

译文资料
(78)-10

气体离心机的稳定 流型分析与测量

国防科委情报研究所
一九七八年十一月

说 明

本译文资料包括下列四篇译文：

1. 用有源阻尼器稳定转子的自激振动
2. 气体离心机转子中气体的流型
3. 转子中气体流型的测定
4. 转子中气体流型的测定

由于水平所限，难免有错误之处，欢迎批评指正。

译者 谢培智

校对 梁尤能 赵鸿宾

张存镇 应纯同

付瑞峰

一九七八年十一月

用有源阻尼器稳定转子的自激振动

G·什瓦采尔*

一、引言

在与转子挠曲方向垂直的力的作用下,转子的横向振动能够变得不稳定。实际上,这些非保守力是由内阻尼或摩擦、轴承特性或汽轮机中蒸汽非对称流动而引起的^[1]。由这些机理所造成的自激振动可能严重地限制转子的工作范围。因此,需要寻找一些办法使自激振动避免发生或加以阻尼。

一种办法是确定转子-轴承系统可利用的结构参数,以使转子运动稳定性的某些量为最大值^[2]。这种情况下,对转子的运动来说,轴承力是种“无源”反作用力。这种办法的效率取决于系统参数变化范围的物理界限和结构界限。

另一种办法能够更进一步影响转子的运动。这时,“有源”轴承产生作用力,其大小应使转子运动保持稳定,并使振动受到阻尼。另外,这种有源阻尼器减小转子通过临界转速时共振的振幅。按照控制论的说法,转子就是工厂,有源阻尼器就是控制装置。本文将更全面地研究有源阻尼器的评价问题。

首先介绍对称转子模型(图1)的运动方程。转子模型由一串粘弹性连接的刚体组成,转子两端用轴承弹性支撑。选用这种离散的转子模型,原因在于它使方程容易进行分析,容易体现有源阻尼器的离散作用力的作用,而且对于实际上与图1对应的多节转子所做的工作也促进了这种研究。不过,这种模型仍然是连续的弹性转子的近似模型。选用内阻尼作为自

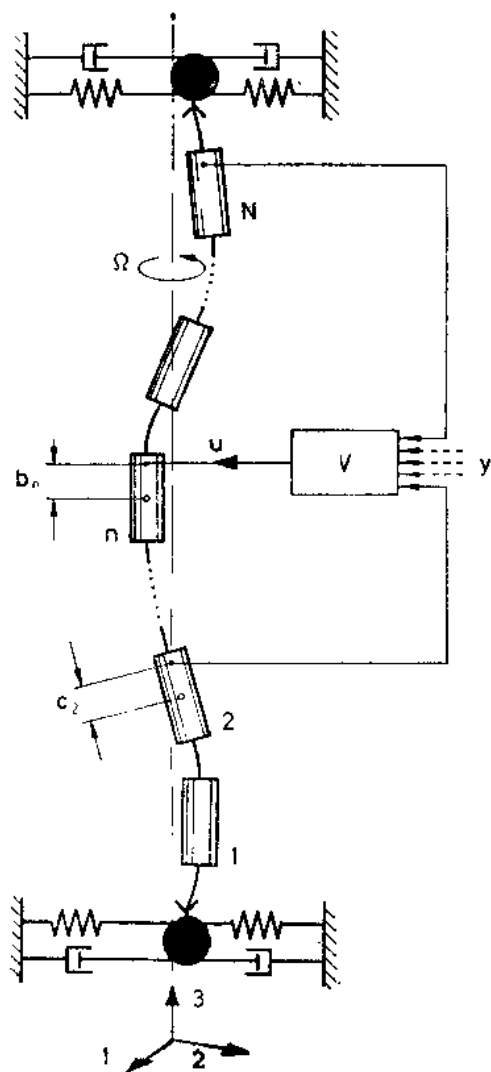


图1 具有有源阻尼器的弹性支撑的多节转子模型

* 西德曼钦技术大学力学研究所

激源,因为它经得起理论分析与实验的检验。

为估计内阻尼和外阻尼及转速对自然转子运动的影响,进行了稳定性分析,分析中使用了力学系统的矩阵理论^[3]及归一化 Rayleigh 系数。

然后引进有源阻尼器(图1),它产生作用力 u 作用在转子上, u 通过增益矩阵 V 而线性地取决于转子运动的经选择的某些状态 y [参见方程(31)]。确定有源阻尼器的位置与结构时,需要回答三个问题:(1)为了最有效地稳定转子运动,阻尼器作用力 u 的最佳作用点在什么位置?(2)为了能从测量信号 y 获得最多关于转子运动的信息,观测转子运动的最佳位置在哪里?(3)怎样最佳地控制增益矩阵 V ,以保证运动的稳定性?理论结果应用到三节转子上,电磁有源阻尼器的实验结果表明了有源阻尼器的性能。

二、运 动 方 程

假设可用线性化运动方程来描述转子对恒定转轴产生的小的偏移。每个同样的刚性转子元(图1)具有两个转动自由度和两个平移自由度。没有垂直位移或扭转位移,角速度 Ω 为常值。轴元是粘弹性材料的,它们的质量忽略不计。对于每个刚性转子元,用公式表示力学的基本定律。作用在转子元上的作用力为转轴的弹力,最后还有阻尼器的作用力。转轴的弹力取决于轴元的形变及其相对邻近转子元的速度,若用位移变量来表示,就能把这些弹力消去。与此类似,可导出弹性悬挂的轴承质量的线性阻尼平移运动方程^[10]。

把位移变量排列成矢量座标:

$$\bar{z} = [\dots S_1 \dots \dots W_1 \dots \dots S_2 \dots \dots W_2 \dots]^T \quad (1)$$

式中 S_i 和 W_i 分别表示第 n 个刚体由于平移和转动而在 i 轴 ($i=1,2$) 方向上产生的位移。

于是,运动方程取下列形式:

$$\begin{bmatrix} \tau & 0 \\ 0 & \tau \end{bmatrix} \ddot{z} + \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \dot{z} + \begin{bmatrix} 0 & \Omega G \\ -\Omega G & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 & N \\ -N & 0 \end{bmatrix} z = v \quad (2)$$

位移矢量 z 服从关系式 $\bar{z} = \tau z$ 。变换 τ 并不改变 $\bar{z}$ 的物理特性,只使质量矩阵变换成单位矩阵。于矩阵 D 称为阻尼矩阵,它包括外阻尼矩阵 D_A 和内阻尼矩阵 D_I :

$$D = D_A + D_I \quad (3)$$

这两个矩阵都是对称的和半正定的。外阻尼由轴承阻尼引起,内阻尼由转轴元的形变引起。陀螺矩阵 G 是一种对角矩阵,一部分由 C/A 占据,这里 C 和 A 分别为刚性转子元对纵轴和赤道轴的惯性矩。刚度矩阵 K 是对称的和正定的。非保守力的矩阵 N 是由内阻尼引起的,具有下列形式:

$$N = \Omega D_I \quad (4)$$

矢量 v 包括有源阻尼器的控制力。

方程(2)中子矩阵的典型排列是转子-轴承系统其旋转对称性的必然结果。引进复变量可使方程(2)进一步简化。把1-轴和2-轴方向上的位移分别看作矢量的实数部分(下标为 RE)与虚数部分(下标为 IM),于是

