高等学校试用教材

工程力学

下册

上海化工学院
无锡轻工业学院
编

高等教育出版社

高等学校试用教材

工 程 力 学

下 册

上海化工学院
无锡轻工业学院 编

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

工程力学　下册/上海化工学院,无锡轻工学院编. —北京:高等教育出版社,1979.5 (2001 重印)

高等学校试用教材

ISBN 7-04-001463-7

Ⅰ.工…　Ⅱ.①上…②无…　Ⅲ.工程力学-高等学校-教材　Ⅳ.TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 0000 * 号

出版发行　高等教育出版社
社　　址　北京市东城区沙滩后街 55 号　　邮政编码　100009
电　　话　010—64054588　　传　　真　010—64014048
网　　址　http://www.hep.edu.cn

经　　销　新华书店北京发行所
印　　刷　高等教育出版社印刷厂

开　　本　787×1092　1/32　　版　　次　1979 年 5 月第 1 版
印　　张　7.5　　印　　次　2001 年5月第22次印刷
字　　数　180 000　　定　　价　6.20　元

目　录

第三篇　运动学与动力学

导言……1
第十五章　质点的运动……4
§15-1　点的平面曲线运动，确定动点位置的方法……4
§15-2　点的速度和加速度的自然坐标表示法……8
§15-3　点的速度和加速度的直角坐标表示法……17
§15-4　质点动力学的基本定律……22
§15-5　质点的运动微分方程……24
§15-6　达朗伯原理，动静法……30
习题……35
第十六章　刚体的平动与绕定轴转动……41
§16-1　刚体运动的两种基本形式……41
§16-2　刚体的平动……42
§16-3　质心，刚体作平动时惯性力的简化，质心运动定理……44
§16-4　刚体绕定轴转动……49
§16-5　转动刚体上各点的速度与加速度……53
§16-6　刚体绕定轴转动的微分方程……57
§16-7　转动惯量与回转半径……60
§16-8　刚体绕定轴转动微分方程的应用举例……66
§16-9　刚体绕垂直于其对称平面的定轴转动时其惯性力系的简化，动反力的概念……69
习题……75
第十七章　点的复合运动……81
§17-1　复合运动的基本概念……81
§17-2　点的速度合成定理……84
§17-3　互不相关两动点的相对速度……92
习题……96

第十八章　刚体的平面运动……102
§18-1　刚体平面运动概述……102
§18-2　平面运动分解为平动与转动，平面图形的运动方程……103
§18-3　平面图形内各点的速度分析——合成法……106
§18-4　平面图形内各点的速度分析——瞬心法……113
习题……121
第十九章　功能原理……127
§19-1　功和功率……127
§19-2　质点和刚体的动能……136
§19-3　动能定理……138
习题……147

第四篇　专　　题

第二十章　单自由度系统的振动……152
§20-1　振动的概念……152
§20-2　单自由度系统的自由振动……153
§20-3　单自由度系统的阻尼振动……159
§20-4　单自由度系统的强迫振动……165
§20-5　隔振和消振的概念……172
习题……172
第二十一章　动应力的计算……175
§21-1　动应力的概念……175
§21-2　构件作匀加速直线平动和匀速转动时的应力计算……176
§21-3　构件受冲击时的应力和变形计算……180
§21-4　振动应力的概念及计算……188
习题……190
第二十二章　薄壁容器的力学基础……194
§22-1　薄壁容器的概念和实例……194
§22-2　薄壁容器的应力计算……194
§22-3　薄壁容器的强度条件……201
§22-4　外压薄壁圆筒的失稳现象……204

习题……………………………………………………………………………………208
第二十三章　厚壁圆筒的力学基础………………………………………………210
§23-1　厚壁圆筒的概念和实例……………………………………………………210
§23-2　厚壁圆筒的应力计算………………………………………………………210
§23-3　内压厚壁圆筒的强度条件…………………………………………………215
习题……………………………………………………………………………………219
第二十四章　断裂韧性……………………………………………………………220
§24-1　脆性断裂与塑性断裂………………………………………………………220
§24-2　裂缝的形成及其重要性……………………………………………………221
§24-3　线弹性断裂力学的应力强度因子 K ……………………………………223
习题答案……………………………………………………………………………226

