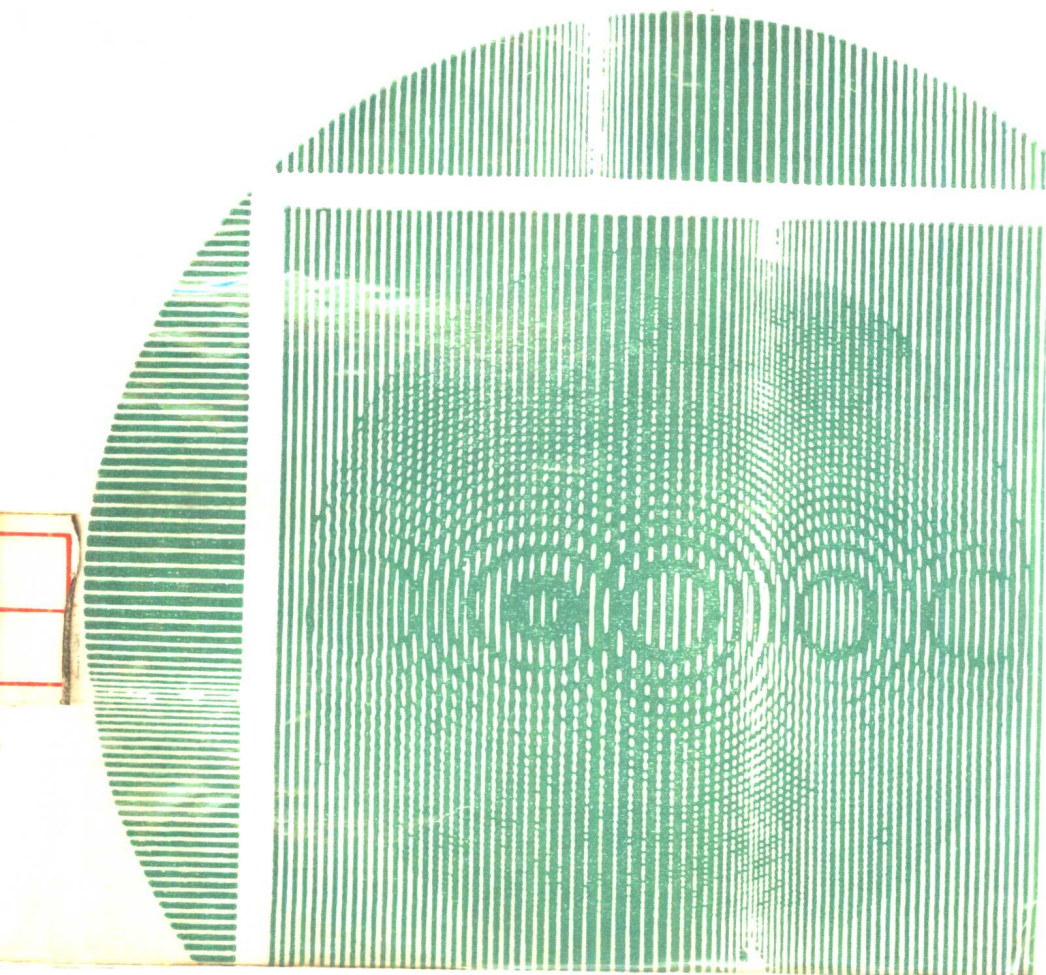


模糊数学与工程科学

王凡 编著



TB111

10

模糊数学与工程科学

王 凡 编著

哈尔滨船舶工程学院出版社

内 容 简 介

本书从一个侧面反映了当今模糊数学向工程科学渗透的一些情况。书中除了较系统地介绍模糊集合论的基本知识外，还对模糊模式识别、模糊聚类分析、综合评判与模糊关系方程、模糊数、模糊规划、模糊控制和模糊系统等重要专题作了介绍，并且紧密结合实际，每一部分都给出一定数量的工程应用实例，因而具有内容丰富、实用性强的特色。

