) 包含 A 在内的事件 T ,

(ii) 不包含 A 的事件 U ,

(iii) B, C 全在内的事件 V ,

(iv) 包含 D 或 E 一本在内的事件 W

这些都是构成什么样结果的集?

【解】 $S = \{ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD, BCE, BDE, CDE\}$

(i) $T = \{ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE\}$

(ii) $U = \{BCD, BCE, BDE, CDE\}$

(iii) $V = \{ABC, BCD, BCE\}$

(iv) $W = \{ABD, ABE, ACD, ACE, BCD, BCE\}$

例题 1·1·4 一枚硬币掷10次的试验中,以下各事件的非是什么样的事件?

(i) 至少有 6 次出现正面,

(ii) 最多有 6 次出现正面,

(iii) 不出现正面。

【解】 (i) 最多有 4 次出现背面(背面的次数为 $0 \sim 4$)。

(ii) 至少出现 4 次背面(背面的次数为 $4 \sim 10$)。

(iii) 10次全是背面。

例题 1·1·5 在有 3 个孩子的家庭中,考虑以下的事件。

E_1 : 至少一个男孩,

E_2 : 至少两个男孩

E_3 : 正好一个男孩,

E_4 : 正好两个男孩

E_5 : 最多只一个男孩,

E_6 : 男孩比女孩多

E_7 : 至少男女孩各一个,

E_8 : 最大的是男孩

E_8 : 最大的是男孩, 最小的是女孩。

这些事件都由哪些点构成?

【解】按孩子年龄从大到小的顺序排列, 男孩记为 B , 女孩记为 G , 则如下表所示有 8 种样本空间的点。含在每种事件中的点注上“O”的记号。

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_7	E_8	E_9
BBB	○	○						○	
BBG	○	○		○		○	○	○	○
BGB	○	○		○		○	○	○	
GBB	○	○		○		○	○		
BGG	○		○		○		○	○	○
GBG	○		○		○		○		
GGB	○		○		○		○		
GGG					○				

例题 1·1·6 作同时掷红蓝两个骰子的试验, 出现的点数分别记为 r 与 b , 如下规定事件 A, B, C ,

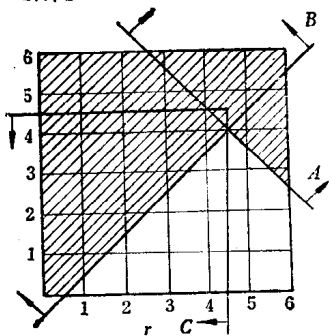
$A: r+b \geq 9, B: b \geq r, C: b$ 与 r 都在 4 以下。此时

(1) $A \cup B$, (2) $A \cap B$, (3) $A \cup C$,

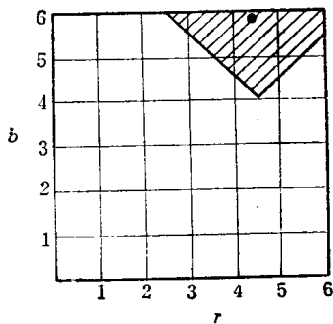
(4) $A \cap C$, (5) $B \cap C$, (6) $B \cup C$

都由什么样点构成?

