YOUHUASHEJIFANGFA

卜英勇编著

优化设计方法

优化设计方法

卜英勇编著

中南工业大学出版社

内 容 提 要

本书是学习优化设计方法的入门书籍。全书共八章。系统地介绍了当前最常用的以线性规划、非线性规划、动态规划为基础的优化设计方法的基本理论和基本方法。着眼于应用，收编有6个常用的 BASIC 程序和许多应用实例。并附有习题，便于自学。

本书可作为高等工业学校（尤其是矿山机械专业）高年级学生和研究生的选修课教材，亦可供科学管理以及设计、研究部门技术人员参考。

优化设计方法

编　　著　　卜英勇

责任编辑　　刘楷英

*

中南工业大学出版社出版发行

湖南省新华书店经销

中南工业大学出版社印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32　字数250千字　印张 11.25

一九八六年十月第一版　一九八六年十月第一次印刷

印数 0001—2000 册

统一书号：17442·007　定价：1.80元

前　　言

随着工程和技术的复杂化、大型化与精密化，许多问题希望通过适当的数学方法，经由电子计算机计算而获得最优的效果，这就是最优化(设计)问题。虽然现代最优化理论是近二、三十年才发展起来的新学科，但今天，“最优化”这一概念，已成为解决经济和工程技术问题的一个普遍原则。可以相信，在国民经济各部门和科学技术的各个领域中，最优化设计将发挥出越来越大的作用。

1980年，为提高教学质量、推广最优化设计方法，曾编写了《最优设计》选修课教材，尔后又做了两次修改，得到了多方面的鼓励和很多宝贵意见。本书是在此基础上，结合几年来的教学经验和研究成果，并吸收了国内外大量资料编写而成的。

考虑到工程技术人员所解决的问题中，通常既有工程计算型的，也有科学管理型的，因而本书既介绍了非线性规划方法，也介绍了线性规划和动态规划方法。同时又考虑到本书将作为矿业机械专业教材之用，书中例子大多为机械设计类型的，但就其原理和适用而言，对其他专业也有通用性。

在教学和编书过程中，思想上有一个明确的目标：读者若具有一定程序语言基础，学习本书后，应能直接运用计算机解决实际问题。故将近年来自己编制的部分实用计算机程序及其使用说明附于所述方法之末。希望能为读者掌握软件，运用软件提供捷径。

为了减少对数学预备知识的准备，尽可能使理论叙述得通俗一些。有些问题仅从二维情形作几何解释后便直接推广到 n 维空间，而未作数学证明和推导。虽然，这在理论上是粗糙的，欠严谨的，鉴于这是一本优化设计入门书，主要目的是让读者掌握和运用优化设计方法，解决实际问题。故这样处理，有利于读者学习。

因篇幅有限，一些非常用的方法，如拉格朗日乘子法等，均未编入。这也是符合“实用”这一目标的。对这些方法感兴趣的读者可参阅其他书籍。

全书内容大体可分三部分。第一部分主要是第一章，介绍优化设计的基本概念。第二部分是第二章到第七章，具体介绍优化设计的理论、方法和程序。第三部分是第八章，介绍优化设计在矿山机械方面的应用实例，并通过实例阐述实型参数圆整的方法。

