

电子工程师手册

ELECTRONICS ENGINEERS' HANDBOOK

上册

第14篇 自动控制与控制仪表

主 编 陈启明

执 笔 林俊琦

陈启明

樊玉明

主 审 马少梅

电子工程师手册

电子工程师手册编辑委员会 编

下 册



机械工业出版社

(京)新登字054号

本手册系统地概括了电子技术基础及其应用领域的主要技术内容,有一定的深度和广度。

全书按其内容,大体上可分为如下三个部分:

1. 基础知识部分,包括:常用符号、物理化学常数、单位、标准和数学公式;电磁学与电路基础;信号与系统分析等。

2. 技术基础部分,包括:电子材料;电子元器件;模拟电路;数字电路;微波、电波传播与天线;电子产品的工艺、结构、电磁兼容与可靠性。

3. 技术应用部分,包括:电力电子技术;电子测量与电子仪器;机械量的电子测量;电子计算机与人工智能;自动控制系统与控制仪表;数控技术与机器人;广播、电视与声像处理技术;通信、雷达、导航与电子对抗;医疗电子技术。

本书在编写上,力求简明扼要、深入浅出、直观易懂、归类便查。注意理论阐述的严谨和采用数据、图表和公式的准确可靠。努力做到既反映我国电子技术近年来的主要成就,也介绍国外的先进技术和发展动向。

本手册主要供机电工业系统和其他行业系统的工程技术人员在处理专业工作中涉及电子技术问题时查阅使用,也可供大专院校有关专业师生参考。

电子工程师手册

电子工程师手册编辑委员会 编

责任编辑:贾 馨 版式设计:霍永明

封面设计:姚 毅 责任校对:肖新民

责任印制:路 琳

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

邮政编码:100037

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

北京房山区印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 787×1092¹/₁₆·印张 182¹/₂·插页 8·字数 5756 千字

1995年4月北京第1版·1995年4月北京第1次印刷

印数 00,001—10 000 定价:上、下册共198.00元

ISBN 7-111-04178-X/TM·523

发展电子技术促
进经济繁荣与社
会进步

孙俊人

一九八二年六月

中国电子学会理事长孙俊人为本书题词

电子工程师手册编委会

主任委员

吴泳诗

副主任委员

胡健栋

邹洵 罗命钧(常务)

委员

翁瑞琪

(常务) 秦起佑(常务) 张长生

黄仕机

周孝琪

阎石

俞斯乐

丁润涛

郭维廉

徐苓安

张国雄

朱梦周

总编辑

吴泳诗

副总编辑

秦起佑

翁瑞琪

秘书

尹明丽

序

电子技术是一门发展迅速,应用广泛的技术。它的发展可以说是日新月异,新技术层出不穷。它的应用则已遍及工业、农业、国防、科技、文教和人民日常生活的各个领域,对于经济发展和社会进步有着重要的促进作用。当前第三次新的技术革命正在兴起,如果说第一次技术革命是以机械化为标志,第二次技术革命是以电气化为标志的话,那么,第三次新的技术革命就应该说是以电子化作为标志。前两次技术革命主要都是人类体能的延伸,而第三次新的技术革命则主要是人类智能的扩展,其基础就是电子技术。也有人说目前已是信息时代,而信息的获取、处理、传输也是要依赖于电子技术的。所以为了加速我国的现代化建设,体现“科学技术是第一生产力”的伟大作用,在各个领域,尤其是机电工业系统中推广与普及电子技术是十分重要的。在这种情况下,编写和出版这部《电子工程师手册》是很有必要的。

这部手册是为机电工业系统和其他行业系统中具有中等以上技术水平的工程技术人员在处理专业工作中涉及电子技术问题时查阅而编写的,是以应用为主的、综合性的电子技术手册。它是一部工具书,主要为工程技术人员在研究、处理电子技术问题时起备查、提示和启发的作用。它也可作为高等学校有关专业师生及其他有关人员提供参考。

这部手册系统地概括了电子技术及其主要应用领域的基本技术内容。在内容取舍上力求做到:科学性、实用性和先进性。科学性是要体现现代电子科学技术的基本内容,介绍必要的基础知识,注意理论阐述的严谨,采用数据、图表的准确可靠;实用性是要从实用出发建立自己的体系,主要提供一些结论性的技术内容以及这些结论的应用,在编写上简明扼要,深入浅出,直观易懂,归类便查;先进性则是既要反映我国电子技术近年的主要成就,也要介绍国外的先进技术和发展动向,注意反映电子技术的时代特征。

整个手册共17篇,按其内容大体上可分为以下三个部分:

(1) 基础知识 共2篇,分别是:常用资料(符号、常数、单位、标准和数学公式);电磁学与电路基础。

(2) 技术基础 共6篇,分别是:电子材料;电子元器件;模拟电路;数字电路;微波技术、电波传播与天线;电子产品的工艺、结构与可靠性。

(3) 技术应用 共9篇,分别是:电力电子技术;电子测量与电子仪器;机械量的电子测量;电子计算机;自动控制与控制仪表;电子技术在机械制造方面的应用;广播、电视与声像技术;通信、雷达、导航与电子对抗;医疗电子技术。