第三篇　运动学与动力学

导　　言

在前面两篇中，我们研究了力系的简化方法，建立了作用于物体上力系的平衡条件，分析了杆件在静力作用下的强度和刚度问题。但是在选用和设计机器或设备时，还常常要求我们对机构的运动规律及其所受的力与运动变化之间的关系，作一定的力学分析，这就是本篇所要研究的内容。

我们看到，世界上所有的物质无不处于变化、运动之中，一切静止和平衡都是暂时的、相对的。运动是物质存在的形式，是物质本身固有的属性。

一切物体的运动都发生在空间和时间之中。人们从一年四季的周期性变化，从昼夜的变化，从一切事物发展的先后次序，认识了时间的连续性和不可逆性；从物体的大小、形状以及物体间的相互位置与分布等，认识了空间的三度伸张性。这说明作为物质存在形式的时间、空间是不能脱离物质而独立存在。近代物理学的研究进一步指出，时间与空间的度量还依赖于物体系统运动的速度，不过这种依赖关系在数量上的反映，只在物体的速度接近光速时才较显著。而在一般工程问题中，物体的速度远小于光速，因此我们仍可把时间、空间的度量看作与运动无关。虽然这是近似的，但实用上已足够精确。即认为空间就是欧几里得几何学的三度空间，因而欧几里得几何学公理所推出的结论，在工程力学中是适用的；同时把时间看作是均匀消逝着的自变量，在任何地方计算时间

的尺度都是一样的。

在工程力学中，如上册中所述，我们采用国际单位制(SI)，即在基本单位中，长度的单位是米(m)，时间的单位是秒(s)，质量的单位是公斤(kg)。

在度量时间时，常用到两个不同的概念：瞬时 t 和时间间隔 Δt。瞬时就是指某一刹那时刻，时间间隔是指两个瞬时之间所经历的一段时间。时间间隔总是对应于运动的某个过程；而瞬时则是指时间间隔趋于零的一刹那，它对应于运动的瞬时状态。

在研究物体的运动时，必须选取另一物体作为参考体来描述，否则就无法说明物体在空间的位置和运动。通常在参考体上还固连一个坐标系，以利于运动的分析，这个坐标系称为参考坐标系或参考系。给定了参考系后，就能描述物体的运动。如果物体在参考系中的位置不随时间变化，就说明物体对这个参考系处于静止状态。反之，若物体在参考系中的位置随时间而变化，就说明物体对这个参考系是处于运动状态。显然，物体在空间运动的情况将随着参考系的不同而有不同的描述。例如，固连于运动着的车厢上的物体，由静坐在车厢中的乘客看来是静止的；但由站在地面上的人看来，这物体却是随着车厢一起在运动；又如当该物体在车厢中下落时，由静坐在车厢里的乘客看来，它作直线下落运动，但由站在地面上的人看来，它却作曲线下落运动。

工程上最常用的参考系是与地球相固连的参考系。

为了学习上的方便，在下面几章里，我们常分几步来讨论物体的机械运动：首先只分析物体的位置变化，而不去考虑它变化的原因，这部分内容称为运动学。然后再进一步研究使物体运动状态发生变化的原因，也就是分析作用于物体上的力与物体运动变化之间的关系，这部分内容称为动力学。

在本篇中，我们先研究质点运动，所谓质点，是指一个经过抽

象简化了的力学模型，它具有一定的质量和空间位置，但可不计其大小和形状。然后在这个基础上进而研究刚体的平动、转动和复合运动。并以平面运动的问题为主。

运动学一方面为研究动力学建立基础，另一方面它本身也有其独立的意义。例如在某些机械设计中，对于机械的运动分析常常是主要的。

第十五章　质点的运动

§15-1　点的平面曲线运动，确定动点位置的方法

在分析质点的运动规律时，由于不讨论质点运动变化的原因，就可不考虑质点的质量。这样，就又可把质点简化为点，即质点的运动可看成所谓点的运动，就是没有尺寸大小的几何点的运动。

点在空间运动时所经过的一条线，称为动点的轨迹。若动点的轨迹为一直线，则运动称为点的直线运动；若为一平面曲线，则称为点的平面曲线运动。点的直线运动，可以看作点的平面曲线运动的特例。

