



清华大学出版社
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

程佳惠

邵光砚

赵衡秀

吴洁华

钱小军

BA 全国联考应试
清华辅导教材

数学

00003966

01-42
08

MBA | 全国联考应试
清华辅导教材

数学



程佳惠

邵光砚

赵衡秀

吴洁华

钱小军



C0479595



清华大学出版社

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

该书是根据《2000 MBA 联考考前辅导教材》数学考试大纲精心编写而成的。全书共分四个部分,即初等数学、微积分、线性代数及概率论。每部分都紧扣考试大纲的要求,按考试内容及要求分节,将有关概念、公式及定理归纳成条,然后给出典型例题和规范解法,对易出错、易混淆的概念及性质给予特别提醒。每节后面配有适当数量的习题及参考答案。书后还备有 1997—1999 年 MBA 入学考试试题及试题解析。该书对提高 MBA 考生的应试能力将起到有力的辅助作用。

该书适合 MBA 入学考试的考生及广大 MBA 自学者学习、使用。

书 名: 数学

编 者: 程佳惠 等

出版者: 清华大学出版社(北京清华大学校内, 邮编 100084)

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

印刷者: 北京市清华园胶印厂

发行者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 787×960 1/16 印张: 21.5 字数: 470 千字

版 次: 1999 年 9 月第 1 版 1999 年 9 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-03677-2/F·234

印 数: 0001~5000

定 价: 27.00 元

前 言

为了帮助报考工商管理硕士(MBA)的考生能更全面、更准确地理解和掌握由全国 MBA 教育指导委员会制定的《2000 MBA 联考考前辅导教材》数学考试大纲的要求,在考前系统复习有关的数学知识,编写了本书。

全书按照考试大纲的要求分为初等数学、微积分、线性代数及概率论四部分,每部分都紧扣数学考试大纲的要求,按考试内容及要求分节,每节先将有关概念、公式及定理总结归纳成条,然后举出典型例题及经典规范解法,重视总结例题的分析方法及技巧,对容易出错或容易混淆的概念及性质还特别提出考生应注意的问题。每节配有相当数量的练习题及练习题参考答案。为提高考生应试能力,本书附有 4 套模拟题。还有 1997 年,1998 年,1999 年三年的全国攻读工商管理硕士学位研究生联考数学试题解析,供考生分析、了解入学考试的命题结构及发展动向。

参加编写本书的专家、教授都是清华大学教师。自 1997 年设置全国联考以来,他们连续三年参加清华大学考前辅导工作,对数学考试大纲理解深刻,具有丰富的辅导经验。清华大学的 MBA 入学考试,数学科目平均成绩三年蝉联全国第一名。本书由邵光砚编写初等数学(第 1 至 3 章),赵衡秀、吴洁华编写微积分(第 4 章),程佳惠编写线性代数(第 5 章),钱小军编写概率论(第 6 章)。本书既可供考生自学参考,也可作为教师辅导用书。

由于水平所限,书中缺点与错误之处,恳请读者批评指正。

编者 于清华园

总 序

随着我国社会主义市场经济体制的逐步建立,经济体制改革不断深化,能掌握市场经济的一般规律,熟悉其运行规则,而又了解中国企业实情的经济管理人才短缺的矛盾也就更加尖锐地暴露出来。近几年来,为适应这一需要,以培养企业经营管理战略后备人才为目标的 MBA 得到极为迅速地发展。

为了确保我国 MBA 健康有序地发展,在教育部高校学生司和国务院学位办公室的直接领导下,全国 MBA 教育指导委员会设计了 MBA 入学联考方案,并从 1997 年开始实施全国 MBA 入学联考。1998 年又开通了主要面向国有大中型企业管理干部的“企业管理干部在职攻读 MBA 学位”的渠道,组织了相近的全国联考,有数万人参加了 1999 年的考试。全国联考提高了考试的质量,规范了考试的要求,促进了考生之间的竞争,改善了形象。

清华大学经济管理学院辅导的考生在全国 MBA 入学联考以来,连续取得各科总平均第一和多数单科第一的好成绩。为了帮助应考人员更好地准备入学考试,清华大学出版社组织近年来参加考前辅导的有关专家、教授编写了《MBA 全国联考应试清华辅导教材》,共分“英语”、“数学”、“语文”、“逻辑”、“管理”五册。

这套辅导教材充分体现了“2000 MBA 考试大纲”的要求,作者本着确保工商管理硕士生入学考试的信度和效度,既反映工商管理专业的特点,又有利于有实践经验的中青年管理干部入学,促进工商管理教育的发展的精神,编写了本丛书。