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_{RE} + i\xi_{IM} \\ z &= [\xi_{RE}^T, \xi_{IM}^T]^T \\ v &= [v_{RE}^T, v_{IM}^T]^T \end{aligned} \quad (5)$$

把方程 (3)、(4)、(5) 代入方程 (2), 则方程 (2) 变成复数方程:

$$\ddot{\zeta} + (D_A + D_I - i\Omega G)\dot{\zeta} + (K - iN)\zeta = v_{RE} + i v_{IM} \quad (6)^*$$

这个方程将用于后面的稳定性分析。方程 (2) 的另一种形式就是状态方程:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (7)$$

$$x = \begin{bmatrix} \zeta_{RL} \\ \dot{\zeta}_{RE} \\ \zeta_{IM} \\ \dot{\zeta}_{IM} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 & 0 \\ -K & -D & -N & -\Omega G \\ 0 & 0 & 0 & \tau \\ N & \Omega G & -K & -D \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ v_{RE} \\ 0 \\ v_{IM} \end{bmatrix}$$

这个表达式类似于控制论, 并将用来评价有源阻尼器。

三、稳 定 性

方程 (6) 的齐次解为 $\zeta = q_j \exp \lambda_j t$, 这里 q_j 是特征矢量, $\lambda_j = \delta_j + i\omega_j$ 是下面特征方程 (8) 的特征值:

$$[\tau(\delta_j + i\omega_j)^2 + (D_A + D_I - i\Omega G)(\delta_j + i\omega_j) + (K - i\Omega D_I)]q_j = 0 \quad (8)$$

将方程 (8) 中的虚数项重新组合, 即得

$$[\tau(\delta_j + i\omega_j)^2 + \bar{D}(\delta_j + i\omega_j) + \bar{K}]q_j = 0 \quad (9)$$

式中

$$\bar{D} = D_A + D_I - \frac{\Omega}{\omega_j} D_I - \delta_j \frac{\Omega}{\omega_j} G, \quad \bar{K} = K + \frac{\Omega}{\omega_j} (\omega_j^2 + \delta_j^2) G + \delta_j \frac{\Omega}{\omega_j} D_I$$

是实数对称矩阵, 而且可以把方程 (9) 看作具有实变数 I 的力学系统的特征方程:

$$I + \bar{D}I + \bar{K}I = 0 \quad (10)$$

这样, 原来系统 (6) 的陀螺力和非保守力就分解成可看作附加阻尼力和弹力的一些项。原来的解 $q_j \exp \lambda_j t$ 将满足系统 (6) 及系统 (10), 同时, 如果系统 (10) 的所有解是稳定的, 则系统 (6) 的解也是稳定的。按照力学系统的一般理论^[1] 如 Thomson, Tait 与 Chetaev 的理论, 如果

$$\bar{K} > 0, \quad \bar{D} \geq 0 \quad (11)$$

即刚度矩阵 $\bar{K}$ 为正定的, 阻尼矩阵 $\bar{D}$ 为正定或半正定的, 则方程 (10) 的解是稳定的。当然, 这些矩阵仍然包含自然阻尼 δ_j 和自然频率 ω_j 。自然频率可假设为正值和负值, 根据复变数的物理解释, 正、负值分别表示正向回旋与反向回旋^[1]。这就意味着 (保守系统的) 转子自然振动发生在一个平面内, 此平面以自然频率绕铅垂轴与转子速度 Ω 同方向或反方向回旋。在稳定边界上, 对于特征值 λ_j 来说, 自然阻尼 $\delta_j = 0$, 自然频率 $\omega_j \neq 0$ 。稳定性条件 $\bar{K} > 0$ 不能违反, 假使要求在稳定边界上 $\bar{K} = 0$, 就有 $\omega_j = 0$, 这与 $\omega_j \neq 0$ 时总是保证 $\bar{K} > 0$ 相矛盾。因此, 如果

$$\bar{D} = D_A + D_I - D_I(\Omega/\omega_j) \geq 0 \quad (12)$$

稳定性条件 (11) 就得到满足。这个简单的条件包含着一些有意义的物理解释。如果转子在

* 原文此式等号右边最后一项为: $(K - i\Omega N)\zeta$ ——译者注

转动 ($\Omega \neq 0$), 则内阻尼 D_I 才能引起不稳定。为了有效地进行稳定, 则要适当地造成外阻尼 D_A 。反向回旋 ($\omega_i < 0$) 不能变成不稳定。正向回旋 ($\omega_i > 0$) 只有在 $\Omega > \omega_i$ 时才能变得不稳定; 即使没有外阻尼, 也是如此。

为了更明确地表明阻尼和转速对稳定性的影响, 利用了广义的 Rayleigh 系数来估计方程 (8) 的特征值。方程 (8) 的左边乘以共轭转置的和归一化的特征矢量 $q_i^*/(q_i^* q_i)$, 就将系统的线性方程 (8) 简化成标量方程:

$$\lambda_i^2 + (d_{Ai} + d_{Ii} - i\Omega g_i) \lambda_i + (v_i^2 - i\Omega d_{Ii}) = 0 \quad (13)$$

系数矩阵用下列标量来代替

$$q_i^* D_A q_i = d_{Ai}, \quad q_i^* G q_i = g_i, \quad \frac{q_i^* K q_i}{q_i^* q_i} = v_i^2 \quad (14)$$

对于任何 q_i 来说, 这些 Rayleigh 系数 (14) 覆盖了复数平面内对应矩阵的数值范围。当所有系数矩阵都是对称的和正定或正半定的实数时, 它们的数值范围覆盖了一段正实数轴, 因而下列关系成立:

$$0 \leq d_{Ai} \leq d_{A\max} \quad 0 \leq d_{Ii} \leq d_{I\max} \quad (15)$$

$$0 \leq g_i \leq g_{\max} \quad 0 < v_{\min}^2 \leq v_i^2 \leq v_{\max}^2$$

陀螺矩阵 G 结构的必然结果是:

$$g_{\max} = C/A \quad (16)$$

刚度矩阵的 Rayleigh 系数 v_i^2 处于弹性转子系统的最低无阻尼自然频率的平方与最高无阻尼自然频率的平方之间。对于高转速 Ω 和低阻尼来说, 求出方程 (13) 的近似解, 只保留 Ω 的最高阶项。于是, 得到四组特征值:

$$\lambda_q = -(d_{Aq} + d_{Iq}) + d_{Iq}/g_q + i\Omega g_q \quad (17)$$

$$\lambda_p = -d_{Ip}/g_p - iv_p^2/g_p \Omega \quad (18)$$

$$\lambda_f = -\frac{1}{2} (d_{Af} + d_{If}) + d_{If} \cdot \frac{\Omega}{v_f} + iv_f \left[1 + \frac{1}{8} \left(d_{If} \cdot \frac{\Omega}{v_f} \right)^2 \right] \quad (19)$$

$$\lambda_b = -\frac{1}{2} (d_{Ab} + d_{Ib}) - d_{Ib} \cdot \frac{\Omega}{v_b} - iv_b \left[1 + \frac{1}{8} \left(d_{Ib} \cdot \frac{\Omega}{v_b} \right)^2 \right] \quad (20)$$