这部手册的编写方式也是一种改革的尝试。过去一部综合性手册的编写一般是组织全国各地的有关专家分头编写,然后集中统稿编辑的。由于专家分散在全国各地,联系讨论不便,统稿、编辑过程中也要往返于各地进行讨论、修改,这就不能不拖延时日,往往要5~6年,大型的甚至要8~10年才能出版。电子技术发展非常迅速,如果从编写到出版要花这样长的时间,那么,手册出版之日可能已是内容陈旧之时。因此,这部手册是主要聘请天

津、北京两地的有关专家编写、审稿，而且由机械工业出版社委托天津大学承担了具体的组织工作。由于编写人员居住相对集中，便于交流与讨论，主编与主审也能及时交换意见，除出版社外，还有一个专业面较宽的学术单位负责组织工作，这就使整个手册的编写、审稿和定稿工作在两年之内顺利完成，而且保证了质量，基本上达到了预定的目标和要求。应该说这种做法是成功的，不足之处则可能是未能充分反映其他各地有关专家的经验与成就，这就希望各位专家和广大读者对本手册多提宝贵意见，以便今后能予以修改和补充。

这部手册能以顺利地完成了出版，我愿诚挚地感谢编委会各位委员、各篇的主编、主审以及全体编者所付出的辛勤劳动，感谢他们认真负责的态度和友好合作的精神。我还要特别感谢机械工业出版社的罗命钧、秦起佑、贾馨三位同志和天津大学的翁瑞琪教授，他们为本手册的组织编写、统稿定稿、编辑出版做了大量的工作，为保证手册的质量做出了重要的贡献。

我希望，这部手册的出版，能为有关专业的工程技术人员和高等学校的师生，在从事电子技术应用与推广工作中提供一本实用的工具书。如果它能为我国电子技术的广泛应用起到一些促进作用的话，这将使我们所有这些参加手册编写、出版工作的同志感到荣幸和欣慰。

吴詠诗

目 录

第1章 线性控制系统理论基础

1 概述	14-1
1.1 基本术语	14-1
1.2 自动控制的基本方式	14-1
1.3 反馈控制系统的工作原理	14-2
1.4 反馈控制系统的组成	14-2
1.5 自动控制系统的分类	17-3
1.6 对控制系统技术性能的要求	14-3
2 系统特性的数学描述	14-3
2.1 微分方程	14-3
2.2 传递函数	14-5
2.3 频率特性	14-15
2.4 时域特性	14-22
3 控制系统的性能分析	14-25
3.1 稳定性	14-25
3.2 稳态误差	14-29
3.3 动态性能	14-31
4 控制系统的校正	14-41
4.1 校正方式	14-41
4.2 常用的校正装置	14-42
4.3 串联校正装置的综合	14-45
4.4 反馈校正装置的综合	14-45

第2章 非线性系统分析

1 概述	14-48
2 描述函数法	14-48
2.1 描述函数的基本概念	14-48
2.2 用描述函数法分析稳定性	14-51
2.3 自持振荡的消除与非线性特性的利用	14-51
3 相平面法	14-52
3.1 解析法	14-53
3.2 等倾线法	14-53
3.3 奇点和极限环	14-54

第3章 采样控制系统

1 概述	14-57
------	-------

2 信号的采样与信号的复现	14-57
2.1 信号的采样	14-57
2.2 信号的复现	14-58
3 脉冲传递函数	14-60
3.1 由差分方程求脉冲传递函数	14-60
3.2 由系统结构图求脉冲传递函数	14-60
4 采样系统的性能分析	14-62
4.1 稳定性	14-62
4.2 采样瞬时的稳态误差	14-64
4.3 动态性能	14-64
5 采样系统的校正	14-66
5.1 模拟采样系统的串联校正	14-66
5.2 数字控制系统的串联校正	14-67

第4章 现代控制理论简介

1 概述	14-68
2 状态空间描述	14-69
2.1 状态变量、状态向量和状态空间	14-69
2.2 系统方程	14-69
2.3 线性变换	14-71
2.4 传递函数	14-72
3 线性系统性能分析	14-72
3.1 系统的运动	14-72
3.2 能控性与能观测性	14-74
3.3 线性系统的稳定性	14-76
4 线性系统的综合	14-77
4.1 线性系统的反馈结构及其基本特性	14-77
4.2 闭环系统极点的配置	14-77
4.3 状态观测器	14-78
4.4 带有状态观测器的状态反馈系统	14-80

第5章 过程参数检测仪表

1 检测仪表基本知识	14-83
1.1 过程参数检测的特点	14-83
1.2 检测仪表的分类	14-83
1.3 检测仪表的构成	14-83
1.4 检测仪表的性能指标	14-85
1.5 信号制	14-85