描述点的运动，首先需要确定动点在每一瞬时的位置。表示动点位置的方法，常用的有自然坐标法、直角坐标法和矢径法等。

(1) 自然坐标法　设动点M的轨迹为已知(图 15-1)，要确定该点的位置，可先在轨迹上任取某一定点O为参考点，并在点O沿轨迹的两侧定出正负方向。于是，动点M在某一瞬时的位置，即可由弧长$s=\overset{\frown}{OM}$来表示。此处s是一个代数量，称为点M的弧坐标。若动点M在轨迹上位于正向一侧，则s为正，反之为负。当动点M沿已知轨迹运动时，弧长s将随着时间而不断地变化，故弧长s是时间t的单值连续函数，即

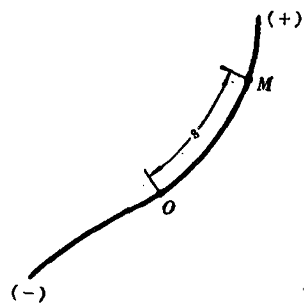


图　15-1

$$s=f(t) \tag{15-1}$$

当动点M的轨迹为已知时，通过上式就可描述该点的运动情况，这种研究动点运动的方法，称为自然坐标法。式(15-1)称为动点沿已知轨迹的运动方程或运动规律。

例如，一匀速行驶的火车，就是以其所在的铁路轨道为其运动轨迹的，若取轨道上某一定点作为计算的起点，并定出轨迹上弧坐标的正向，假设已知火车的运动方程为

$$s=60t$$

式中 s 以公里(km)计，t 以小时(h)，则只要给定时间 t 的值，就可确定在该瞬时火车在轨道上的位置。

(2) 直角坐标法　如在动点 M 的运动平面内任意建立一个直角坐标系 Oxy(见图 15-2)，则动点 M 在该平面内的位置，就可由 x、y 两个坐标值来确定。且 x、y 都是时间 t 的单值连续函数，即

$$\left.\begin{aligned}x&=f_1(t)\\y&=f_2(t)\end{aligned}\right\} \tag{15-2}$$

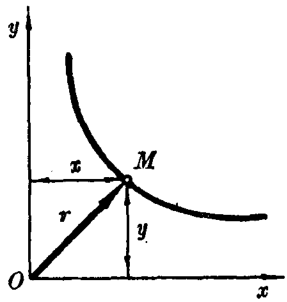


图　15-2

这组方程称为以直角坐标表示的动点运动方程或运动规律。如果从式(15-2)中消去时间参数 t，所得的方程

$$F(x,y)=0$$

这就是与时间 t 无关的动点的轨迹方程。

(3) 矢径法　动点M在平面内的位置，也可用矢径 $\boldsymbol{r}$(即从坐标原点O引到动点M的矢)来表示(图 15-2)。当点M运动时，矢径 $\boldsymbol{r}$ 随时间而变化，它是时间的矢函数，即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{15-3}$$

上式是以矢量表示的运动方程或运动规律。显然，矢径 $\boldsymbol{r}$ 随动点在

空间经过的矢端曲线就是动点M的运动轨迹。矢径 $\boldsymbol{r}$ 在直角坐标轴上的投影分别为点M的直角坐标 x、y。

以上三种表示方法，当动点的轨迹为已知时，应用自然坐标法求解问题较为方便，例如求解动点作圆周运动的问题，就常采用自然坐标法；直角坐标法不论轨迹是否已知都可普遍应用；矢径法则在推导公式时采用。

例 15-1 滑道连杆机构由滑道连杆 BC、滑块 A 和曲柄 OA 组成(图 15-3a)。已知 $BO=10$ cm, $OA=10$ cm, 滑道连杆 BC 绕轴心 B 按 $\varphi=10t$ 的规律反时针向转动(φ 以弧度计)，试用自然坐标法和直角坐标法决定滑块 A 的运动方程。