本书可作为工科院校本科生、研究生的选修课教材和自学参考书，对于广大工程技术人员和科研人员，也是一本有益的参考读物。

模糊数学与工程科学

王 凡 编著

哈尔滨船舶工程学院出版社出版
新华书店首都发行所发行
黑龙江省地矿局测绘大队印刷厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张10.5625 字数 283 千字

1988年10月 第1版 1988年10月 第1次印刷

印数：1—1200册

ISBN 7-81007-035-5/O·7

定价：2.10元

前 言

自从美国的控制论专家L.A. Zadeh 于1965年创立了模糊数学这个新的学科之后,迄今虽然只有短短二十多年的时间,可是,模糊数学的发展却异常迅速,其应用范围也在急剧扩大,显示了旺盛的生命力。在人文、社会、经济、医学等领域里,实践已经证明,模糊数学有很好的适宜性,是一个新的有力工具。在现代科学技术中应用模糊集理论,也已取得一些成效,其中关于人工智能的研究,尤为世人所瞩目。

近几年来,作者在自己的专业范围内,对于运用模糊数学这一工具解决某些问题,曾经进行过一些探讨。在这些工作中使我体会到,在力学及工程科学的研究对象中,也同样存在有一些模糊性现象和模糊性因素,并且有时甚至表现得还很突出,因此,应该说模糊数学对于这些学科亦有一定的适用性。不过,由于自然科学传统的模式及研究方法在人们的头脑里根深蒂固,很难一下子改变“非此即彼”的二值逻辑观念,再者,也由于模糊数学本身还处于年轻的发展时期,其理论体系尚未完全形成,所以目前模糊数学的理论和方法并未被人们普遍认识和接受。在此情况下,探索在宏观的物质运动过程及工程问题中的模糊性现象及其表现形式,研究如何把模糊集理论应用于工程科学,就成了一个迫切的任务和崭新的课题。

当今科学发展的显著特点之一,是学科之间的横向交叉和相互渗透日趋广泛和深入。为了适应这一形势发展的需要,作者在自己已有工作的基础上,经参阅国内外有关的文献著述,特地编

写了这本书。本书的主旨，不仅是要向读者介绍一些模糊数学的基础知识及其向传统的力学、工程科学渗透的某些侧面，而且还在于启发一种创新的思路，为研究解决某些新课题而采用新方法提供參考。书中介绍的一些应用举例，范围有限，并且未必都是成熟的或确有实用价值，但是，它们的思想则是新颖而富有启发性的。读者的专业也可能与这些举例相差甚远，不过，“他山之石，可以攻玉”，从领略其处理方法的实质中会有所裨益。还有一点需要加以说明，模糊数学在力学中应用的一个重要方面，是把模糊边界条件引入力学问题，结合传统的经典数学方法进行分析求解。由于当前这方面的资料比较分散，而且要用到力学各个部门的许多专业知识及繁多的经典数学工具，故未将其搜集编入。

本书主要是为工院校的研究生、本科生及一般工程技术人员编写的，因而较侧重于简练实用，对其中的定理均未作严格证明，力求深入浅出，结合举例说明问题。读者只要具有微积分、线性代数和概率论的初步知识即可阅读，不需要更多的数学基础。

本书在编写、修改的过程中，曾得到力学界前辈钱学森教授和钱令希教授的关怀和指教。王光远教授给予了很大支持和帮助，书中较全面地引用了他和他的学生们在“地震烈度的综合评定”及“结构模糊优化设计”方面的研究成果，最后，王光远教授又在百忙中抽出时间，认真仔细地审阅了全部书稿，作者在这里谨向他们表示深深的谢意。

编写这样一本涉及到力学、工程科学和模糊数学等众多学科和多方面内容的书，存在的困难较多，难度也很大，虽然作者尽了最大的努力，但限于个人的水平和能力，书中的缺点和错误一定在所难免，希望能得到读者的批评和指正。