1.6 安全防爆问题	14-86
2 温度检测仪表	14-88
2.1 温度检测仪表的类型及主要技术性能	14-88
2.2 温度检测元件与显示仪表的配接	14-91
2.3 温度变送器的结构原理	14-92
2.4 温度检测仪表的选用	14-95
3 压力检测仪表	14-97
3.1 压力检测仪表类型及其主要技术性能	14-97
3.2 力平衡式压力(差压)变送器	14-99
3.3 位移式差压(压力)变送器	14-100
3.4 压力检测仪表的调校与使用	14-101
4 流量检测仪表	14-101
4.1 流量检测仪表的分类	14-101
4.2 节流式流量计	14-101
4.3 流量检测仪表的选用	14-104
5 物位检测仪表	14-105
5.1 物位检测仪表的分类和性能	14-105
5.2 物位检测仪表的选用	14-106
6 成分分析仪表	14-106
6.1 成分分析仪表的分类	14-106
6.2 过程分析仪器的构成	14-107
6.3 成分分析仪表的选用	14-107
7 检测仪表的发展趋势	14-109
7.1 检测仪表技术发展的动向	14-109
7.2 智能式变送器的原理及特点	14-109
第6章 模拟显示调节仪表	
1 电动调节器的控制规律及实现方法	14-111
1.1 调节器的基本控制规律	14-111
1.2 电动调节器控制规律的实现方法	14-111
2 模拟式电动调节仪表的类型及典型线路	14-113
2.1 模拟式电动调节仪表类型	14-113
2.2 调节器典型线路原理	14-114
3 模拟显示仪表	14-120
3.1 显示仪表的类型与选用	14-120
3.2 自动平衡显示仪表的基本组成	14-120
3.3 自动电位差计测量电路	14-121
3.4 自动平衡电桥测量电路	14-122

3.5 DDZ-Ⅱ系列指示记录仪	14-122
3.6 数字模拟混合记录仪	14-122
4 执行器	14-123
4.1 执行器的特点与分类	14-123
4.2 执行机构的基本结构和工作原理	14-125
4.3 调节阀的选用	14-126
4.4 电-气阀门定位器	14-127

第7章 数字式控制装置

1 概述	14-130
1.1 分散型控制系统的发展过程	14-130
1.2 数字式控制装置的类型与体系结构	14-130
1.3 分散型综合控制装置的主要功能	14-131
1.4 DDZ-S系列仪表总体构成介绍	14-133
2 数字式控制装置的软件系统	14-133
2.1 软件系统的分类及特点	14-133
2.2 数据采集与处理系统	14-134
2.3 直接数字控制(DDC)算法	14-137
2.4 过程控制应用软件的组态	14-139
3 可编程数字调节器	14-141
3.1 可编程数字调节器的基本构成	14-141
3.2 KMM可编程调节器的功能与组态	14-144
3.3 SLPC的程序结构与功能编程	14-146
3.4 PMK的功能模块及编程方法	14-148
3.5 DTZB型智能式调节器	14-151
4 可编程序控制器	14-155
4.1 可编程序控制器的特点与分类	14-155
4.2 M84的构成原理及应用	14-156
5 分散型综合控制装置	14-159
5.1 几种分散型综合控制装置简介	14-159
5.2 DJK-7500系统的过程控制软件	14-164
5.3 TDC-3000基本控制器的原理与应用	14-168

第8章 过程控制系统

1 概述	14-172
1.1 过程控制的特点	14-172
1.2 过程控制系统的分类	14-172

1.3 简单控制系统方案设计的基本 原则	14-172	4.1 串级控制系统	14-185
2 被控对象的动态特性及实验 测定	14-174	4.2 前馈补偿复合控制系统	14-188
2.1 被控对象的数学描述	14-174	4.3 预估补偿控制系统	14-189
2.2 时域法辨识对象的动态特性	14-174	4.4 解耦控制系统	14-190
2.3 频域法辨识对象的动态特性	14-177	5 自适应控制系统	14-191
2.4 用统计方法辨识对象的动态 特性	14-180	5.1 自适应控制系统的功能与类型	14-191
2.5 最小二乘参数估计法辨识对象 模型	14-181	5.2 PID参数自整定调节器	14-192
3 调节器参数工程整定及系统 投运	14-182	5.3 自校正调节器	14-194
3.1 临界整定参数的实验整定方法	14-182	5.4 模型参考型自适应控制系统	14-195
3.2 调节器参数整定的响应曲线法	14-183	5.5 自适应控制的工业应用范例	14-196
3.3 控制系统的投运	14-184	6 智能控制系统	14-197
4 复杂控制系统	14-185	6.1 智能控制系统的特点与分类	14-197
		6.2 多级实时智能控制系统介绍	14-198
		7 工厂综合自动化的展望	14-199
		7.1 工厂自动化的发展趋势	14-199
		7.2 第5代过程控制技术	14-199
		参考文献	14-200