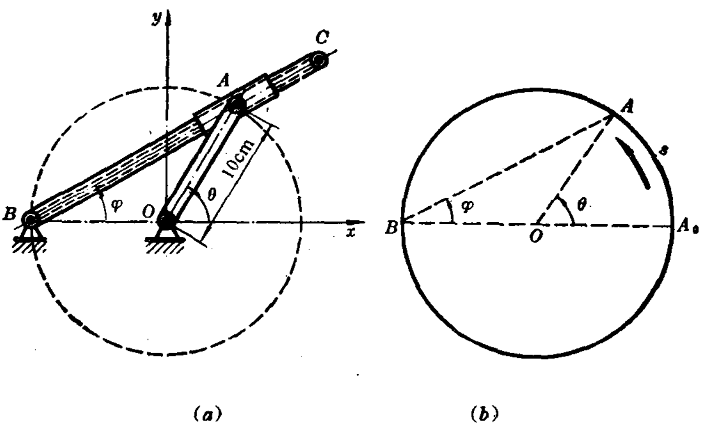


图 15-3

解 (1) 按自然坐标法决定滑块 A 的运动方程:

滑块 A 的运动轨迹是以轴心 O 为圆心、OA 为半径的圆。选取滑块 A 在 $t=0$ 时的位置 A_0 为弧坐标的原点，并以其初瞬时的运动方向为弧坐标的正向(图 15-3b)，于是滑块 A 经过 t 秒钟后的弧坐标为

$$s=\overset{\frown}{A_0A}=OA\cdot\theta$$

其中 θ 为曲柄 OA 在 t 秒钟内所转过的角度。从图 15-3a 可见, $BO=OA$, 故 $\theta=2\varphi$, 于是上式可写成

$$s=OA(2\varphi)=10(2\times10t)=200t$$

这就是滑块 A 沿轨迹的运动方程。

(2) 按直角坐标法决定滑块 A 的运动方程:

先在滑块 A 的运动平面内建立一个直角坐标系。因滑块 A 绕轴心 O 作圆周运动，故其位置可由曲柄 OA 的长度和该曲柄与 B、O 连线的延长线所成的夹角 θ 来决定，因此，选取轴心 O 为坐标轴的原点，并令 x 轴与 BO 重合(图 15-3a)。这样选取坐标轴，列出的运动方程较为简单。然后，按已知条件写出滑块 A 在任一瞬时 t 的坐标为

$$x = OA\cos\theta = OA\cos 2\varphi = 10\cos 20t$$

$$y = OA\sin\theta = OA\sin 2\varphi = 10\sin 20t$$

这就是用直角坐标表示的滑块 A 的运动方程。

例 15-2 图 15-4 示一椭圆规。当 OA 杆转动时，点 M 即画出一曲线，已知 $OA = AB = l$，$CM = DM = AC = AD = a$。试求当 OA 杆按 $\varphi = kt$ 的规律转动时(式中 k 为常数，φ 以弧度计)，点 M 的运动方程和轨迹方程。

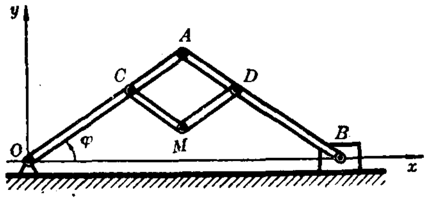


图 15-4

解 因为点 M 的轨迹尚待决定，所以采用直角坐标法来表示点 M 的运动。为此先在点 M 的运动平面内建立一个直角坐标系。由于点 M 的位置可由 OA 和 CM 两杆的尺寸和角 φ 来决定，角 φ 从 OB 连线量起，因此选取轴心 O 为坐标原点，并令 x 轴和 OB 重合，可使列出的运动方程最为简单。然后按已知条件写出点 M 在任一瞬时 t 的坐标为

$$x = OA\cos\varphi = l\cos kt$$

$$y = OA\sin\varphi - 2CM\sin\varphi = (l - 2a)\sin kt$$

这就是用直角坐标表示的点 M 的运动方程。消去这两式中的时间参数 t 后，即得点 M 的轨迹方程

$$\frac{x^2}{l^2} + \frac{y^2}{(l-2a)^2} = 1$$

由此可见：点 M 的轨迹是一个椭圆，其长轴与 x 轴相重合，短轴与 y 轴相重合。

§ 15-2 点的速度和加速度的自然坐标表示法

（一）点的速度

设动点在瞬时 t 的位置为M，其弧坐标为 s。经过时间间隔 Δt 后，动点的位置移到M'(图 15-5)，弧坐标的增量为 Δs。当时间间隔 Δt 很短时，可用自M至M'连线$\overline{MM'}$代替 Δs，它表示动点在时间间隔 Δt 内的位置改变，称为动点的位移。位移$\overline{MM'}$是一个既有大小、又有方向的矢量。在时间间隔 Δt 内动点位置的平均改变率称为动点在该段时间内的平均速度，以 v_m 表示，即为