编著者

目 录

第一章 工程科学中的精确性与模糊性	(1)
§ 1-1 绪 言.....	(1)
§ 1-2 抽象简化模型与客观事物的实际.....	(3)
§ 1-3 某些数量化标准的不合理性.....	(6)
§ 1-4 物质运动的中介过渡状态.....	(8)
§ 1-5 复杂化与精确性的矛盾.....	(10)
§ 1-6 模糊数学在工程科学中的应用问题.....	(11)
第二章 模糊集合论基础知识	(14)
§ 2-1 普通集合和特征函数.....	(14)
§ 2-2 子集合与集合的运算.....	(16)
§ 2-3 模糊子集和隶属函数.....	(18)
§ 2-4 模糊集合的运算.....	(22)
§ 2-5 水平截集与支集.....	(24)
§ 2-6 映射与扩展原理.....	(26)
§ 2-7 模糊关系和模糊矩阵.....	(29)
§ 2-8 模糊矩阵的运算.....	(32)
§ 2-9 模糊关系的合成.....	(35)
§ 2-10 广义模糊算子.....	(37)
§ 2-11 模糊事件的概率.....	(39)
第三章 隶属函数的确定和模糊现象的一般描述	(43)
§ 3-1 确定隶属函数的原则和方法.....	(43)
§ 3-2 模糊统计.....	(44)
§ 3-3 二元对比排序法确定隶属函数.....	(48)
§ 3-4 可供选择的常见的模糊分布.....	(51)

§ 3-5	流体中间过渡状态流动的描述	(58)
§ 3-6	钻孔电磁波法中交会法解释的自动成图	(63)
第四章	模糊模式识别	(66)
§ 4-1	最大隶属原则和择近原则	(66)
§ 4-2	几何图形识别	(70)
§ 4-3	喷气发动机自动停车故障诊断	(73)
§ 4-4	石油测井油、水层的识别问题	(79)
§ 4-5	血液流变学指标的个体归类判别	(83)
§ 4-6	手写文字的识别	(87)
第五章	模糊聚类分析及其应用	(96)
§ 5-1	模糊聚类分析的方法步骤	(96)
§ 5-2	模糊等价关系与聚类分析	(100)
§ 5-3	金属相对可磨削加工性的聚类分析	(104)
§ 5-4	水体水质的分类	(108)
§ 5-5	红外谱图的分类存贮及谱图检索	(113)
第六章	综合评判和模糊关系方程及其应用	(121)
§ 6-1	多因素综合评判问题	(121)
§ 6-2	综合评判的模糊数学模型	(122)
§ 6-3	广义模糊运算下的综合评判模型	(124)
§ 6-4	多级综合评判模型	(126)
§ 6-5	应用综合评判法进行金属材料选择	(129)
§ 6-6	利用综合评判进行岩石分类	(135)
§ 6-7	地震烈度的综合评定	(139)
§ 6-8	综合评判的逆问题与模糊关系方程	(148)
§ 6-9	求解模糊关系方程的Tsukamoto方法	(150)
§ 6-10	求解模糊关系方程的简化方法	(156)
§ 6-11	模糊关系方程在化学工程中的应用	(160)
第七章	模糊数及其应用	(164)
§ 7-1	凸模糊集与区间数	(164)

§ 7-2	模糊数及其算术运算	(166)
§ 7-3	模糊正整数	(170)
§ 7-4	指数模糊数、几何模糊数、正态模糊数	(172)
§ 7-5	模糊数的应用	(177)
§ 7-6	模糊数在流体力学中的应用	(180)
第八章	模糊规划	(189)
§ 8-1	模糊规划与模糊条件极值	(189)
§ 8-2	模糊规划不对称模型	(192)
§ 8-3	模糊规划的对称模型	(194)
§ 8-4	模糊规划在摩擦平衡问题中的应用	(196)
§ 8-5	目标函数的模糊化与多目标规划	(202)
§ 8-6	摩擦制动器的模糊优化设计问题	(207)
§ 8-7	模糊博弈	(213)
§ 8-8	模糊决策	(216)
§ 8-9	模糊线性规划	(218)
§ 8-10	结构模糊优化设计	(220)
§ 8-11	抗震结构的模糊优化设计	(236)
第九章	模糊控制原理及其应用	(253)
§ 9-1	模糊控制的基本思想	(253)
§ 9-2	模糊语言变量及其赋值	(255)
§ 9-3	模糊条件语句与控制规则的构成	(258)
§ 9-4	模糊决策的精确化	(264)
§ 9-5	水位的模糊控制	(266)
§ 9-6	太阳能热水——浴洗系统的模糊控制	(273)
§ 9-7	十字路口的交通控制	(283)
§ 9-8	自组织模糊控制器	(290)
§ 9-9	模糊控制的研究发展概况	(296)
第十章	模糊系统简述	(300)
§ 10-1	对模糊系统的描述	(300)