第1章 线性控制系统理论基础

1 概述

自动控制在工业、农业、国防和科学技术的现代化中起着重要的作用,已在国民经济、国防建设和社会生活的各个领域获得广泛的应用。所谓自动控制,就是在无人直接参与下,应用自动化仪表或控制装置对机器、设备或生产过程进行控制,克服干扰,使被控制的物理量能够自动地维持恒值或者按照预定的规律跟随输入而变化。

自动控制系统是指为自动完成一定控制功能而由一些元、部件组合而成的有机整体。它通常是由控制装置(包括仪表)和被控对象(机器、设备或生产过程)两部分组成。

自动控制理论是研究自动控制系统的构成及其运动普遍规律的理论。它包括系统的构成和描述、系统分析和系统综合等内容。其中,系统的构成和描述是进行系统分析与综合的基础。而系统的分析与综合则是研究系统的最终目的。系统分析是在确定的系统构成方式下,根据系统的数学描述对系统的动态性能和稳态性能进行分析计算。系统综合则是通过调整可调参数、修改控制规律乃至局部改变系统结构,以求满足系统预期的性能要求。

线性系统理论是自动控制理论中发展最早、最完善和最成熟的部分。它也是非线性系统理论和采样控制系统理论的基础。

1.1 基本术语

(1) 被控(或被调)对象 系指要对其进行控制的机器、设备或生产过程。例如轧机、加热炉以及石油化工生产过程等。

(2) 被控量 系指被控对象内需要实施控制的物理量。通常它是标志对象工作状态的主要变量,如电动机的转速、加热炉的温度等。被控量亦称系统输出量。

(3) 给定量 系指作用于系统输入端,并要求被控量与其保持或跟随变化的输出期望值。给定量亦称参考输入或系统输入量。

(4) 控制器 亦称调节器,系指对被控对象

施加控制作用的设备总体。它包括对输入信号的变换、运算和处理功能。

(5) 控制量 亦称调节量,系指控制器的输出量。它通过执行器来改变输入到被控对象的能量或物料,从而实现对被控量的控制。

(6) 扰动量 系指作用于对象和系统各个环节的干扰,它是引起被控量偏离期望值的主要因素。例如电源电压的波动、环境温度、湿度的变化、负载的波动以及系统内部元件特性的老化和参数的漂移等。设计合理的控制系统应该具有补偿或克服内外扰动影响的能力,并使被控量与给定量间的偏差尽量小,从而保证足够的控制精度。

1.2 自动控制的基本方式

1. 开环控制 开环控制的特点是系统的输出量不参与对系统进行控制,信号由输入端至输出端单方向传递,不形成任何闭合回路,如图14-1-1所示。

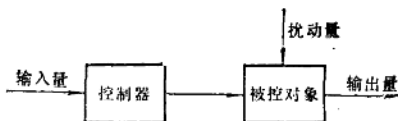


图14-1-1 开环控制系统

这种控制系统结构简单,但对扰动的影响缺乏自动补偿能力,因此,控制精度难以保证。这种方式适用于结构参数稳定、扰动很弱和对精度要求不高的场合。

如果系统存在强扰动,而且扰动是可测量的,那么可以利用扰动来产生附加的控制作用,以补偿扰动对被控量的影响,从而提高系统的控制精度,如图14-1-2所示。这种系统的信号是从扰动源经控制器到达输出端的,也是单方向传递,因而称为开环扰动补偿控制或前馈控制。由于这种方式只能对可测扰动进行补偿,对不可测扰动或系统结构参数的变化则无补偿作用,因此,其控制精度仍受到原理上的限制。在工程上很少单独应用。

2. 闭环控制 其原理框图见图14-1-3。闭环控制的特点是系统中信号的传递除了沿输入端到输

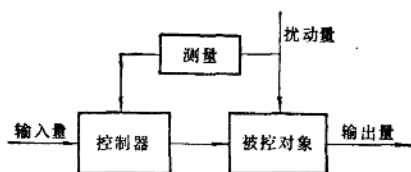


图14-1-2 扰动补偿控制系统

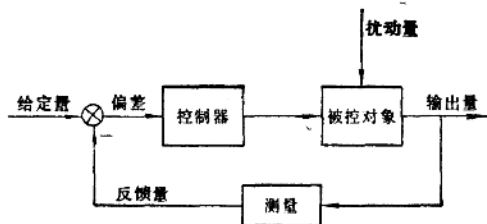


图14-1-3 闭环控制系统

出端的前向通道外，还有从输出端返回到输入端的反馈通道，往复循环形成闭合回路，也就是利用检测输出量与给定量间的偏差进行控制，以消除偏差。这种方式称为按偏差控制（调节），亦称闭环控制或反馈控制。这种控制方式的优点是不论偏差是由外部干扰造成的，还是由系统内部结构参数变化引起的，只要被控量出现偏差，系统就自动产生纠偏作用，因而能够提高控制精度。但由于这种纠偏作用必须在偏差形成后才能产生。因此，在强扰动作用下，系统的输出量可能引起较大波动。如果参数匹配不当，甚至可能导致系统不稳定。在这种环境下，最好同时采用由扰动补偿和偏差控制共同组成的复合控制系统。