在头两组特征值中, 虚数部分或自然频率取决于转速 Ω 。对于章动 (17) 来说, 自然频率渐渐接近 $(C/A)\Omega$; 对于进动 (18) 来说, 随着 Ω 增加, 自然频率趋于零; 对于所谓摆振 (19)、(20) 来说, 自然频率对 Ω 的依赖关系不明显, 而且当有内阻尼时, 自然频率仅与 Ω 相关。特征值 λ_p 和 λ_b 属于反向回旋的自然模态。章动和一组摆振 (19) 为正向回旋。

特征值的实数部分表明了稳定性性质。正如已经指出的, 反向回旋自然模态不能变成不稳定, 只有正向回旋能变成不稳定。只有在 $g_q < 1$, 即陀螺力扩展得不够大时, 或按照方程 (16), 在转子加长时, 章动才能变得不稳定。在任何情况下, 陀螺力都趋于使运动稳定。但是, 如果转速 Ω 超过某个极限, 任何正向摆振 (19) 将变得不稳定。这种情况下, 随着转速 Ω 增大, 内阻尼破坏稳定性的作用将逐步增大。

四、可 稳 定 性

如果转子的不稳定自然模态是可以控制的, 则转子运动是可稳定的。如果存在控制力, 能使转子的任何位移在有限时间内趋于零, 则转子的运动是完全可以控制的。Kalman^[5]已经在控制论中引进了关于可控制性的物理意义清楚的公式化概念。这里将使用研究可控制性的各种方法中的一种方法。

从方程 (7) 开始, 研究控制力对自然模态的影响。首先, 利用模态座标 r

$$x = \Psi r \quad (21)$$

将方程 (7) 变换成下列去偶方程的系统

$$\dot{r} = Jr + \Psi^{-1}Bu \quad (22)$$

变换矩阵 Ψ 是由系数矩阵 A 的特征矢量排列成的非奇异矩阵, $J = \Psi^{-1}A\Psi$ 是 A 的 Jordan 形式。如果 A 具有不同的特征值 λ_i , 则 J 为对角矩阵

$$J = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_i, \dots, \lambda_m] \quad (23)$$

矢量 r 的每个模态座标对应于该系统的一个自然模态。

如果只存在一个控制力, 则控制矢量 u 为标量。矢量 B 表明控制力的作用如何分布到不同的变量上。对于在 1 方向上作用在第 n 个转子元上的控制力来说, 假设方程 (7) 的矢量 Bu 为

$$Bu = [\dots 0 \dots 1 \dots 0 \dots 1 \dots 0, 0 \dots b_n k \dots 0 \dots 0 \dots 1 \dots 0 \dots]^T u \quad (24)$$

这里 b_n 表示控制力的作用点 (图 1)。如果控制力作用在转子元的质心上, 则 b_n 为零。系数 k 是一个常数。

显然, 只有这种控制能影响每个自然模态时, 系统 (22) 才是可控制的。这就意味着矢量 $\Psi^{-1}Bu$ 必须没有任何零座标, J 必须没有多重特征值。另一方面, 标量控制 u 不能同时影响所有的模态。但是, 对于稳定转子运动来说, 只要控制不稳定模态就已经足够了。作用在每个不稳定模态上的控制力的数目越大, 不稳定模态就越能加以控制。控制矢量 $\Psi^{-1}Bu$ 的座标是 $\theta_j^i Bu$, 这里 θ_j^i 为矩阵 Ψ^{-1} 的第 j 行矢量。采用文献 [6] 的概念, 一个不稳定模态的可稳定性按下列定义来量度:

$$ST_k = \frac{\theta_k^* B B^T \theta_k}{\theta_k^* \theta_k} \quad (25)$$

为确定几个不稳定模态的同时可稳定性, 将加权的各个量度加以平均, 就能得到合适的总量度:

$$ST = \left[\sum_k (ST_k \cdot \omega_k \cdot \exp \delta_k)^{-1} \right]^{-1} \quad (26)$$

对所有不稳定模态加以平均, 就加权了各个不稳定模态的阻尼 δ_k 和频率 ω_k 。使量度 (26) 达到最大值, 就能构成获得最佳可稳定性的控制。

对于实用目的来说, 建议不仅在 1 方向上施加一个控制力, 而且在 2 方向上也独立施加一个控制力。1, 3 平面内和 2, 3 平面内的运动, 由于陀螺力和非保守力的作用而产生偶合, 但是偶合作用较弱。唯有 1 方向上的控制力 (24) 能控制所有自然模态, 但是, 对于某些自

然模式, 可控制性品质的量度可能很低。因此, 有源阻尼器用有两个座标的控制矢量 u 来表示。

可控制性的量度 (25)、(26) 用来决定三节转子用的有源阻尼器的最佳位置 b_m 。实验中即用三节转子。在所要求转速下, 存在两个不稳定的摆振模式, 必须用有源阻尼器加以稳定。可稳定性的量度与阻尼器位置 b_m 的关系以及各自的几何模型示于图 2。在位置 ① 用有源轴承能最有效地稳定不稳定的基本模式 ($\lambda_1 = 0.18 \pm 19.3i$)。对于稳定其它不稳定模式来说, 位置 ② 较好。对于同时稳定两个不稳定模式来说, 位置 ③ 是很好的折衷方案。如果由于结构上的原因或其它缘故, 有源轴承不能安装在这个位置上, 图 2 至少指出了比较好的解决办法。在论证实验中, 选用了位置 ①, 因为最佳位置 ③ 上安装了测量装置。