§ 10-2 系统的一般定义	(316)
§ 10-3 模糊算法	(323)

第一章 工程科学中的精确性与模糊性

§1-1 绪 言

力学是许多工程科学的基础，并且是一门历史悠久、对人类文明做出过重大贡献的学科，曾经被人们誉为“科学史上的一个里程碑”。工程科学的范围很广，门类繁多，可以很容易地列举出诸如：土木工程学、水利工程学、机械工程学、动力工程学、航空工程学、船舶工程学、海洋工程学、化学工程学、电子工程学……等等。这些学科大体上都是充分利 用 数、理、化、天、地、生、力学等基础学科的理论 and 成果，侧重于研究解决某些方面的工程实际问题的一些应用性学科。力学，一向以定义严密，建立各种抽象的力学模型，用相应的微分方程加以描述，然后根据边界条件、初始条件求解的特点而著称。工程科学的基本特征，主要表现在对于实际中的各种工程问题，不但要进行物理的、化学的或生物学的分析，而且还需作出明确的数量判断，亦即量化的要求突出。由此可见，精确性是力学和工程科学的共同特点，所以，目前它们的数学基础都是精确的传统经典数学，或称确定性的清晰数学。

然而，精确的经典数学并非尽善尽美，在现实的复杂的事物面前，有时它也会显得无能为力。于是，一门有别于传统的不确定性数学——概率论应运而生，并且也悄悄地打入了力学及许多工程学科之中。工程科学联系实际紧密，重视实用性，因而易于采纳概率论的观点和方法。可是，对于理论性较强、体系比较完整的力学来说，在早些时候却是出乎某些科学家们的意料之外的。正如L.A.Zadeh教授在一次谈话中所说：“在19世纪初，人

们坚定地相信，利用那时由拉格朗日建立的力学能够解决所有物体运动的问题。当时遇到了‘二个物体’，‘三个物体’和‘ n 个物体’的问题。但后来便认识到，不可能在这方面走得太远，因而统计力学便建立了。”（引自“*Coping with The Imprecision of The Real World, An Interview with Lofti-A. Zadeh Communication of the ACM*”，Vol.27, No.4, April 1984。译文见《模糊数学》杂志，〈4〉，1984）历史翻过了新的一页，如今概率统计数学不仅已被普遍地承认和接受，而且广泛地应用于几乎所有的科学领域，某些个别学科甚至是把它当作了自己主要的数学基础，这是因为概率论在研究和处理随机性问题时是一个有效的工具。

随着时代的前进和科学的深化，特别是电子计算机的出现和普遍使用，科学对象中的精确性与模糊性之间的矛盾开始显得突出起来了。为了适应研究和处理模糊现象及模糊信息的需要，几经周折和人们的多方探索，模糊数学终于破土而出。现在，模糊数学的触角已经伸向了社会科学和自然科学的许多部门，实际应用遍及心理、语言、经济、教育、体育、医学、气象、农林、生物、环境等诸多研究领域，大有异军突起之势，成为清晰数学的重要补充。工程科学不可能不受到这种形势的影响，模糊数学也正在向它们渗透。