1.3 反馈控制系统的工作原理

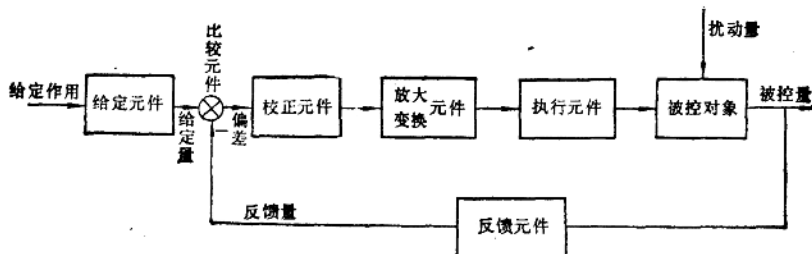


图14-1-5 反馈控制系统的基本组成

图14-1-4所示为加热炉温度控制系统。控制目的是要克服扰动（如电源电压、环境温度、电阻丝电阻的变化等）的影响，保持炉温恒定。

所需炉温由给定电压 u_1 设定，当扰动引起炉温发生变化时，由检测元件（热电偶）检测变成相应电压 u_2 ，反馈回去与给定电压 u_1 进行比较，形成偏差信号 $\Delta u = u_1 - u_2$ 。然后将偏差 Δu 经过电压和功率放大去控制执行电动机的转速和转向，并由传动装置带动调压器触头改变加热电流。当炉温偏高时，使调压器减小加热电流，反之则加大电流，直到炉温恢复到给定值为止。此时，偏差信号 $\Delta u = 0$ ，电机停转，完成所要求的控制任务。上述反馈系统的工作过程完全体现了“检测偏差，利用偏差来纠正偏差”的闭环控制过程。值得注意的是，这里反馈信号的极性必须与给定信号的极性相反，即只有负反馈才能起到纠偏作用。否则，正反馈将使偏差越纠越大，并失去控制作用。

1.4 反馈控制系统的组成

反馈控制系统的基本组成见图14-1-5。

- (1) 给定元件 用于设定给定量。
- (2) 反馈元件 用于检测被控量，产生与被

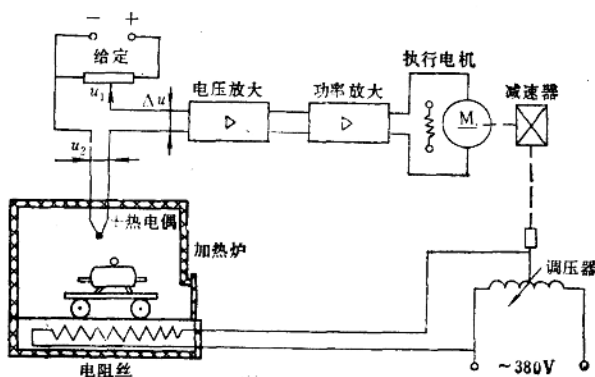


图14-1-4 加热炉温度控制系统

控量有一定函数关系的反馈信号。

(3) 比较元件 用来比较给定信号与反馈信号, 形成偏差信号。给定信号与反馈信号必须具有相同的量纲和量级。

(4) 放大、变换元件 将偏差信号放大和进行能量形式的转换, 以适合执行元件的需要。

(5) 执行元件 根据控制信号的运动规律对被控对象执行操作, 以实现对被控量的控制。

(6) 校正元件 用于改善系统的控制性能。

1.5 自动控制系统的分类

自动控制系统可以从不同角度进行分类。最常见的是按给定信号的特点分为三类:

(1) 恒值控制系统 特点是给定信号保持恒值或基本不变。控制任务主要是克服扰动的影响, 使系统的实际输出尽量保持或接近于期望值, 它具有较强的抵抗扰动的能力。如常见的恒温、恒压、恒速、恒频、恒流控制系统等。

(2) 随动控制系统 特点是给定信号是未知的时变函数。控制任务是要求输出量跟随给定信号的变化而变化, 具有精确复现输入信号的能力。如雷达跟踪系统和自动记录仪等。

(3) 程序控制系统 其特点是给定信号是已知的时间函数, 控制的任务除了要使被控量跟随给定信号变化外, 还要抵抗负载扰动的影响, 因此对跟随能力和抗扰能力都有较高要求, 如程序控制机床刀具的运动轨迹及加热炉温度的变化曲线应符合某种预定规律等。

1.6 对控制系统技术性能的要求

对控制系统技术性能的基本要求, 可简单地概括为三性:

(1) 稳定性 不仅要求系统稳定, 而且要有足够的稳定裕量, 以保证系统在扰动的作用下, 仍能稳定地运行在预定状态。

(2) 准确性 系统运行在预定状态应具有满足工艺要求的稳态精度。通常用稳态误差和无差度来衡量。

(3) 快速性 系统的动态响应应满足平稳快速的要求。平稳和快速通常是矛盾的, 所以提出快速性要求也就隐含了对平稳性的要求。这些通常用一些定量的性能指标来衡量。

2 系统特性的数学描述

为了从理论上对控制系统进行定性分析和定量

设计计算, 首先必须建立起系统的数学模型。

数学模型是描述系统或元件输入、输出变量及内部各变量间运动关系的数学表达式。数学模型有多种形式, 最常用的有微分方程、传递函数、频率特性、脉冲响应和阶跃响应等。这些形式各有其特点和各自最适用的场合。在一定条件下也可以进行相互转换, 但是最基本的是微分方程, 它是各种描述方法的共同基础。

2.1 微分方程

微分方程是描述各种动态过程最基本的方法。它通常根据对系统的机理分析来建立。

2.1.1 列写微分方程的步骤

(1) 明确输入、输出变量 这要从研究问题的需要或系统的实际工作情况加以确定。

(2) 建立原始方程组 从输入端开始, 按信号传递顺序, 根据支配具体过程的物理、化学定律, 一一列出原始方程。这些定律主要是牛顿定律、基尔霍夫定律、物料平衡及能量守恒定律等。列写时要考虑元件间的负载效应, 并在条件允许情况下, 忽略一些次要因素, 使方程适当简化。如果方程中包含非线性项, 则还应在一定条件下将其线性化, 用线性项近似代替非线性项。

(3) 消去中间变量 使方程中仅包含输入、输出变量。

(4) 格式化 将与输入有关各项放在等号右侧、与输出有关各项放在等号左侧; 各阶导数项按降幂排列; 把方程各项系数归化成具有一定物理意义的形式。

例1-1 列写图14-1-6所示RLC无源网络的微分方程式。

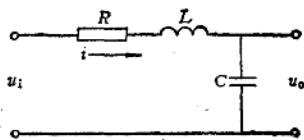


图14-1-6 RLC无源网络

设 $u_i(t)$ 为输入量, $u_o(t)$ 为输出量。

根据基尔霍夫定律和 R 、 L 、 C 元件电流与端电压的关系有

$$L \frac{di}{dt} + Ri + u_o = u_i$$

$$i = C \frac{du_o}{dt}$$

消去中间变量 i , 得

$$LC \frac{d^2 u_o}{dt^2} + RC \frac{du_o}{dt} + u_o = u_i$$

最后写成标准形式

$$T_L T_C \frac{d^2 u_o}{dt^2} + T_C \frac{du_o}{dt} + u_o = u_i$$

或算子形式

$$(T_L T_C p^2 + T_C p + 1) u_o = u_i$$

式中 T_L 为电感时间常数 (s), $T_L = L/R$; T_C 为电容时间常数 (s), $T_C = RC$; $p = d/dt$, $p^2 = d^2/dt^2$, ... 为微分算子符号, 它表示对相应变量取导数。

当 R 、 L 、 C 为线性元件时, 上式是一个二阶线性常系数微分方程。

例1-2 列写图 14-1-7 所示机械系统的运动方程式。

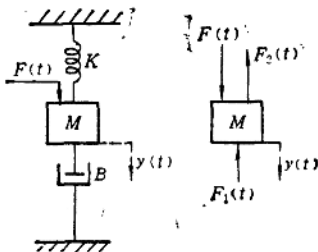


图14-1-7 机械系统

设在外力 $F(t)$ 作用下, 系统将产生位移 $y(t)$ 。

根据基本的物理定律有

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = F(t) - F_1(t) - F_2(t)$$

$$F_1(t) = B \frac{dy}{dt}$$

$$F_2(t) = Ky$$

式中 m 为物块质量; B 为阻尼器的粘性摩擦系数; $F_1(t)$ 为阻尼力, 正比于运动速度, 但与运动方向相反; K 为弹簧的弹性系数; $F_2(t)$ 为弹簧恢复力, 对于线性弹簧, 它正比于弹簧的变形。

消去中间变量 $F_1(t)$ 、 $F_2(t)$, 得

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} + Ky = F$$

写成算子形式为

$$\left(\frac{M}{K} p^2 + \frac{B}{K} p + 1 \right) y = \frac{1}{K} F$$

这也是一个二阶线性常系数微分方程。

综上所述, 线性定常系统微分方程的一般形式如下:

$$\begin{aligned} & a_0 \frac{d^n x_o}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x_o}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dx_o}{dt} + a_n x_o \\ &= b_0 \frac{d^m x_i}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x_i}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dx_i}{dt} + b_m x_i \end{aligned} \quad (14-1-1)$$