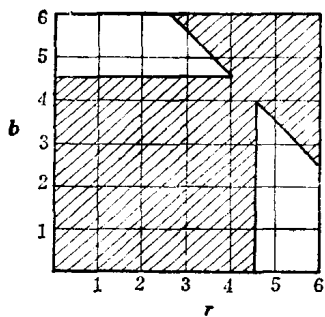
【解】



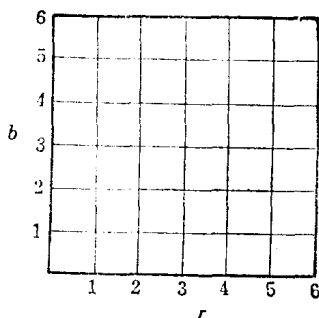
(1) $A \cup B$



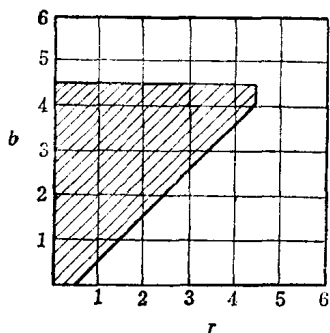
(2) $A \cap B$



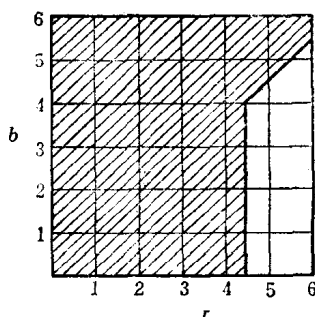
(3) $A \cup C$



(4) $A \cap C$



(5) $B \cap C$



(6) $B \cup C$

例题 1.1.7 以下的叙述对一切事件 E, F, G 而言是否正确, 试判定之。

(1) 如果 E 与 F 不相容且 F 与 G 不相容, 则 E 与 G 不相容。

(2) 如果 E 与 F 不相容且 E 与 G 不相容, 则 E 与 $(F \cup G)$ 不相容。

(3) 如果 E 与 $(F \cup G)$ 不相容, 则 E 与 F 不相容。

【解】 (1) 中三个事件 E, F, G 如图 1.5 (1) 所示

的情形, $E \cap F = \phi$, $F \cap G = \phi$ 但 $E \cap G = \phi$ 不成立。因此 (1) 的论述错误。

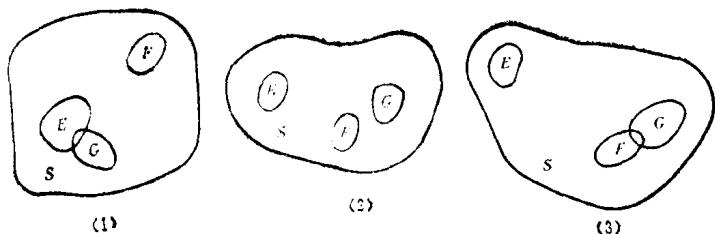


图 1.5

用例题 1.1.6 的记号, 令

$E: r \leq 2$, 及 $b \leq 2$, $F: r \geq 5$ 及 $b \geq 5$,

$G: r \leq 3$ 及 $b \leq 3$

时, $E \cap F = \phi$, $F \cap G = \phi$, 但 $E \cap G \neq \phi$.

(2) 如图 1.5 (2) 与 (3) 不论哪一个情形, (2) 都是正确的。

(3) 正确。由于 $E \cap (F \cup G) = (E \cap F) \cup (E \cap G) = \phi$, 所以 $E \cap F = \phi$, 且必有 $E \cap G = \phi$ 。

例题 1.1.8 三个人各带礼品参加游戏。把三人的礼品集中一起凭抽签领取时, 谁都没抽到自己所买的礼品的事件是由什么样点构成的?

【解】1, 2, 3 三个人所买的礼品分别用 A, B, C 来表示。各取一件礼品时, 有右边所示的 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ 种情况。这 6 种情况中, 谁都未抽到自己买的礼品的情况有 4 与 5 两种。

情况	1	2	3	4	5	6
A	1	1	2	2	3	3
B	2	3	1	3	1	2
C	3	2	3	1	2	1

例题 1.1.9 有棋艺爱好者二人, 约定任一方连胜两局就

停止的条件下开始对奕。写出样本空间。

【解】设二人为 A, B 。 A 胜记为 a ， B 胜记为 b ， 则 S 可如图 1.6 那样作分枝图示， 此时无论到什么时候， 总可能交替得胜， 因此样本空间由无穷多个点构成。