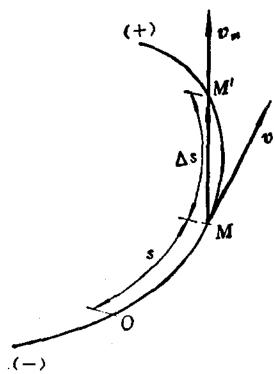


图 15-5

$$v_m = \frac{\overline{MM'}}{\Delta t}$$

矢量 v_m 的大小表示动点在时间间隔 Δt 内运动的快慢程度，其方向和位移矢$\overline{MM'}$的方向相同。

当时间间隔 Δt 趋近于零时，平均速度 v_m 的极限值 v 就表示动点在瞬时 t 的瞬时速度，简称为动点的速度，即

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} v_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{MM'}}{\Delta t} \qquad (15\text{-}4)$$

所以，速度就是动点在某一瞬时的位移对时间的改变率。显然，速度也是矢量。由于$\overline{MM'}/\Delta t$ 可写成$(\overline{MM'}/\Delta s)(\Delta s/\Delta t)$，同时，当 $\Delta t \to 0$ 时，$\Delta s \to 0$，代入上式，即得

$$v = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{\overline{MM'}}{\Delta s} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

因为当 $\Delta s \to 0$ 时，点M'将无限趋近于点M，割线$\overline{MM'}$的极限位

置即沿轨迹在点M的切线方向，所以瞬时速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向即沿轨迹在点M的切线方向。另外，由于 $\lim\limits_{\Delta s\to 0}\overline{MM'}/\Delta s$ 的大小等于 1，故得速度 $\boldsymbol{v}$ 的大小：

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{ds}{dt} \tag{15-5}$$

上式指出：动点速度的大小等于弧坐标 s 对时间 t 的一阶导数。若 ds/dt 为正值，表示动点沿轨迹的正向运动；若为负值，则表示动点沿轨迹的负向运动。

速度的量纲

$$[v]=\frac{[\text{长度}]}{[\text{时间}]}=[LT^{-1}]$$

在国际单位制中，速度的单位是米/秒(m/s)。

式(15-5)也适用于动点轨迹为直线的情况。

（二）点的加速度

当动点作平面曲线运动时，速度的大小和方向都可能不断地发生变化，加速度就是表示动点在某一瞬时的速度矢对时间的改变率。显然，加速度也是矢量。在用自然坐标法表示时，为了便于研究速度矢的改变，在轨迹上和动点M相重合的一个点处建立一个坐标系：取切向轴 τ 沿轨迹在该点的切线，它的正向指向轨迹的正向；取法向轴 n 沿轨迹在该点的法线，它的正向指向轨迹的曲率中心。这样在平面曲线轨迹上所建立的平面坐标系称为自然坐标轴系(见图 15-6)。

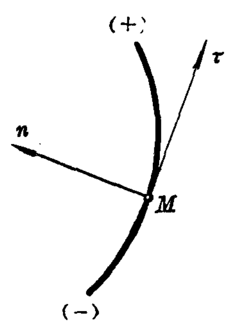
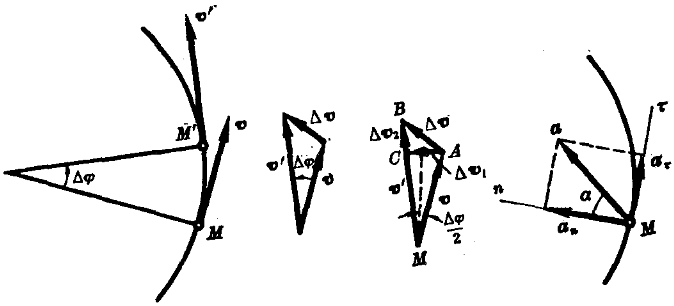


图 15-6

设在 t 到 $t+\Delta t$ 的过程中，动点的位置由M移到M'，其速度由 $\boldsymbol{v}$ 变成了 $\boldsymbol{v}'$(图 15-7a)，则动点在时间间隔 Δt 内速度矢的改变量为 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'-\boldsymbol{v}$