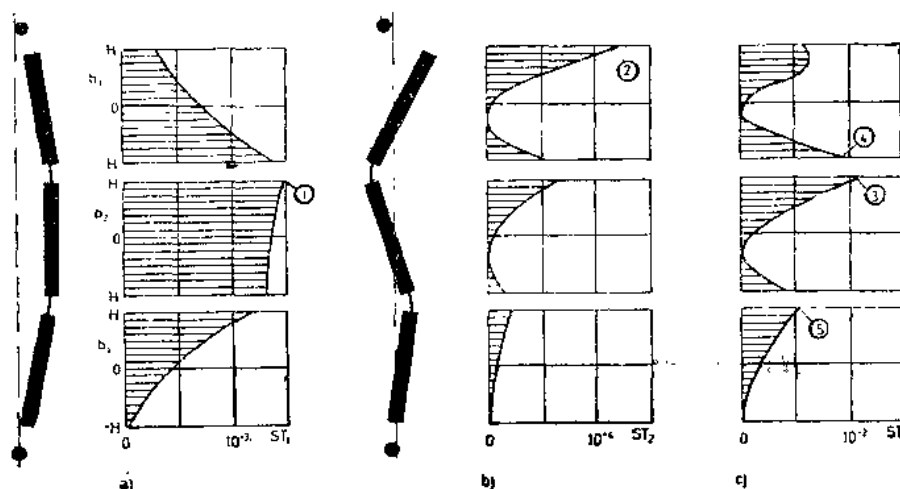


图 2 三节转子不稳定模式的可稳定性与阻尼器位置之间的关系

- a) 不稳定基本模式 ($\omega_1 = 19.3 \text{ 秒}^{-1}$), 可稳定性量度为 ST_1 ;
b) 不稳定高频模式 ($\omega_2 = 125 \text{ 秒}^{-1}$), 可稳定性量度为 ST_2 ;
c) 量度 ST 。

五、可 观 测 性

假设测得的信号(用输出矢量 y 表示)通过测量矩阵 C 与转子运动状态 x 成线性关系:

$$y = Cx \quad (27)$$

关于输出数目这个首要问题还不能一般地加以回答, 这些输出数目对于设计一个多变量系统的稳定控制器是必要的。充分条件^[1]如下: 实际振动系统如果是完全可以控制的, 可以观测的, 而且控制不受限制, 则该系统可稳定的特征值数目至少等于输出数目。为了稳定具有两对共轭特征值的两个不稳定自然振动, 有四个输出就足够了。看来选择在任一平面内或几个平面内测得的 1 方向和 2 方向上的转子速度与位移作为输出是合理的 (图 1)。可按照确定阻尼器最佳位置的办法, 来确定测量平面的最佳位置, 在这些测量平面内进行测量, 能够获得最多的关于运动状态的信息。

总的运动由所有自然模式叠加而成, 输出 y 也是由自然模式组成, 将方程 (21) 代入方程 (27) 就能看出这一点:

$$y = C\Psi r = \sum_j C\Psi_j r_j \quad (28)$$

式中 Ψ_j 是 Ψ 的第 j 列矢量, r_j 是第 j 个模态坐标。 $\|C\Psi_k\|$ 越高, 第 k 个不稳定模态对输出 y 起的作用越大。根据文献〔6〕, 第 k 个不稳定模态的可观测性定义为:

$$OB_k = \frac{\Psi_k^* C^T C \Psi_k}{\Psi_k^* \Psi_k} \quad (29)$$

同时测量几个不稳定模态时, 把加权的各个量度叠加起来即得总的量度

$$OB = \left[\sum_k (OB_k \cdot \omega_k \cdot \exp \delta_k)^{-1} \right]^{-1} \quad (30)$$

使方程 (29) 或 (30) 达到最大值, 就能决定测量平面的最佳位置 c_n (图 1)。

对于第四节所述的三节转子来说, 两个不稳定模态的可观测性可表示成位置参数 c_n 的函数加以计算。所得的曲线与图 2 的曲线非常相似。在图 2 的位置③、④和⑤上测量实验模型的振动。对可稳定性与可观测性测量结果的一种简单物理解释是: 二者与各个模态的挠度的平方成正比。结论差不多是普通的, 即自然振动是可以控制的, 而且在其波腹处能最佳地进行控制和测量。当然, 这种直接的几何解释是所选择的状态、控制及输出之间的相互关系之必然结果。如果控制和输出由实际上不同的分量所组成, 则图 2 可能不再那么清晰。

六、控制增益

假设控制 u 与输出 y 成线性关系:

$$u = V y \quad (31)$$

式中 V 是增益矩阵, 作这个假设是合理的。线性控制律的优点是使用起来通常很满意, 而且有许多分析与综合的方法可以利用。非线性控制律则要求更专门的研究。

把方程 (7)、(27)、(31) 加以组合, 转子的运动则表示成:

$$\dot{x} = (A + BVC)x \quad (32)$$

矩阵 B 与 C 的结构已经确定。现在要决定增益矩阵 V , 以使转子在一定转速下最为稳定。稳定性储备在技术上常用的量度是最小相对阻尼:

$$RD = \min_j -\delta_j / |\lambda_j| \quad (33)$$

按照图 3, 如果所有特征值 $\lambda_j = \delta_j \pm i\omega_j$ 位于根轨迹平面的左半面, 则相对阻尼 RD 为正值。参数最佳化问题就是决定增益矩阵 V 的各个阵元, 以使 RD 变为最大; 就是使图 3 中阴影部分尽可能扩大。为找出这些最佳增益, 曾使用直接找值法^{〔8〕}。由于转子与阻尼器具有旋转对称性, 使需要确定的增益元的数目减少, 因而增益矩阵具有下列形式:

$$V = \begin{bmatrix} V_1 & -V_2 \\ V_2 & V_1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

对于前述的三节转子, 计算了最佳增益。由于技术上的缘故, 控制增益限制在较低值, 因而不可能只通过反馈一个测量平面内的四个信号来稳定两个不稳定自然模态。在两个平面 (图 4) 内测量转子振动, 就能使关于转子运动状态的信息加倍, 从而实现稳定化。然而,

当最佳增益矩阵 V 有几个零阵元时, 实际只需要反馈六个测量信号。因此, 原来在 $\Omega=190$ 秒⁻¹ 转速下不稳定的转子运动, 从理论上讲, 直到 $\Omega=320$ 秒⁻¹ 转速下都能使转子运动稳定。