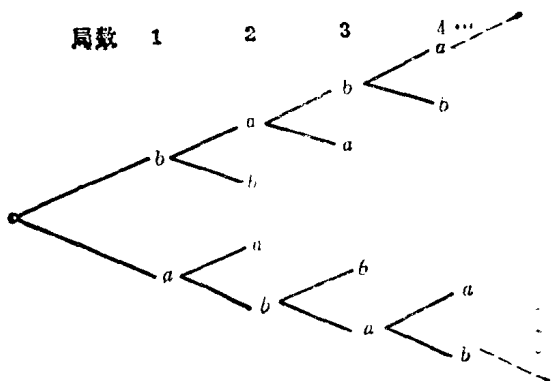


图 1.6

例题 1.1.10 设 A, B, C 为任意三个事件， 试表示以下各事件。

- (1) 只有 A 发生。 (2) A, B 都发生， C 未发生。
 (3) 三个事件全发生。 (4) 至少发生一个。 (5) 至少发生两个。

- 【解】 (1) $A \cap B^c \cap C^c$
 (2) $A \cap B \cap C^c$
 (3) $A \cap B \cap C$
 (4) $(A^c \cap B^c \cap C^c)^c$
 (5) $(A \cap B \cap C) \cup (A^c \cap B \cap C) \cup (A \cap B^c \cap C) \cup (A \cap B \cap C^c)$

类题 1.1.1 有 I, II 两个罐， I 中装 3 个红球 (R) 两个

1) 原书误作 $(A \cap B \cap C)^c$ ——译者

白球(W), I 中装1个红球4个白球. 先从两罐中任取一罐, 再从中任取一球. 写出这一试验的样本空间. 取出红球的事件如何表示?

类题 1.1.2 三人划拳比输赢, 第一次只有一人得胜的事件为 E_1 . 第一次不分胜负, 第二次只有一人得胜的事件 E_2 由什么样点构成的?

类题 1.1.3 有 a, b, c, d 四个字母. 从中每次取一个而不放回, 这种试验的样本空间为何? 其次, 第一次取出 a 的事件为 A , 第二次取出 b 的事件为 B , 第三次取出 c 的事件为 C , 第四次取出 d 的事件为 D 时, 这些事件都由什么样点构成? 以下各事件各含几个点?

- (1) $A \cap B$, (2) $A \cap B \cap C^c$, (3) $(A \cap B) \cup (C \cap D)^c$
 (4) $A \cap B^c \cap C^c \cap D^c$, (5) $A \cap B^c \cap C \cap D^c$.

类 题 解

1.1.1 由分枝图示表示。

取出红球的事件 E 是, 从罐 I 得 R 的事件 $\text{I} \cap R$ 及从罐 II 得 R 的事件 $\text{II} \cap R$ 之和 (此外 $\text{I} \cap R$ 与 $\text{II} \cap R$ 还是不相容的)。

$$\therefore E = (\text{I} \cap R) \cup (\text{II} \cap R)$$

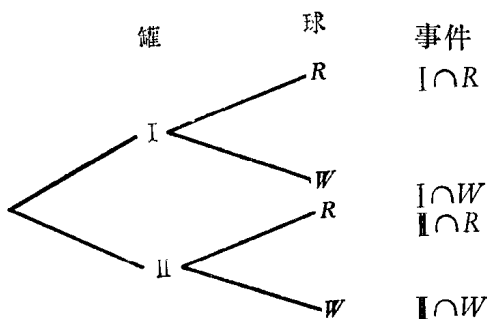


图 1.7

1.1.2 第 i 号 ($i = 1, 2, 3$) 的人出石头, 剪子, 布的事件分别记

为 G_i, C_i, P_i , 则第一次结果如下表 1.1 所示.