编写本书，虽然是基于一些实践和教学经验基础之上。但总的说来还是在匆忙中完成的，加上经验和水平有限，书中难免存在不少欠妥和错误疏漏之处，恳请读者批评指正。

编　　者

1985年11月

目　　录

第一章　优化设计引论

第一节　最优化及其发展简史

一、什么是最优化

我们做任何工作时，总希望选用的方案是所有可行方案中最优的方案。例如：

安排生产计划时，希望在现有人力、物力条件下，总产值最高；

机械设计时，希望在保证强度、刚度等条件下，其实用价值最高；

配料时，则希望在保证质量前提下，成本最低；

物资调配时，希望调配合理、使运输费用最省。

另外，在自动控制、农业、林业、商业和国防等方面都存在着大量的寻求最优结果的问题。

求所需要量的极大值或不需要量的极小值的过程就称为最优化。可见，在生产、科研的各个领域，普遍存在着最优化问题。

最优化思想古今中外皆有之。但就方法而言，大致有以下几种。

（1）直觉优化法　设计者运用自己的知识、经验和逻辑判断才能，在有限几个方案中选择最佳方案。

（2）试探优化法　在经验不足、或对产品机理不清楚时，对设计的物理模型进行试验、探测，再根据试探结果的好坏选择最优方案。

（3）统计分析优化法　又称价值分析优化法。根据长期的统计资料，对有限的几种方案进行价值分析，再根据价值大小选择最优方案。

（4）进化优化法　这是一种自然力的优化。它是靠产品或系统的自然竞争和淘汰进行优化。

（5）数学优化法　这是建立在数学规划基础上的比较严密、精确的优化方法。

所有这些优化方法都是重要的和不可偏废的。但因篇幅有限，本书主要讨论以数学优化方法为基础的优化设计方法。

二、数学最优化和优化设计发展简史

早在古希腊，就有人提出了两点间最短的距离是连接它们的直线这一朴素的最优化原则。但是最早运用最优化理论求最优值的例子开始于十七世纪，弗边特(Fermat)在其曲线数值计算中发现：函数值为最大或最小时，它的变化速度降为零。后来微积分学的创立证实了这个原则。当时，人们用这个原则求解一些非常简单的问题。正是在这些寻求最优的问题中，伯努利(Bernoulli)、欧拉(Euler)及拉格朗日（Lagrange）建立了变分法。十九世纪中叶，产生了梯度法、牛顿法和拉格朗日乘子法等最优化方法。但是，直到二十世纪中叶，高速电子计算机出现之前，设计人员对最优化理论是没有多少兴趣的。通常，他们仅通过令一阶导数等于零求解一些非常简单的问题的极大值或极小值。那时候，设计师和专家们只关心他们专业的详细技术，

而不注意设计的共性，缺乏对最优化理论的实际要求，自然也阻碍了它的发展。但是，当工业系统发展得更大、更复杂、设计师涉及到的专业面更宽时，用更精确、更有效的方法处理运算问题提到日程上来了。为此，运筹学在第二次世界大战中建立并发展了起来。运筹学的成功促进了与工业运算紧密相关的最优化理论的发展。一九四六年，第一台电子计算机诞生了，这使得冗长的、但却是必要的运算第一次得以实现。一九四七年，美国人格·丹茨格（G. Dantzig）发表了线性规划的单纯形法。线性规划的大量运用，以及将其扩展到可化为线性近似的不太复杂的非线性系统，可看作是现代最优化理论的开端。

线性规划的成功，使得运筹学研究人员加紧研究其他的最优化方法。一九五二年，贝尔曼（Bellman）提出了数学归纳法形式的动态规划方法。奥秘的群数学和集合论也发展起来。在种种非线性最优化方法如雨后春笋般发展起来的同时，许多优秀的计算机算法语言及程序框图也迅速地发展起来，以适应迭代法求解带有或不带有约束条件的局部最优解。

所有这些成就，使得最优化理论积累了足够的内容，并有资格成为一个有明显特征的数学小分支。该分支对于工程设计人员来说，称为最优化方法，而对于运筹学家和电子计算机科学家来说，则称为数学规划。

最优化设计是在最优化方法，即各种线性规划和非线性规划方法的基础上发展起来的一门现代化设计方法学。它首先在结构设计、化学工程和机构学中得到应用。随着科学技术的飞速发展，需要解决的工程和技术问题的复杂化、大型化和精密化程度越来越高，经济计划及管理也向更科学、更综合的方向发展，而最优化设计正是解决这些问题的最有效手段之一。于

是，最优化设计在各个领域迅速地发展起来。前几年，国内广泛推行的优选法，也属于这个范畴，并取得了显著的成就。

如同优化设计在其他部门迅速向纵深发展一样，最优化设计方法也广泛地应用于机械行业中，如零部件的优化设计，结构及其运动参数的优化设计，工艺设备基本参数的优化设计，子系统的优化设计等，并产生了许多标准的优化程序。可以相信，最优化设计方法在各行业的应用将更广泛、更深入，并取得更大的成绩。

由于种种原因，最优化设计方法目前在国内还没有普遍地被广大工程技术人员所认识、所掌握。让更多的人尽快地掌握最优化设计方法，对于提高设计水平、改进产品质量，为四化做贡献是很有意义的。

第二节　最优化设计基本概念

一、问题的基本形式

最优化设计主要研究和解决两大类问题：

（1）如何将最优化问题表示成数学模型；（2）如何根据数学模型尽快地求出其最优解。现举两例说明最优化设计问题的基本形式。

例1-1　设用45#钢制造一根圆杆。杆两端将承受一脉动循环交变变化的轴向拉力(见图1—1)。若安全系数$N=4$。问怎样设计才能使杆在力的一个交变周期内吸收能量最多。要求杆的最大长度不大于200mm，最小长度不短于150mm，最大直径不大于30mm。