本套教材考虑了应试人员的专业背景。注意侧重提高应试人员的逻辑思维能力,汉语和英语的阅读、表达及运用能力,抽象概括能力,空间想象能力,基本运算能力,以及运用基本知识分析和解决实际管理问题的能力。本丛书包含了大量的例题和习题,训练应试人员在理解理论要点的基础上,提高分析和解题能力;包含了以往联考的试题分析;并附有模拟试题和题解,帮助应试人员进行自我训练和自我检验。

最后,本丛书的顺利出版要感谢清华大学经济管理学院教学办公室主任程佳惠教授所做大量的组织工作,要感谢清华大学出版社,更要感谢各位作者所付出的辛勤劳动。

清华大学经济管理学院副院长
陈章武

目 录

第一部分

1 代数	3
1.1 绝对值和平均值	3
1.1.1 绝对值的定义与性质	3
1.1.2 绝对值的几何意义	3
1.1.3 绝对值运算的规则	3
1.1.4 平均值	3
练习题	6
练习题参考答案	6
1.2 比与比例	7
1.2.1 比的定义和性质	7
1.2.2 比例	7
1.2.3 正反比例	7
练习题	10
练习题参考答案	11
1.3 方程和方程组	11
1.3.1 一元一次方程	11
1.3.2 一元二次方程	11
1.3.3 二元一次方程组	12
练习题	16
练习题参考答案	18
1.4 不等式和不等式组	18
1.4.1 不等式(组)的解集及解不等式(组)	18
1.4.2 一元一次不等式(组)及其解法	19
1.4.3 一元二次不等式及其解法	19
1.4.4 含有绝对值的不等式的解法	20
练习题	24
练习题参考答案	25
1.5 数列	26
1.5.1 基本概念	26
1.5.2 等差数列	26
1.5.3 等比数列	27

练习题	30
练习题参考答案	31
1.6 排列、组合、二项式定理	31
1.6.1 两个基本原理	31
1.6.2 排列	32
1.6.3 组合	32
1.6.4 二项式定理	33
练习题	36
练习题参考答案	37
2 平面解析几何初步	38
2.1 平面解析几何基本公式	38
2.1.1 平面直角坐标系	38
2.1.2 两点间的距离公式	38
2.1.3 线段的定比分点	38
练习题	41
练习题参考答案	42
2.2 直线	42
2.2.1 有关直线的几个概念	42
2.2.2 直线方程的几种形式	43
2.2.3 两条直线的平行与垂直	44
练习题	47
练习题参考答案	48
2.3 圆锥曲线	48
2.3.1 圆	48
2.3.2 椭圆(长轴为 $2a$, 短轴为 $2b$)	49
2.3.3 双曲线(实轴为 $2a$, 虚轴为 $2b$)	50
2.3.4 抛物线(焦点到准线的距离为 p)	50
练习题	54
练习题参考答案	55
3 三角	56
3.1 三角函数	56
3.1.1 锐角三角函数定义	56
3.1.2 任意角三角函数定义	56
3.1.3 三角函数的定义域和值域(以下 $k \in \mathbb{Z}$)	56
3.1.4 三角函数的符号	57
3.1.5 诱导公式	57
3.1.6 特殊角的三角函数值	57
练习题	61

练习题参考答案	62
3.2 基本关系式	62
3.2.1 同角三角函数间的关系	62
3.2.2 倍角公式	63
3.2.3 半角公式	63
练习题	66
练习题参考答案	67

第二部分

4 微积分	71
4.1 函数、极限、连续	71
4.1.1 函数	71
4.1.2 极限	72
4.1.3 函数的连续性	73
4.1.4 无穷小量的比较	74
练习题(函数部分)	83
练习题(极限与连续部分)	86
练习题参考答案(函数部分)	91
练习题参考答案(极限与连续部分)	92
4.2 导数与微分	93
4.2.1 导数的概念	93
4.2.2 导数的运算、高阶导数	94
4.2.3 微分概念	95
4.2.4 罗必达法则	96
4.2.5 函数的增减性、极限、最大最小值	96
4.2.6 函数的凹凸性、拐点及其判定	97
练习题(导数与微分部分)	116
练习题(导数应用部分)	120
练习题参考答案(导数与微分部分)	124
练习题参考答案(导数应用部分)	125
4.3 不定积分与定积分	127
4.3.1 原函数、不定积分概念	127
4.3.2 不定积分的基本性质	127
4.3.3 不定积分的基本积分法	128
4.3.4 定积分的概念与基本性质	128
4.3.5 变限的定积分与牛顿-莱布尼兹公式	129
4.3.6 定积分的基本积分法	130
4.3.7 定积分的几何应用之一——计算平面图形的面积	130