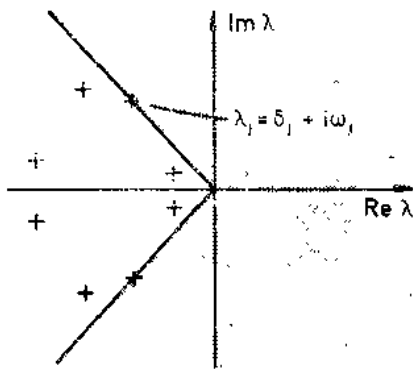


图3 相对阻尼的定义

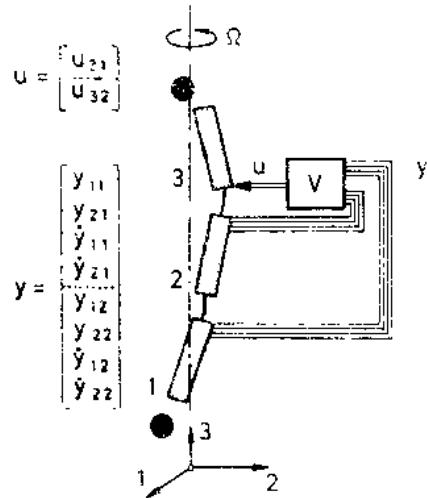


图4 三节转子的有源阻尼器, 利用了两个测量平面的信号

七、实 验

垂直悬挂的转子由三个圆管组成, 彼此用聚氯乙烯弹性轴连接。转子总长约 0.5 米, 一个刚体元的质量为 0.3 公斤, 惯性比约为 1:14。阻尼模量 L^* 与杨氏模量 E (标志轴材料的粘弹性特性) 之比为 0.8×10^{-3} 秒 $\sim E^*/E \sim 2 \times 10^{-7}$ 秒, 看来取决于转子速度或振动频率。高的内阻尼造成转子在低转速 Ω 下就达到稳定性极限, 而丧失稳定性。在这种情况下进行实验时, 转子往往破碎, 所以, 从安全考虑, 非常希望转子的转速 Ω 及其动能保持较低。尽管如此, 在某种意义上来说, 可以把转子称为高速转子, 因为转子要通过五个临界速度, 才达到稳定性极限。

图 5 给出取决于转速 Ω 的特征值其自然频率及自然阻尼之计算值。此频率图中的圆圈表示在什么地方转子速度与正向自然回旋的频率重合。转子的残余不平衡仅激发正向回旋, 并导致共振。但是, 不仅要考虑这些能从频率图得到的临界速度。而且, 某些自然振动的阻尼随着转速增加而减小, 直到在 $\Omega=190$ 秒⁻¹ 下达到稳定性极限为止。这时, 基本正向回旋 ($\omega_1=19.3$ 秒⁻¹) 变成不稳定, 但是, 当其阻尼曲线的斜率很小时, 只起弱的破坏稳定的作用。进一步提高转子速度 Ω 时, 则自然频率较高 ($\omega_2=125$ 秒⁻¹) 的另一个自然振动变得很不稳定。稳定性极限下的这种主要特性可用实验加以论证。图 6 示出在三种不同转子速度 Ω 下测得的转子轴的极坐标图和振动位移对时间的响应。稍微不稳定的基本模态 (受振动频率为转子频率 Ω 的不平衡振动的调制) 逐步被强烈不稳定的高频模态所取代。为使在所需转速 $\Omega=300$ 秒⁻¹ 下更容易稳定转子的运动, 而应用了有源阻尼器。

曾根据 Klinek 的概念^[1], 研制了电磁阻尼器用作结构元件, Klinek 曾使用电磁原理来悬挂惯性导航系统的测量部件。图 7 示出在一个方向上产生控制力 F_z 的线路图。使用恒定电流 i_z 进行频磁化, 从而使工作点移至 A , 并使用差接绕组, 则作用在转子上的磁力与控

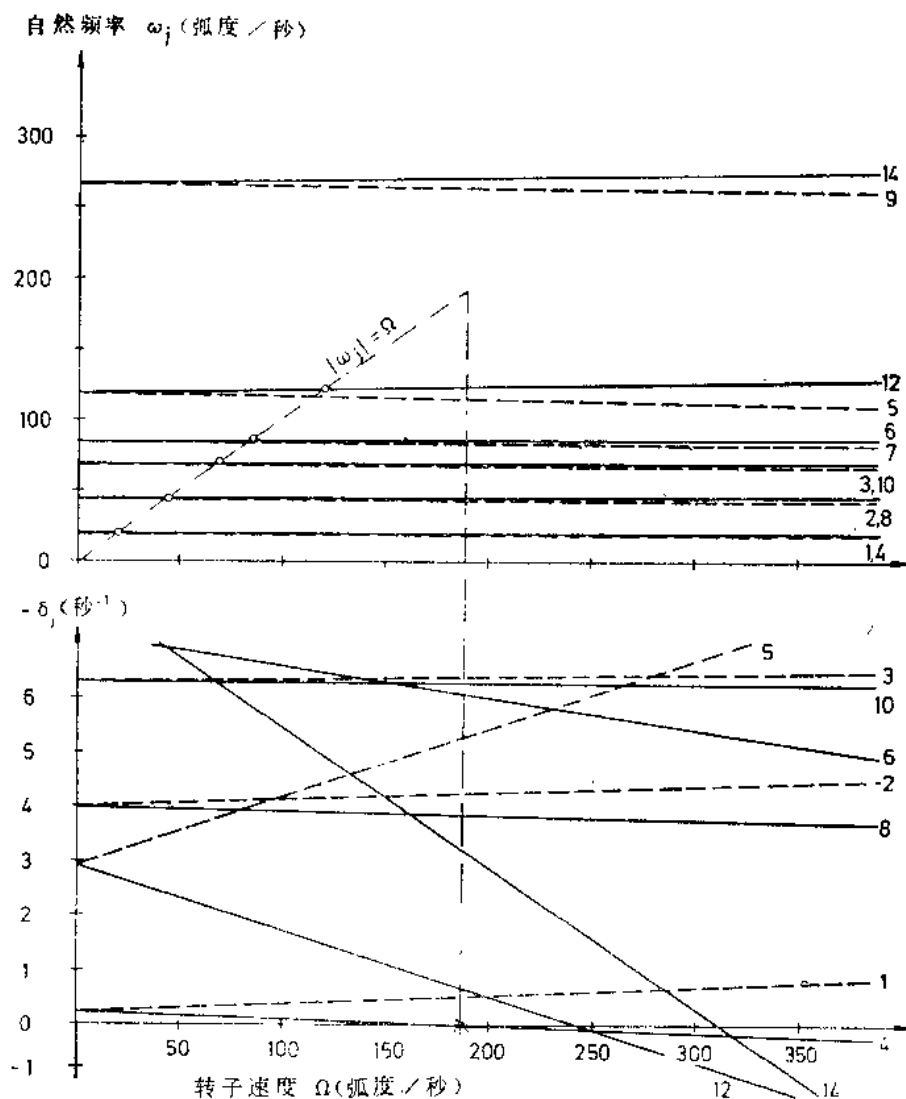


图5 二节转子的特征值 $\lambda_j = \delta_j \pm i\omega_j$ 与转子速度 Ω 的函数关系曲线

——正向旋转的特征值；-----反向旋转的特征值
○——临界速度

制电流 i_1 成正比。转子与线圈之间的间隙为 1 毫米, 恒定电流 $i_2 = 0.8$ 安培, “刚度” —— $F_1 / i_1 = 18 N/A$ 时, 获得的最大控制力为 $14 N$ 。当阻尼器也能产生绕驱动轴的力矩时, 就有希望用一个阻尼器同时完成驱转动子及阻尼转子振动的双重作用。