解　设δ是最大轴向力F_{max}作用下杆的最大伸长量。由

材料力学知，一个周期内此杆吸收的能量为

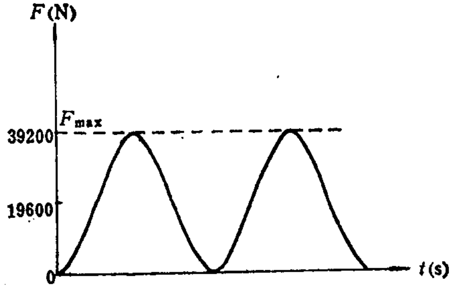

图1—1　杆端承受的交变载荷

$$U=\frac{1}{2}F_{max}\cdot\delta\cdot\frac{1}{100}$$

而

$$\delta=F_{max}\cdot l/(\pi d^2/4)\cdot E\cdot 10^{-4}$$

式中　E ——材料的弹性模量，2.058×10^5MPa；

l——杆的长度，cm；

d——杆的直径、cm。

以式(1-1)表示吸收的能量最大

$$U=\max\{10^4\cdot l(F_{max})^2/50\cdot\pi\cdot d^2\cdot E\} \tag{1-1}$$

将具体值代入，得

$$U=\max\{0.4753l/d^2\} \tag{1-2}$$

显然，d 和 l 取不同值时，由式（1-2）求得的 U 值亦不等。但是，d 和 l 的取值是受制约的。

（1）杆长不大于 $l_{max}=20$cm，即

$$l_{max}-l\geqslant 0$$

将具体值代入，有

$$20-l\geqslant 0 \tag{1-3}$$

现将 $20-l=0$ 这条直线画在 lod 坐标平面内（见图1—2）。显然，取此线下方任意值 l 均满足式（1-3）条件。

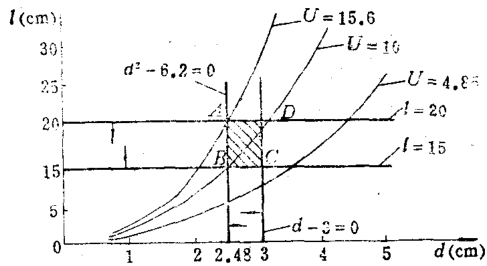

图1—2　能量值与约束条件的关系

（2）杆长不小于 $l_{min}=15\text{cm}$　同理有

$$l-15\geqslant 0 \tag{1-4}$$

也将 $l-15=0$ 这条直线画在此平面中。

（3）杆的直径不大于 $d_{max}=3\text{ cm}$　即

$$3-d\geqslant 0 \tag{1-5}$$

再将 $d-3=0$ 的直线画在此平面中。显然，凡落在此直线左边和 l 轴右边的任意值 d 都满足式（1-5）。

（4）杆的强度限制，因杆上作用有交变轴向力，必须考虑杆的疲劳破坏。由疲劳破坏理论知，最大拉应力应满足下列条件。

$$\sigma_{max}-(1-p)\sigma_m\leqslant\frac{Se}{N}$$

式中　σ_m——交变应力平均值，$\sigma_m=\frac{1}{2}\sigma_{max}$

S_e——疲劳强度极限应力，取2.94×10^2 MPa

N——安全系数，$N=4$；

P——系数，$P=S_e/S_y$

S_y——材料曲服强度极限应力，取325.8 MPa；

σ_{max}——最大轴向拉应力。

$$\sigma_{max}=\frac{F_{max}}{\pi d^2/4}$$

代入具体值，得

$$\sigma_{max}=49910/d^2$$

于是有

$$d^2-6.2\geqslant0 \tag{1-6}$$

最后，将$d^2-6.2=0$也画在该平面中。可以看出，同时满足式(1-3)、(1-4)、(1-5)和(1-6)的点只能是区域$ABCD$的内点。区域$ABCD$称为此问题的可行域。

若分别令$U=0.4753$，$U=0.98$和$U=1.5288$，由式(1-2)可画出三条等值线（见图1—2)。显然，越靠近左上方的等值线，U值也越高。因而，可行域左上角点A是既满足式(1-3)、(1-4)、(1-5)和式(1-6)，且能使能量U取值最大的点，即为最优设计点。此时

$$U_{max}=1.5288\quad \mathrm{J}$$

$$d=2.48\mathrm{cm},\qquad l=20\mathrm{cm}$$

若令$x_1=d$，$x_2=l$，则式(1-2)～式(1-6)可改写成：

$$U=\max f(\mathbf{X})=\max\{0.4753x_2/x_1^2\} \tag{1-7}$$

受约束于

$$\left.\begin{aligned}20-x_2\geqslant0\\x_2-15\geqslant0\\3-x_1\geqslant0\\x_1^2-6.2\geqslant0\end{aligned}\right\} \tag{1-8}$$