模糊数学的研究对象是模糊性现象，模糊现象也是一种不确定性现象。在客观事物中存在着两种不确定性，其中一种，是事件本身有着明确的含意，但是事件的出现与否表现出不确定性，因此这种不确定性称为随机性；另一种则是事物本身在概念上就是不清晰的，没有精确的定义和明确的外延，一个对象是否符合这个概念也是难以确定的，所以这种不确定性称为模糊性。概率论研究和处理随机性问题，模糊数学研究和处理模糊性问题，二者都属于不确定性数学，它们之间有着深刻的联系，但又有本质的不同。

模糊概念和模糊性现象，在日常人们的自然语言里大量存在，俯拾皆是，在某些科学技术领域中也常见，例如：“好”与“坏”，“美”与“丑”，“大”与“小”，“高”与“矮”，“冷”与“热”，“青年”与“老年”，“健壮”与“瘦弱”，“贫瘠”与“肥沃”，“丘陵”与“平原”，“多云”与“阴天”，“清洁”与“污染”，……等等。这些概念的本身具有不确定性，而两个对立概念之间也没有绝对清晰分明的界限（有时给出一些数量界限；那也是人为的，并非概念本身的本质属性），其模糊性是十分明显的。力学与工程科学重视精确性，有严格的数量化要求，那么，在它们之中是否也存在有模糊概念和模糊性现象呢？这是首先必须弄清楚的问题，否则，讨论力学、工程学与模糊数学的关系，研究模糊数学在力学及工程科学中的应用，就是无源之水，无本之木，无的放矢和毫无意义了。本章对此将进行一些具体的分析。

§1-2 抽象简化模型与客观事物的实际

在力学的各个分支里，研究对象一般都是些经过抽象和简化的特定的力学模型，如一般力学中的质点及由此延伸而成的刚体，质量——弹簧系统等；固体力学中的连续、均匀、各向同性、小变形的弹性变形体，梁、板、壳等；流体力学中被视为连续介质的不可压缩流体、理想流体等等。这些抽象简化的模型，与客观世界中存在的实际物体自然是有一些出入、不完全一样的。正如A.P.French教授在美国“M.I.T物理学导论丛书”的《牛顿力学》一书中所指出的那样：“牛顿力学的要点是要把一个给定物体的运动用周围环境作用于它的力来分析，因此，从一开始我们考虑的就是各种各样分立的物体，特别感兴趣的是那些可以当作质点处理的物体，这种物体称为粒子。在严格的定义下，自然界中没有什么东西符合这一定义。”

虽然如此，对研究对象进行科学的抽象，合理的简化，仍然是正确的和必要的，因为它可以在一定范围内反映客观事物运动的实际，突出主要矛盾，抓住事物的本质属性，应用传统的经典数学工具进行分析，求得其发展变化规律的精确解，这对于认识事物的运动是有重大作用的。但是，与此同时也应该看到，抽象简化的模型毕竟只是一种近似，它与客观事物的实际并不等同，所以仅有相对正确的意义。我们不能象19世纪某些“乐观的”物理学家们那样，“认为似乎不需要更多的东西来说明整个物理现象的世界了”（A.P.French,《牛顿力学》），“以为一切自然现象都可以用微分方程来描述了”（楼世博等：《模糊数学》）。须知，任何科学假设和理论都有其基本的局限性，力学也不例外。抽象简化模型与客观事物实际之间的矛盾总是存在的，在工程设计中常常要采用一些修正系数，或加上一些安全系数，就是这种矛盾的反映。只有正确地认识抽象简化模型的相对合理性和与客观实际之间的这种矛盾，才能使我们的思想不被禁锢，永远保持从实际出发，深入认识世界和探索创新的活力。在科学史上有很多这样的生动事例，如爱因斯坦创立的相对论，统计力学的诞生和流变力学、非牛顿流体力学的出现等，都是在生产发展的推动下，突破了原有理论体系结构的框架，从实际出发而取得的重大科学进展。相对论力学，是在研究对象并没有多少改变的情况下（原子或亚原子的尺度虽小，但也可以作为粒子看待），出于对分析异常高速运动的需要，爱因斯坦修改了牛顿关于空间和时间的描述，并进而摆脱了“惯性系”，使得有关物质运动的理论提高到了一个新的水平，适用范围大大地扩大了。统计力学则是通过对热现象的精微分析之后，建立了微观结构的模型，并根据需要舍弃了传统的经典数学方法，运用概率论和数理统计这一不确定性数学而取得成功的。流变力学、非牛顿流体力学从现实的某些物质的实际出发，同时考虑粘性和弹性两种物性，从而建立了既不同于流体、又不同于固体的新的模型，以及