有源阻尼器按照图 4 进行安装。凭借有源阻尼器还能使转子通过临界转速为 $\Omega = 272$ 秒⁻¹ 的另一个共振 (与图 5 比较), 并使稳定性边界移向比计算值高得多的转子速度。事实上, 在整个可以达到的转速范围 ($\Omega < 450$ 秒⁻¹) 以内, 转动是稳定的。有源阻尼器的另一有利的性能是降低转子通过临界转速时共振的最大振幅, 即使有源阻尼器并没有专门设计起这种作用, 也是如此。图 8 示出未加控制的转子从稳定性边界 ($\Omega = 190$ 秒⁻¹) 停车以及安装有源阻尼器的转子从 $\Omega = 380$ 秒⁻¹ 停车的情况, 阻尼的效果是很明显的。

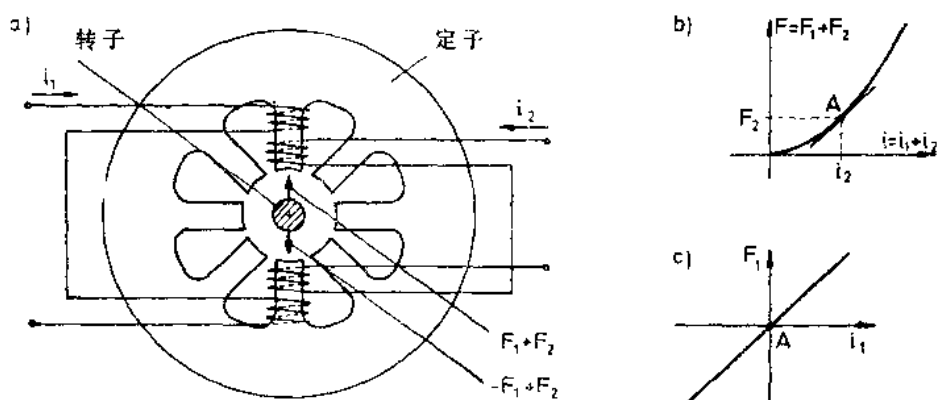
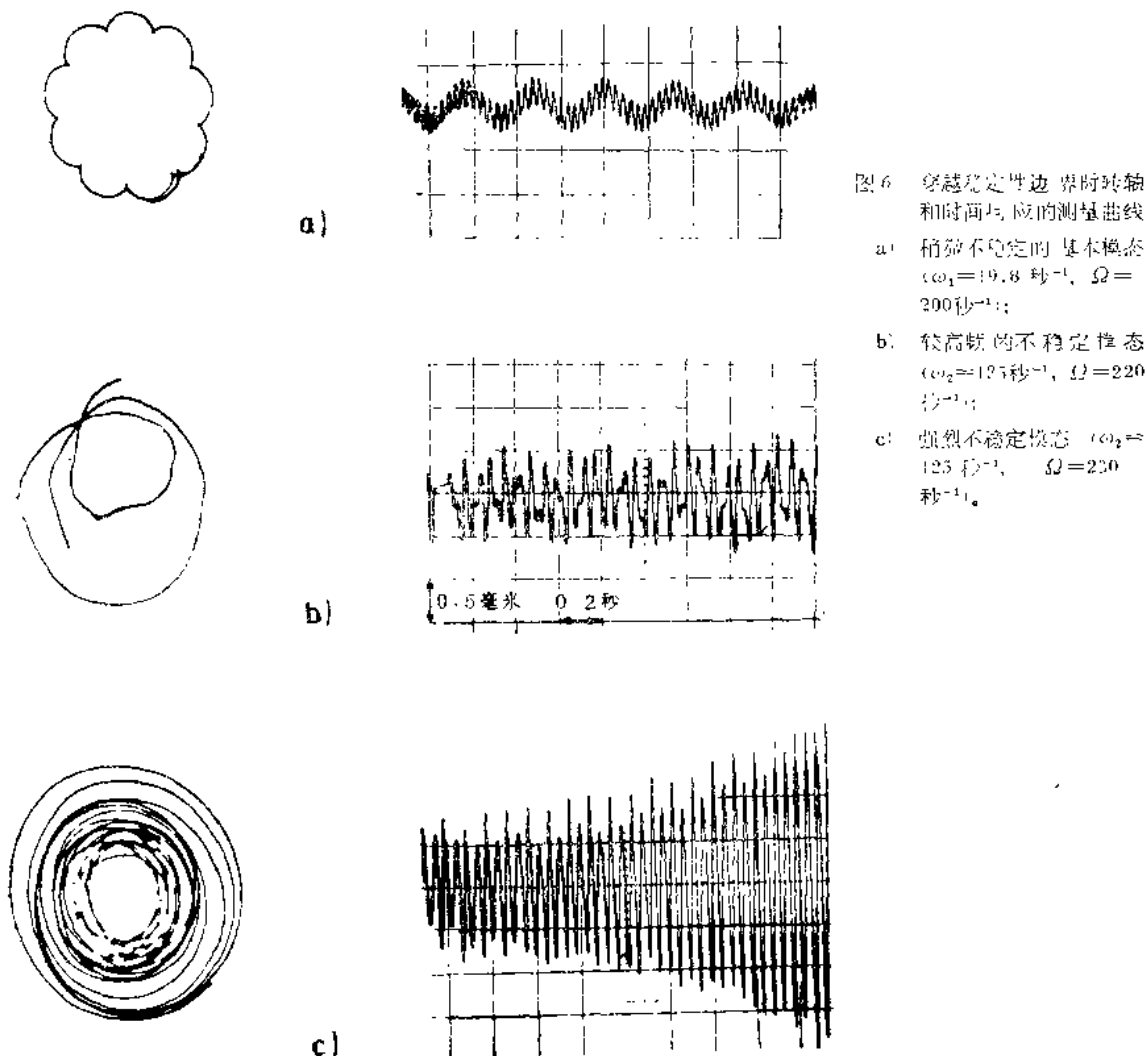


图7 电磁阻尼器的线路图

a) 控制绕组; b) 利用预磁化来移动工作点 A; c) 控制力 F_1 与控制电流 i_1 的函数关系

八、结 论

已经指出内阻尼为何能引起多节转子自激振动。分析导出了稳定性条件,估计了转速、内阻尼及外阻尼对自然振动的频率和稳定性的影响。

为稳定转子运动,研制了有源阻尼器,产生的控制力作用在转子上,根据转子运动来决定控制力大小,以便能最佳地阻尼不稳定的自激振动。提出了下列有关建议:阻尼器在转子轴上的最佳位置,以及测量信号(用来产生控制信号)的最佳选择。使用三节转子做的实验证实了有源电磁阻尼器的稳定作用。