表 1.1

第1个人 \ 第2个人	G_2			C_2			P_2		
	G_1	$\triangle G_3$	C_3	$\circ P_3$	G_3	$\circ C_3$	$\triangle P_3$	$\circ G_3$	$\triangle C_3$
C_1	G_3	$\circ C_3$	$\triangle P_3$	$\circ G_3$	$\triangle C_3$	P_3	$\triangle G_3$	C_3	$\circ P_3$
P_1	$\circ G_3$	$\triangle C_3$	P_3	$\triangle G_3$	C_3	$\circ P_3$	G_3	$\circ C_3$	$\triangle P_3$

S 如上表 1.1 所示, 由 $3^3 = 27$ 个点构成. 其中构成 E_1 的点是表中有 \circ 的点. 第一次不分胜负, 第二次有一人胜的事件 E_2 , 由表中第一次有 \triangle 的点再接上第二次有 \circ 的点两段来表示.

此外, 比赛可能永远不分胜负, 因此这一试验的整个样本空间由无穷多个点构成.

1.1.3 如下边图 1.8 (见第 11 页) 的分枝图示那样, S 中共有 24 个点.

A, B, C, D 各由 6 个点构成 (有记号 \circ 的). (1)~(5) 的事件的点数如下.

- (1) 2, (2) 1¹⁾ (3) 22, (4) 2, (5) 1.

1.2 概 率

要点

1° 概率 某试验的样本空间 S 由有限个事件构成时, 记成

$$S = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$$

设作为它的元素的各事件 E_1, E_2, \dots, E_n 都是等可能发生的.

所考虑的事件 A 由 S 的 n 个点中的 m 个 ($0 \leq m \leq n$) 构成

¹⁾ 原著答案误为 2 ——译者

时, A 的概率 $Pr(A)$ 定为

$$Pr(A) = \frac{m}{n}$$

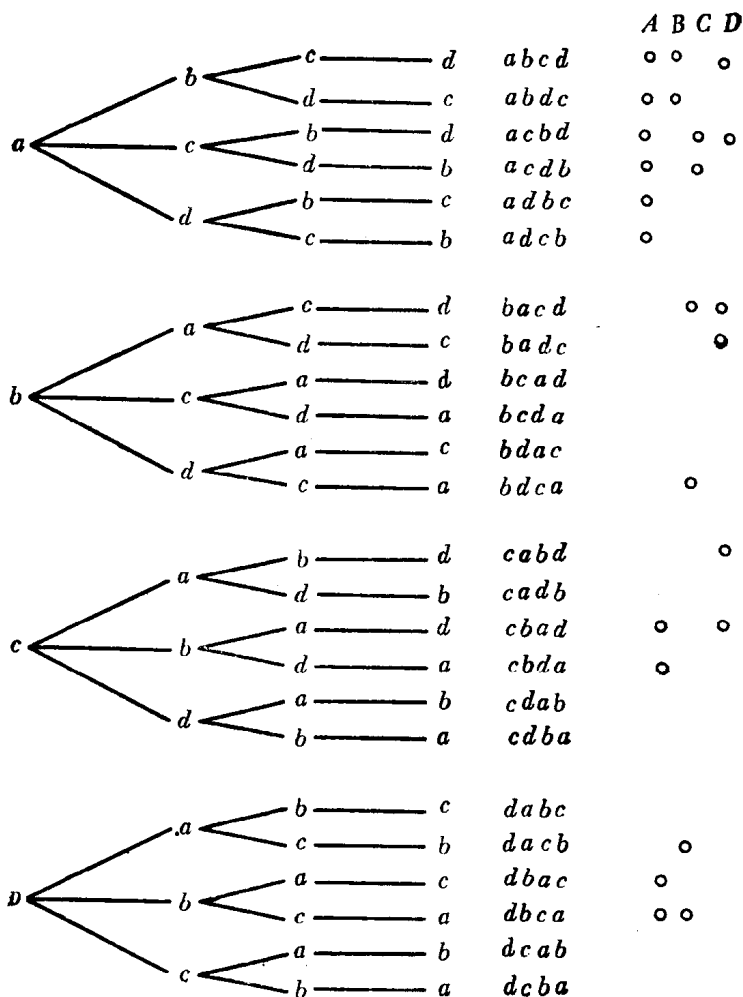


图 1·8