练习题(不定积分部分)	152
练习题(定积分及其应用部分)	156
练习题参考答案(不定积分部分)	161
练习题参考答案(定积分及其应用部分)	163
4.4 多元函数微分学	165
4.4.1 多元函数概念、偏导数概念及计算	165
4.4.2 全微分(以二元函数 $z=f(x,y)$ 为例)	167
4.4.3 复合函数的微分法	168
4.4.4 隐函数的微分法	169
4.4.5 二元函数的极值	169
练习题	176
练习题参考答案	182

第三部分

5 线性代数	187
5.1 行列式	187
5.1.1 n 阶行列式的“递归”定义	187
5.1.2 行列式的性质	187
5.1.3 行列式按行(列)展开	189
5.1.4 几种特殊行列式的计算	189
5.1.5 克莱姆法则	190
练习题	200
练习题参考答案	204
5.2 矩阵	204
5.2.1 矩阵的定义	204
5.2.2 矩阵的运算及其运算律	205
5.2.3 几种特殊矩阵	206
5.2.4 初等变换与初等矩阵	208
5.2.5 逆矩阵	209
练习题	217
练习题参考答案	219
5.3 n 维向量	221
5.3.1 向量的定义及运算	221
5.3.2 向量的线性关系	222
5.3.3 向量的线性组合	223
5.3.4 向量组和秩	223
练习题	228
练习题参考答案	230

5.4 线性方程组	230
5.4.1 线性方程组的矩阵形式	230
5.4.2 线性方程组解的判定定理	231
5.4.3 线性方程组解的结构	231
练习题	240
练习题参考答案	242
5.5 矩阵的特征值与特征向量	243
5.5.1 特征值与特征向量定义	243
5.5.2 特征值与特征向量的求法	244
5.5.3 特征值与特征向量的性质	244
练习题	248
练习题参考答案	250

第四部分

6 概率论	255
6.1 随机事件及其运算	255
6.1.1 随机现象	255
6.1.2 随机试验	255
6.1.3 随机事件	255
6.1.4 样本空间	256
6.1.5 事件之间的关系及其运算	256
练习题	261
练习题参考答案	262
6.2 事件的概率及其性质	263
6.2.1 古典概型试验	263
6.2.2 概率的统计定义	263
6.2.3 概率的公理化定义	263
6.2.4 古典概率	263
6.2.5 概率的基本性质	264
6.2.6 概率的广义加法公式	264
练习题	269
练习题参考答案	271
6.3 条件概率与乘法公式	272
6.3.1 条件概率	272
6.3.2 条件概率的性质	272
6.3.3 乘法公式	272
练习题	276
练习题参考答案	277

6.4 事件的独立性及独立试验序列概型	277
6.4.1 事件的独立性	277
6.4.2 事件独立性的性质	278
6.4.3 独立试验序列概型	278
练习题	280
练习题参考答案	280
6.5 全概率公式与贝叶斯公式	281
6.5.1 全概率公式	281
6.5.2 贝叶斯公式	281
练习题	284
练习题参考答案	285
模拟试题一	286
模拟试题一参考答案	289
模拟试题二	290
模拟试题二参考答案	293
模拟试题三	295
模拟试题三参考答案	298
模拟试题四	300
模拟试题四参考答案	303
附录 A 1997 年全国攻读工商管理硕士学位研究生联考数学试题	304
附录 A 参考答案	306
附录 B 1998 年全国攻读工商管理硕士学位研究生联考数学试题解析	311
附录 C 1999 年全国攻读工商管理硕士学位研究生联考数学试题	323
附录 C 参考答案	326

第一 部分

1 代 数

1.1 绝对值和平均值

考试内容与要求:

1.1.1 绝对值的定义与性质

实数 a 的绝对值定义为: $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$

性质: $|a| \geq 0$; $|a| = 0 \iff a = 0$.

1.1.2 绝对值的几何意义

实数 a 的绝对值就是数轴上实数 a 所对应的点到原点的距离, 如图 1-1 所示.

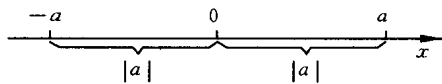


图 1-1

因此, 适合不等式 $|x| < a (a > 0)$ 的所有实数 x 所对应的就是全部与原点距离小于 a 的点, 即: $|x| < a \iff -a < x < a, (a > 0)$.