式中 $x_i(t)$ 为系统输入量; $x_o(t)$ 为系统输出量; $a_i (i = 0, 1, 2, \dots, n)$ 、 $b_j (j = 0, 1, 2, \dots, m)$ 为取决于系统结构和参数的实常数, 其中 $n \geq m$ 。

如果写成算子形式, 则为

$$\begin{aligned} & (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n) x_o \\ &= (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m) x_i \end{aligned}$$

$$\text{或 } D(p) x_o = M(p) x_i \quad (14-1-2)$$

式中 $D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n$

$$M(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m$$

通常将 n 阶线性常微分方程描述的系统称为 n 阶线性定常系统。

2.1.2 非线性特性的线性化

严格地说, 实际系统或其组成环节都存在着不同程度的非线性。非线性特性要用非线性微分方程描述, 而求解非线性微分方程要比求解线性微分方程困难和复杂得多, 而且由于非线性特性类型繁多, 目前尚无通用的解析求解方法。因此在合理的可能条件下, 应尽量将非线性进行线性化, 把它近似成线性来处理。

线性化的条件是: 假定输入、输出量偏离其稳态工作点的偏差都很小。在数学上则要求变量在稳态工作点处具有导数或偏导数。线性化方法, 是将非线性函数在稳态工作点邻域内, 以变量的偏差形式展成泰勒级数, 然后忽略高阶项, 取其一次项即为以增量表示的线性化方程。

设含一个变量的非线性函数 $f(x)$, 稳态工作点为 $P(x_o, f(x_o))$, 在 P 点邻域展成泰勒级数

$$\begin{aligned} f(x) &= f(x_o) + \left. \frac{df}{dx} \right|_P (x - x_o) \\ &+ \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_P (x - x_o)^2 + \dots \end{aligned}$$

式中 $df/dx|_P$ 、 $d^2 f/dx^2|_P$ 为 $f(x)$ 在 P 点处的等数值。

若 $\Delta x = x - x_o$ 很小, 则可忽略高阶项, 得到线性近似式

$$f(x) = f(x_o) + \left. \frac{df}{dx} \right|_P (x - x_o)$$

$$\text{或} \quad \Delta f(x) = \left. \frac{df}{dx} \right|_P \Delta x$$

这就是一个线性化的增量方程。

同理 对于非线性函数 $f(x, y), f(x, y, z)$, 也有

$$\begin{aligned} \Delta f(x, y) &= \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_P \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_P \Delta y \\ \Delta f(x, y, z) &= \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_P \Delta x + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_P \Delta y \\ &\quad + \left. \frac{\partial f}{\partial z} \right|_P \Delta z \end{aligned}$$

式中 $\partial f / \partial x|_P, \partial f / \partial y|_P, \partial f / \partial z|_P$ 为函数在稳态工作点 P 处的偏导数。

例1-3 将图14-1-8 a 所示铁心线圈的动态方程进行线性化。

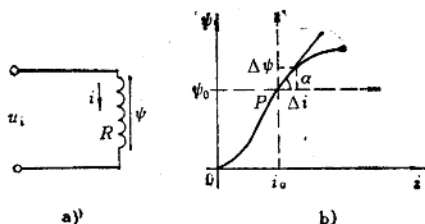


图14-1-8 铁心线圈

设 u 为输入、 i 为输出，得动态方程

$$\frac{d\psi(i)}{di} \cdot \frac{di}{dt} + Ri = u$$

式中 $\psi(i)$ 为铁心线圈的磁链，它是电流 i 的非线性函数，如图14-1-8 b 所示。非线性方程线性化的步骤如下：

(1) 确定稳态工作点 P ，在 P 点处满足静态方程

$$Ri_0 = u_0$$

(2) 将非线性项 $\psi(i)$ 在 P 点附近展成泰勒级数，取其线性项，即

$$\psi(i) \approx \psi(i_0) + \left. \frac{d\psi(i)}{di} \right|_{i=i_0} (i - i_0)$$

$$\text{或} \quad \Delta \psi(i) = \left. \frac{d\psi(i)}{di} \right|_{i=i_0} \Delta i = L \Delta i$$

式中 L 为动态电感， $L = \left. \frac{d\psi(i)}{di} \right|_{i=i_0}$ ，它随工作点 P 而改变。

(3) 将各变量均以增量表示，代入原方程

$$\frac{d}{dt} [\psi(i_0) + L \Delta i] + R(i_0 + \Delta i) = u_0 + \Delta u$$

展开，并考虑到 $Ri_0 = u_0$ ，则得

$$L \frac{d(\Delta i)}{dt} + R \Delta i = \Delta u$$

这就是铁心线圈的线性化增量方程。在使用中为书写简便起见，常将增量符号“ Δ ”略去，直接写成

$$L \frac{di}{dt} + Ri = u$$

但必须明确，这里的 u, i 都是相对于 P 点的增量。 L 则是在 P 点处的电感值，它可以由 $\psi(i)$ 在 i_0 处的导数求得；也可通过作 $\psi(i)$ 在 i_0 处的切线，计算切线斜率 $\tan \alpha$ 来求得。