描述这种物质特性及其运动的本构方程。上述这些科学成就，不但充实和丰富了人类的科学宝库，为人类社会的进步和物质文明建设做出了巨大贡献，也给我们以很大的启迪，它使我们从中看出，一种科学上的新思想是如何从原有模式中升华、脱颖而出的。

抽象简化模型只具有相对正确的意义，一个重要的依据，是它略去了一些在某种场合被认为是次要的影响因素。如果情况一旦改变，这些所谓的次要因素的影响变得不可忽略时，那么，原来的抽象简化模型便可能从正确转化为不正确。值得注意的是，在那些被略掉的因素中，有的确属“次要”，而有的则是由于带有不清晰不分明的特点，难以建立准确的函数关系才被舍弃的，这后者就属于模糊性的范畴了。对此，我们来分析研究几个具体的例子。例如，水利工程中的掺气水流问题。在流体力学中，一般都是把水流当作均质、连续、不可压缩流体的流动来看待的，它略去了在许多情况下掺入水流中的空气，而实际上水中掺气对水流和建筑物是有直接影响的，为什么不在一开始就把这个影响因素考虑进去呢？究其原因，可能就有一个不甚清晰分明的问题。所谓掺气水流，是一个没有明确外延的概念，水流中究竟掺了多少空气才对流动和建筑物产生不同质的影响？至今还很难说得清楚。再如，光滑铰链这个抽象的模型，首先，“光滑”和“粗糙”就没有一个精确的定义，两者之间也没有绝对分明的界限，主要是靠人脑的判断即主观认定，因此，其中是包含有一定程度的模糊性的。在机械摩擦系统中，带有润滑油的摩擦学过程同样也存在着模糊性。从著名的Stribeck曲线上就可明显地看出，从边界润滑到混合润滑，从混合润滑到完全润滑，它们之间并无清晰分明的界限，这就使得根据七个假设条件推导出的雷诺方程（由纳维尔——斯托克斯方程而来），在用于判别润滑状态时受到了很大限制，所以，直到现在，对润滑状态和润滑极限的判断仍然是一个没有得到很好解决的理论和实际问题。又如人体

循环系统里流动的血液，含有大量的血细胞及其它有机物质，生物流体力学在处理这个问题时，采用了两种不同的简化模型，即在较粗的血管里把血液当作牛顿流体处理，在较细的毛细血管里则需考虑其非牛顿流体特性。这在大多数场合有良好的近似性，与实验（动物）吻合较好。可是，在不同的生理病理状态下，血液的浓、粘、聚、凝特性相差悬殊，变化很大，血管的尺寸只是一种外部的边界条件，如果血液的血球压积、粘度和纤维蛋白原值极高（病理状态下），血细胞聚凝成了较大尺度的微团，而血液粘度又很大，虽则血管直径较粗，其非牛顿流体的性状就是不可忽视的了。但是，这只是一种极端的情况，血液的非牛顿流体特性究竟对其流动形态影响到什么程度？在不同生理病理状态下其非牛顿流体特性究竟能有多大变异？这些问题在当前很难说得清楚，采用模糊数学的方法处理似可更能接近于客观实际，因为从医学上提取的信息，有很多是不够分明的模糊信息。由以上几个例子的分析中可见，抽象简化模型在某些场合与客观事物的实际之间显露出的矛盾，有一些可能是属于未充分考虑事物的模糊性而引起的。对于此类问题，合理的解决办法是在应用抽象简化模型的时候，把其中的模糊因素加以考虑，并给以恰当的处理，在这里，模糊数学将能发挥良好的作用。