(a) (b) (c) (d)

图 15-7

(图 15-7b)，改变率 $\Delta \boldsymbol{v}/\Delta t$ 则称为动点在该时间间隔内的平均加速度 $\boldsymbol{a}_m$。当时间间隔 Δt 趋近于零时，平均加速度的极限值就是动点在瞬时 t 的瞬时加速度，简称动点的加速度，以 $\boldsymbol{a}$ 表示，即为

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\boldsymbol{a}_m=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{15-6}$$

既然速度矢的改变量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 是由于速度的大小和方向的变化而引起的，因此，为了能清楚地看出这两种变化的影响，可把速度矢的改变量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 分解为两个分量 $\Delta \boldsymbol{v}_1$ 和 $\Delta \boldsymbol{v}_2$，使它们分别表示速度方向和大小的改变。为此，在图 15-7c 中所示的矢量 $\boldsymbol{v}'(\overline{MB})$ 上，取一点 C，使 MC 的长度和矢量 $\boldsymbol{v}$ 的模 $|\overline{MA}|$ 相等，连接 A、C 两点，于是有

$$\Delta \boldsymbol{v}=\overline{AB}=\overline{AC}+\overline{CB}=\Delta \boldsymbol{v}_1+\Delta \boldsymbol{v}_2$$

上式中的 $\Delta \boldsymbol{v}_1=\overline{AC}$，表示在时间间隔 Δt 内速度方向的改变量；$\Delta \boldsymbol{v}_2=\overline{CB}$，表示在时间间隔 Δt 内速度大小的改变量。因此，代入式(15-6)，即得

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}_1}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}_2}{\Delta t} \tag{15-7}$$

现在先分析上式中的 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}_1}{\Delta t}$ 一项。按图 15-7c，当 $\Delta t\to 0$ 时，

$\Delta\varphi\to 0$, $\Delta \boldsymbol{v}_1$ 的极限位置将与速度矢 $\boldsymbol{v}$ 垂直，其方向总是沿平面轨迹的法向轴 n 的正向，这说明 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta \boldsymbol{v}_1}{\Delta t}$ 就是动点的加速度沿轨迹法向轴的分量，故称为法向加速度，以 $\boldsymbol{a}_n$ 表示，由图 15-7c 可知它的模为

$$a_n=\lim_{\Delta t\to 0}\left|\frac{\Delta \boldsymbol{v}_1}{\Delta t}\right|=\lim_{\Delta t\to 0}\left|\frac{2\boldsymbol{v}\sin\dfrac{\Delta\varphi}{2}}{\Delta t}\right|$$

$$=\lim_{\Delta t\to 0}\left|\frac{2\boldsymbol{v}\dfrac{\Delta\varphi}{2}}{\Delta t}\right|=\lim_{\Delta t\to 0}\left|\boldsymbol{v}\frac{\Delta\varphi}{\Delta s}\frac{\Delta s}{\Delta t}\right|$$

$$=|\boldsymbol{v}|\lim_{\Delta s\to 0}\left|\frac{\Delta\varphi}{\Delta s}\right|\lim_{\Delta t\to 0}\left|\frac{\Delta s}{\Delta t}\right|$$

其中 $\lim\limits_{\Delta s\to 0}\left|\dfrac{\Delta\varphi}{\Delta s}\right|=\dfrac{1}{\rho}$，$\rho$ 为轨迹在动点M处的曲率半径；

$\lim\limits_{\Delta t\to 0}\left|\dfrac{\Delta s}{\Delta t}\right|=v$。将它们代入上式，则得

$$a_n=\frac{v^2}{\rho} \tag{15-8}$$

再讨论式(15-7)中的 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta \boldsymbol{v}_2}{\Delta t}$ 一项。因为当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\varphi\to 0$，所以 $\Delta \boldsymbol{v}_2$ 的极限位置是在动点M轨迹的切向轴上，即 $\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta \boldsymbol{v}_2}{\Delta t}$ 为动点的加速度沿轨迹的切向轴 τ 的分量，故称为切向加速度，以 $\boldsymbol{a}_\tau$ 表示。显然，切向加速度的模为

$$a_\tau=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_2}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

即

$$a_\tau=\frac{dv}{dt} \tag{15-9}$$