比较上述线性化方程与原非线性方程可知，两者的不同点，仅在于用 $L = \left. \frac{d\psi(i)}{di} \right|_{i=i_0}$ 替换了 $\frac{d\psi(i)}{di}$ 。由此，可得求线性化增量方程的简化方法，将非线性项用线性增量形式替代，各线性项直接把变量换写成增量即可。

线性化过程中要注意以下几点：(1) 若系统中含有多个非线性元件时，必须依据实际系统中各元件相对应的工作点来建立线性化增量方程；(2) 线性化的实质是以切线近似代替曲线，因此变量对工作点的偏差越小，近似的精度越高；(3) 对某些本质非线性，如继电特性、间隙特性、摩擦特性等，由于不能进行求导运算，因此原则上不能用上述小偏差法进行线性化。

2.1.3 物理系统的相似性

比较各种物理系统的微分方程可以发现，不同性质物理系统（环节）的微分方程往往具有相同的形式和类似的参数。通常把这些类似的系统（环节）称为相似系统（环节），类似的参数称为相似量。相似系统（环节）虽然结构和原理不同，但它们的动态特性具有相似性。这样就为利用电模拟装置来研究分析其他物理系统提供了理论依据。

表14-1-1列出了几种物理系统的相似性。表14-1-2示出机械系统的力-电压和力-电流相似性。

2.2 传递函数

传递函数是描述线性定常系统输入输出关系的一种最常用的数学模型。它建立在拉氏变换基础上，是分析、综合系统的重要工具。

2.2.1 传递函数定义

在零初始条件下，系统（或元件）输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比，称为系统（或元件）的传递函数。记作 $G(s)$ ，即

表14-1-1 几种物理系统的相似性

相似系统 (环节)	相 似 量				微 分 方 程
RC无源网络	电容电压 u_2	输入电压 u_1	电阻 R	电容 C	$T \frac{du_2}{dt} + u_2 = u_1$ $T = RC$
单容贮槽液位系统	液位 h	输入流量 Q_1	液阻 R	截面积 A	$T \frac{dh}{dt} + h = RQ_1$ $T = RA$
热电偶测温系统	热电偶温度 θ_2	介质温度 θ_1	热阻 R	热容 C	$T \frac{d\theta_2}{dt} + \theta_2 = \theta_1$ $T = RC$
节流盲室压力系统	盲室内气压 p_2	输入气压 p_1	气阻 R	气容 C	$T \frac{dp_2}{dt} + p_2 = p_1$ $T = RC$

表14-1-2 机械、电气系统的相似性

相似系统 (环节)	相 似 量						
机械系统	平动	力 F	位移 Y	速度 v	质量 M	阻尼 B	弹性刚度倒数 $1/K$
	旋转	转矩 T	转角 θ	角速度 ω	转动惯量 J	阻尼 B	弹簧刚度倒数 $1/K$
电网络系统	串联型	电压 u	电荷 q	电流 i	电感 L	电阻 R	电容 C
	并联型	电流 i	磁链 ψ	电压 V	电容 C	电导 $1/R$	电感 L

$$G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} \quad (14-1-3)$$

式中 $X_o(s)$ 为输出量的拉氏变换, $X_o(s) = \mathcal{L}[x_o(t)]$; $X_i(s)$ 为输入量的拉氏变换, $X_i(s) = \mathcal{L}[x_i(t)]$ 。

2.2.2 传递函数的求取方法

求取传递函数的方法有多种。最常用的是微分方程法和结构图法。

若输入量 $x_i(t)$ 和输出量 $x_o(t)$ 为已知, 由定义可直接求得:

$$G(s) = \frac{\mathcal{L}[x_o(t)]}{\mathcal{L}[x_i(t)]} = \frac{X_o(s)}{X_i(s)}$$

1. 微分方程法 对于一般环节或简单系统可由微分方程经拉氏变换求取。设系统的微分方程如式(14-1-1)所示, 对该式两边各项在零初始条件下取拉氏变换, 经整理得:

$$(a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n) X_o(s) = (b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m) X_i(s)$$

$$m \leq n$$

$$(14-1-4)$$

则系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad m \leq n \quad (14-1-5)$$

或

$$G(s) = \frac{M(s)}{D(s)}$$

比较式(14-1-2)与式(14-1-5)可见, 如果系统(环节)的微分方程为已知, 那么只要将微分算子 p 直接换成复变量 s , 并写成上述有理分式形式, 即为所求传递函数。

如例1-1RLC网络的传递函数为

$$G(s) = \frac{1}{T_L T_C s^2 + T_C s + 1}$$

如果系统(环节)的微分方程为未知, 那就要将原始方程组在零初始条件下进行拉氏变换, 得到