§1-3 某些数量化标准的不合理性

工程科学的主要特点之一，是要求数量化，其中的某些设计参数，一般都要通过实验或其它方法，结合理论分析或经验总结，提出一些确定性的数值，作为设计、判别或分类分级的标准，成为规范。这些数值，有时是一个值点，有时则有一个限定的变动区间。例如，在钢结构设计中，对于某种钢材，规范中规定其许用应力为

$$-1200 \leq \sigma_{\text{许}} \leq 1800 (\text{公斤力/厘米}^2)$$

再如在岩土工程中，我国解放初期采用的对岩石的分类如表 1-1 所示。

表1-1

岩石类型	岩石极限压强 (公斤力/厘米 ²)	岩石平均单位质量 (公斤/米 ³)
软 石	<400	1100~2700
次坚石	400~1000	2200~3000
坚 石	>1000	2500~3000

又如水利工程中，对渠道水流的最大流速，根据渠底的土壤情况有以下限制规定：

表1-2

渠底土壤类别	水力半径 (米)	最大允许流速 (米/秒)
疏松壤土、尘沙	1~3	0.7~0.8
坚实沙壤土	1~3	1.0
轻壤土 (黄土)	1~3	0.7~0.8
中壤土	1~3	1.0
坚实壤土	1~3	1.1~1.2
软粘土	1~3	0.7
标准粘土	1~3	1.2~1.4
实粘土	1~3	1.5~1.8
泥 土	1~3	0.5~0.6

如此等等。从以上三个例子来看，其中的物理参数似乎都有明确的界限，但是经过仔细的分析便可发现，那些确定性的数据之中包含有某种不合理性。比如钢材的应力 $\sigma = 1800$ (公斤力/厘米²) 是允许的，而 $\sigma = 1801$ (公斤力/厘米²) 就是不允许的，令人难以信服，因为 1800 (公斤力/厘米²) 与 1801 (公斤力/厘米²) 在本质上

并无什么差别；表1-1中的压强从小于400(公斤力/厘米²)过渡到大于400(公斤力/厘米²)，或者从小于1000(公斤力/厘米²)过渡到大于1000(公斤力/厘米²)，岩石本身并不可能产生质的飞跃，所以，硬要以400(公斤力/厘米²)作为软石和次坚石的分界，以1000(公斤力/厘米²)作为次坚石和坚石的分界，只是一种人为的划分而已；表1-2中最大允许流速的规定，是只考虑渠底土壤类别而没有考虑其它条件(如水草、杂物等)作出的。即使如此，在两个数值如0.7和0.8或1.1与1.2等之间，怎样选定最大允许流速，它们是否具有同等地位，也是难以确定的，因此，同样不够合理。这实际上是把一些复杂的模糊性现象简单化地处理成了清晰现象，两种类别和两种状态之间的边界本来是游移的，可是这里却把它们“一刀切”了。对于这种人为的硬性划分，早就有人认为不合理，但是没有妥善的解决办法。“一刀切”的处理方法，不仅是不合理，并且容易给工程设计带来泯没最佳方案或较优方案的后果，造成经济上的损失。解决这一矛盾的方法，从当前来说，只要在工程设计中用模糊边界来代替人为硬性划分的清晰边界，就能有所改善。

§1-4 物质运动的中介过渡状态

物质的运动从一种状态向另一种状态转变时，一般可能采取突变和渐变这两种形式。突变，在哲学上称为飞跃，是一种质变。法国数学家 *Rene' Thom* 在1968年曾建立了数学上的突变理论，系统地论述有关突变的问题，并经过严密的数学推导，得出了自然界中的各种突变只有七种基本方式的结论。由此可见，对于突变，可以应用数学语言进行描述和刻划。在客观世界中，物质运动两种状态的变化采取渐变的形式更为普遍，并且往往都要经历一个中介过渡的过程。从广义上说，如同我们在前两节里所讲的两个互有联系的概念之间缺乏清晰分明的界限，或者是不能