“有源”作用转子运动这个原理并不局限于稳定与阻尼自激振动。看来可望发展能使不平衡的转子平稳运转的有源轴承。附加有源轴承可能降低转子通过临界转速时共振的最大振幅。相对无源轴承来说,有源轴承的优点是它的有效性受安装位置的影响较小。选择合适的测量信号和控制增益,就能部分地补偿由于有源轴承安装位置不利而造成的后果。

参 考 资 料

- [1] TONDI, A.: "Some Problems of Rotor Dynamics", Chapman G. Hall, London, 1968.
- [2] SCHWEITZER, G., SCHIEHLEN, W., MÜLLER, P.C., u.a.: "Kreiselverhalten eines elastisch gelagerten Rotors", Ing.-Arch., 41 (1972), S. 110-140.
- [3] MAGNUS, K.: "Kreisel, Theorie und Anwendungen", Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1971.
- [4] PEDERSEN, P.T.: "On Forward and Backward Precession of Rotors", Ing.-Arch., 42 (1973), S. 26-41.
- [5] KALMAN, R. E., HO, Y.C. and NARENDRA, K.S.: "Controllability of Linear Dynamical Systems", In Contrib. to Differential Equ., Vol. 1, Interscience, New York, 1963.
- [6] MÜLLER, P.C. und LÜCKEL, J.: "Modale Masse für Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit und Störbarkeit dynamischer Systeme", Z. Angew. Math. Mech., 54 (1974), Heft 4, T. 57.
- [7] DAVISON, E.J. and CHOW, S.G.: "An Algorithm for the Assignment

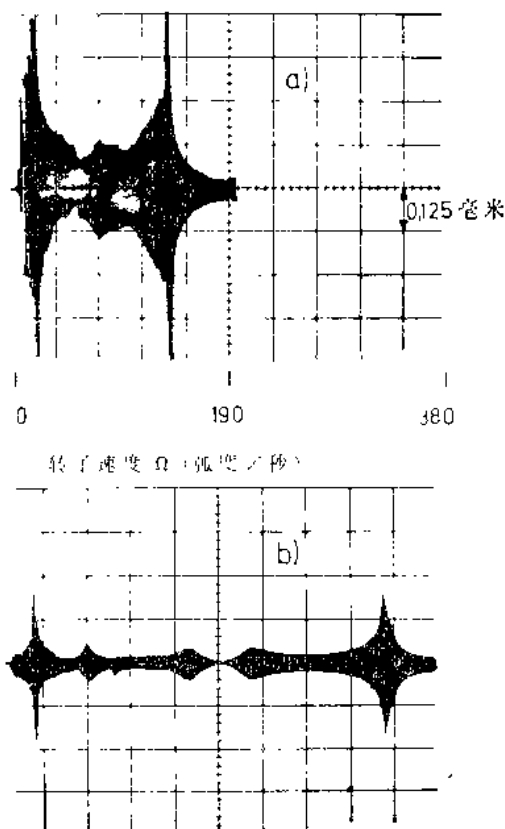


图8 转子停车时测得的共振曲线

- a) 没安装有源阻尼器;
- b) 安装有源阻尼器。

- of Closed-Loop Poles Using Output Feedback in Large Linear Multivariable Systems", IEEE Trans. on AC, Febr. 1973, pp 74-75.
- [8] DRENIGK, R.F.: "Die Optimierung linearer Regelsysteme", Verlag Oldenbourg, München und Wien, 1967.
- [9] KLIMEK, W.: "Ein Beitrag zur messtechnischen Anwendung der aktiven elektromagnetischen Lagerung", Deutsche Luft-und Raumfahrt. Forschungsbericht 72-30, 1972.
- [10] SCHWEITZER, G.: "Stabilisierung eines schnell-drehenden Rotors". Habilitationsschrift, Techn. Univ. München, 1974.

译自 F. I. Nierdson, Dynamics of Rotors, Symposium Lyngby/Denmark, Aug.12--16, 1974, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1975. p. 472—p.493.

气体离心机转子中气体的流型

中山 渡等*

摘要: 为确定气体离心机中气体的质量速度分布,从理论上研究了转子中气体的热对流和弱的受迫流动。认为气体的可压缩性表现为沿径向的密度分层。为证明流场中科里奥利力起支配作用,首先进行了比例分析,分析结果表明,气体离心机中整个流体是由一些非粘性核心组成的,这些非粘性核心由转轴同心的粘性层隔开,并为贴附于转子端盖与侧壁的粘性层所包围。气体从供料口穿过这些粘性层而输运至取料口。

在侧壁附近,热对流表现为环流,是其最大分量的所在,依靠侧壁的温度分布就可控制环流的流型。这些理论结果部分为实验所证实,这个实验能够直接观察转子中空气的流动。

一、引言

了解气体离心机转子中气体的速度分布,对气体离心机的设计和性能分析非常重要。但是,高速转动的转子中气体流动给研究人员带来许多难以解决的问题。首先,气体的运动是三维的,而且气体密度沿径向变化很大,因此,过分简化的一维分析将不可能得出正确的解,即使是近似解。其次,由于缺少合适的、不干扰转动流场的测量方法,观察整个转子中实际速度分布的尝试均归于失败。某些测量技术(例如使用示踪物)可能测定给定的局部位置上的速度分量,但这只能得到研究气体离心机性能所需的一小部分资料。为改变这种状况,看来理论分析是最迫切需要的。通过这种理论分析给出气体流动的逼真的图象。的确,Steenbeck^[1]、Martin^[2]、Parker^[3]、Ging^[4]及Berman^[5]等人都从理论上对流场进行了分析。

这些理论分析的共同缺陷是:(1)对转子的边界作了不真实的简化,(2)没有适当地估计科里奥利力的作用。例如简化的边界是:转子没有端盖,以及端盖无限大而没有侧壁。

由于缺少比例分析,而对科里奥利效应作了适当的处理,为决定在由动力相似性的无因次参数规定的条件下哪些力是重要的,必须作比例分析。如果事先不作适当的比例分析,往往错误地去求解由数量级很小的项组成的一个方程和由数量级很大的项组成的另一个方程。在上述所有过去的分析研究中,轴向动量方程总是与表示刚体转动径向动量平衡的方程一起同时加以求解,而刚体转动径向动量平衡方程包含数量级较大的项。最近西德发表的理论研究^[6]看来也没有确当估计作用在转动气体上的作用力。

*日立有限公司机械工程研究所。

事实上,如果完成了比例分析,就很容易看出轴向流动以及对刚体转动状态的偏离,两者是不可分割的现象。因此,需要同时求解的径向动量方程将由一些小项组成,每个小项代表对基本状态的一种扰动形式。这个概念正是转动流体理论〔7〕的基础,最近几年转动流体理论应用在气象学方面已取得显著进展。虽然转动流体的大多数理论工作涉及不可压缩流体,但对本文必须处理可压缩气体而需要解决的问题,仍然有指导意义。