因 x_1，x_2 必须是正值，还应有

$$x_1 \geqslant 0 \tag{1-9}$$

式（1-7）、(1-8)和(1-9)称为该问题的数学模型。式(1-7)表示设计所追求的目标，故称之为目标函数。式(1-8)和(1-9)是对目标函数取值的限制，称为约束条件（或约束函数）。

例1-2 设制造某种机床，需要甲、乙、丙三种长短不等的轴。轴的规格及一台机床需要量见表1—1。现有长5.5m的圆钢。若生产100台机床，最少需用圆钢多少根？

表1—1 轴的规格及用量表

毛坯种类	规格（m）	一台机床用量（根）
甲	3.1	1
乙	2.1	2
丙	1.2	4

表1—2 圆钢的截法

截法	截3.1m根数	截2.1m根数	截1.2m根数	余料长度（m）
①	1	1	0	0.3
②	1	0	2	0.0
③	0	2	1	0.1
④	0	1	2	1.0
⑤	0	0	4	0.7

解 显然，将圆钢截成轴的方法有5种（见表1—2）。现在的问题是，每种方法各截几根才能配成100套机床，且使花费的原材料总根数最少。

设方法①、②、③、④和⑤截取圆钢的根数各是 x_1,x_2、x_3、x_4和x_5。故截取的总根数为

$$f(\mathbf{X}) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$$

因要求所用的圆钢总根数最少。以式（1-10）表示之。

$$U = \min f(\mathbf{X}) = \min\{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5\} \qquad (1\text{-}10)$$

为配成100台机床，式（1-10）受约束于

$$\left.\begin{array}{lr} x_1 + x_2 & = 100 \\ x_1 \qquad + 2x_3 + x_4 & = 200 \\ 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 4x_5 & = 400 \end{array}\right\} \qquad (1\text{-}11)$$

变量 $x_j(j=1,2,\cdots,5)$必须保持非负才有意义，即

$$x_j \geqslant 0 \qquad (j=1,2,\cdots,5) \qquad (1\text{-}12)$$

同样地，式(1-10)、(1-11）和式（1-12）称为该问题的数学模型。并称式（1-10）为目标函数，式（1-11)和式(1-12）为约束条件（或约束函数）。

二、最优化设计的数学表达形式

1． 设计变量

设计人员能够调整的、以使设计产品满足使用要求的参数叫设计变量，设计人员不能改变的参数叫给定参数。如例 1-1 中轴的直径 x_1 和长度 x_2，例1-2中，各种方法所截取的圆钢的根数 x_1、x_2、…、x_5 都是设计变量。而重力加速度、比重、单价等都是给定参数。设计变量通常以 x_1，x_2，…，x_n 表示，并构成以各设计变量为基底的设计向量，记作

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^{\mathrm{T}}$$

当然，可以把 $\mathbf{X}$ 看作 n 维设计空间的一个设计点，记作 $\mathbf{X} \in R^n$。一设计点就代表一个设计方案。n 表示设计变量的个数。当 $n=2$ 时，就说这是一个二维最优化设计问题；当 $n=3$ 时，便是一个三维最优化设计问题；余此类推，当设计变量数为 n 时，就是一个 n 维最优化设计问题。一般说来，维数越高，问题也就越复杂。

一般情况下，设计空间是一个连续的 n 维欧氏空间。但有时会遇到一些离散设计变量，如齿轮模数、标准设计的分级标准、钢材规格等。凡遇到这种情况，在整数规划无法解决时，一般仍将其视为连续量，最终确定方案时，选取其邻近的离散值作为最优解。

2． 目标函数

目标函数是根据价值准则建立起来的关于设计变量的函数。如例1-1中，杆的实用价值的大小取决于一个周期内它所吸收能量的多少。在例1-2中，钢材品种确定后、用材根数越少，其成本也越低，于是价值就越高。通常目标函数表示成

$$U=\min f(\mathbf{X})=\min\{f(x_1,x_2,\cdots,x_n)\} \tag{1-13}$$

或者

$$U=\max f(\mathbf{X})=\max\{f(x_1,x_2,\cdots,x_n)\} \tag{1-14}$$

当一个系统或产品的价值由多项子价值准则决定时，目标函数的建立要复杂得多，详细情形见本章第三节多参数优化等内容。

3． 约束条件

在实际问题中，目标函数取值一般都不是没有限制的。对目标函数取值的限制称为约束条件，有时又叫约束函数。它是为了保证设计方案能够满足使用上的各种要求而建立的。约束