最近,Mikami发表了两篇关于气体离心机中热对流的理论研究报告〔8,9〕。他的工作沿续了先前研究不可压缩流体时所采用的思路。然而 Mikami 的两篇报告没有详细的比例分析,而且分析需用复杂的计算,来求解速度分布。如果作出适当的比例分析,就能避免复杂的计算。

回顾现有的文献,作者发现对于气体离心机中受迫的轴向气体流动还没有用适当的比例分析进行过理论研究。通常供气与排气都加以控制,因而不会造成气体在气体离心机转子中过度对流,以保证气体离心机能很好进行分离。这样处理受迫流动,将使科里奥利力在决定力场中起重要作用。本文首先介绍热对流和弱受迫流动的比例分析。在求解控制方程之后,则介绍实际气体离心机中(同时存在热对流和受迫流动)速度分布的计算。当然,正如本文所指出的,现在的分析方法也有它的局限性,可是,即使超出本文分析方法的应用范围,作者相信也能提供关于实际气体离心机中流型的有用的近似图象。

二、基本方程和比例分析

1. 基本方程

现考虑半径为 a 、长 $2l'$ 、绕轴以恒定角速度 ω 旋转的转子中可压缩气体的稳态运动。现在的分析基于下列假设:

- (1) 转子的转速较高,因而与离心加速度 ωa^2 相比,重力加速度小得可以忽略不计。
- (2) 转子壁是导热的。
- (3) 气体可看作理想气体。
- (4) 粘度、导热系数及比热为常数。

坐标系随转子转动,如图1所示。在现在比例分析的整个过程中,选用转子半径 a 作为长度的尺度。密度和压力都以转子壁处的 ρ_w 和 p_w 为基准归一化为无量次量。速度尺度用 V_0 表示,温度变化尺度用 ΔT 表示。

当气体保持等温状态而且不受外界干扰时,气体就像刚体一样转动。无量次密度和压力的分布则为

$$\rho_0 = p_0 = \exp \left\{ -\frac{1}{2} M^2 (1 - r^2) \right\} \quad (1)$$

式中 γ 为比热之比, M 为转动马赫数:

$$M = \omega a / \sqrt{\gamma R T_0}$$

式中 R 为气体常数, T_0 为温度, r 为离转轴的无量次径向距离。

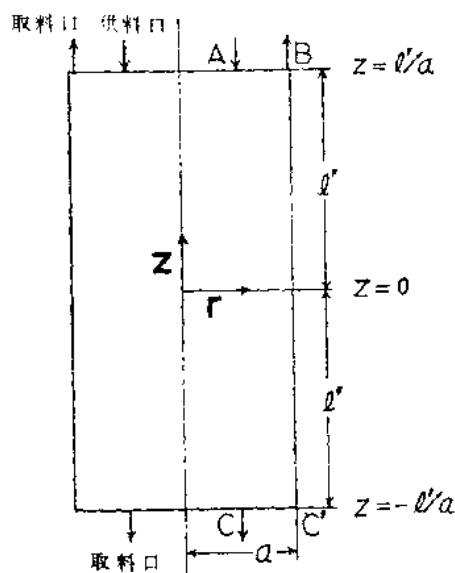


图1 气体离心机转子示意图

气体中温度分布和气体通过转子壁上供料口和取料口的受迫流动都会干扰这种刚体转动状态。图 1 绘出了典型气体离心机中发生的这种情况。

在转子中，气体的运动是三维的，下面用公式对这种运动进行分析描述。推导质量、动量及能量守恒方程时，使用了折合密度和折合压力

$$\rho^* = (\rho - \rho_0) / \rho_0, p^* = (p - p_0) / p_0,$$

可压缩气体的这些守恒方程表示为：

$$\nabla \cdot \{\rho_0(1 + \rho^*) \vec{q}\} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon \left\{ \frac{1}{2} \nabla (\vec{q} \cdot \vec{q}) + (\nabla \times \vec{q}) \times \vec{q} \right\} + 2\vec{k} \times \vec{q} - \frac{\theta}{\varepsilon} \tau \vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{r}) \\ = - \frac{1}{IM^2 \varepsilon (1 + \rho^*)} \nabla p^* + \frac{2E}{\rho_0 (1 + \rho^*)} \nabla \cdot \vec{S} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} - \varepsilon^2 \left\{ \frac{1}{2} \vec{q} \cdot \nabla (\vec{q} \cdot \vec{q}) \right\} - \vec{q} \cdot \left\{ \vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{r}) \right\} \\ + \frac{2\varepsilon E}{\rho_0 (1 + \rho^*)} \left\{ \vec{q} \cdot (\nabla \cdot \vec{S}) + \vec{S} \cdot \nabla \vec{q} \right\} \\ = \frac{\theta}{(I-1)M^2} \vec{q} \cdot \nabla \tau - \frac{E\theta}{(I-1)M^2 \sigma \varepsilon} \cdot \frac{1}{\rho_0 (1 + \rho^*)} \nabla^2 \tau \end{aligned} \quad (4)$$

式中：\$\vec{q}\$：无因次速度矢量

\$\tau\$：折合温度 (\$\tau = (T - T_0) / \Delta T\$)

\$\vec{S}\$：剪切率张量

\$\vec{k}\$：转轴方向上的单位矢量

\$\sigma\$：Prandtl 数

无因次参数为

\$\varepsilon = V_0 / \omega a\$：Rossby 数

\$E = \mu / \rho_0 \omega a^2\$：Ekman 数

\$\theta = \Delta T / T_0\$：温度分数

式中 \$T_0\$：平均绝对温度。

在方程 (3) 中，\$2\vec{k} \times \vec{q}\$ 代表科里奥利力，其重要性将在二、2 和二、3 节中讨论。

构成下列状态方程，就完成了方程系统：

$$p^* = \rho^* + \theta(1 + \rho^*) \tau \quad (5)$$

热对流的数量级和由供料与取料引起的气流的数量级分别加以讨论。为估计气流的数量级，假设热对流是在封闭的转子内进行，而受迫流动是在等温转子内进行。虽然在实际气体离心机中，这两种流动同时存在于同一个转子中，但是，分开估计是允许的，因为完成分离所必须的气体流动一般是弱的，以致可以把实际流型看作是这两种流动的力学叠加。

2. 热对流的比例分析

转子内存在非均匀的温度分布就引起对应的非均匀密度分布，后者又引起一个维持对流的彻体力。这个驱动力由方程 (3) 左边最后一项表示，这一项中 \$\theta/\varepsilon\$ 决定了科里奥利力对气体运动是起重要作用，还是可以忽略不计它的作用。考虑到实际情况下 \$\theta \ll 1\$，则 \$\varepsilon\$ 与 \$\theta\$ 之