同理可得: $|x| > a \iff x < -a$ 或 $x > a, (a > 0)$.

1.1.3 绝对值运算的规则

$$(1) |a| - |b| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|;$$

$$(2) |a \cdot b| = |a| \cdot |b|;$$

$$(3) \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, (b \neq 0).$$

1.1.4 平均值

(1) 算术平均值: 设 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 我们称

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

为这 n 个数的算术平均值. 简记为 $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$.

(2) 几何平均值: 设 n 个正数 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 我们称

$$x_g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}$$

为这 n 个正数的几何平均值. 简记为 $x_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$.

例题分析:

例 1. 求适合下列条件的所有 x 的值:

(1) $|x-3|=8$;

(2) $|x-3|<8$;

(3) $|x-3|\geq 8$.

解: (1) 由绝对值定义, 得

$$x-3=8 \text{ 或 } x-3=-8,$$

$$\therefore x=11 \text{ 或 } x=-5.$$

注意: 也可以由绝对值的几何意义, 在数轴上找出与 3 所对应的点距离是 8 的两个点对应的实数.

(2) 由绝对值的几何意义, 得

$$-8 < x-3 < 8,$$

$$\therefore -5 < x < 11.$$

(3) 由绝对值的几何意义, 得

$$x-3 \leq -8 \text{ 或 } x-3 \geq 8,$$

$$\therefore x \leq -5 \text{ 或 } x \geq 11.$$

注意: 解(2), (3)时, 也可以根据绝对值的定义化去不等式中的绝对值符号, 即当 $x-3 \geq 0$ 时, $|x-3|=x-3$; 当 $x-3 < 0$ 时, $|x-3|=-(x-3)=3-x$, 将已知不等式化为两个不等式组.

例 2. 若 $|a-30| + \sqrt{b+40} + (c-10)^2 = 0$, 求 $a+b+c$ 的值.

解: 由绝对值、算术根、完全平方数的性质可知: 等式左边的三项均为非负数. 要使它们的和为零, 它们每一项都必须为零. 故得

$$\begin{cases} |a-30|=0, \\ \sqrt{b+40}=0, \\ (c-10)^2=0. \end{cases}$$

解得 $a=30, b=-40, c=10$.

$$\therefore a+b+c=0.$$

例 3. 设 $|x-3| + |y+4| = 1$, 求满足此等式的整数 x 和 y 的值.

解: $\because x$ 和 y 都是整数, 且 $|x-3| \geq 0, |y+4| \geq 0,$

$\therefore |x-3|$ 和 $|y+4|$ 都是非负整数, 而和为 1 的两个非负整数只能是 0 和 1.

$$\therefore \begin{cases} |x-3|=1, \\ |y+4|=0. \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} |x-3|=0, \\ |y+4|=1. \end{cases}$$

解得如下四组解:

$$\begin{cases} x_1=4, \\ y_1=-4; \end{cases} \begin{cases} x_2=2, \\ y_2=-4; \end{cases} \begin{cases} x_3=3, \\ y_3=-3; \end{cases} \begin{cases} x_4=3, \\ y_4=-5. \end{cases}$$

例 4. 某班学生共 40 人, 期中数学考试成绩统计如下(见表 1-1):

表 1-1

成绩	90~100	80~89	70~79	60~69	50~59
人数	12	18	5	0	5

问该班期中数学考试平均成绩不会低于多少分?

解: 以每个分数段的最低分计算平均值, 即

$$\bar{x} = \frac{90 \times 12 + 80 \times 18 + 70 \times 5 + 50 \times 5}{40} = 78.$$

答: 平均成绩不会低于 78 分.

例 5. 将一条长为 a 的线段截成长为 x 和 $a-x$ 的两条线段, 使 x 恰是 a 与 $a-x$ 的几何平均值. 我们称对任意一个量 a 的这种分割为黄金分割. 试求 x .

解: 由已知, 得 $x = \sqrt{a(a-x)}$, 两边平方, 整理得

$$x^2 + ax - a^2 = 0,$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} a, \text{ 舍去负值,}$$

$$\therefore x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} a \approx 0.618a.$$

解题要点:

1. 含有绝对值的式子的变形关键是化去式中绝对值符号, 常用方法有以下三种:

方法一: 确定(或讨论)绝对值号内式子的符号, 依绝对值定义, 化去绝对值符号.

如: $|x-3| > 8$ 化为:

$$\begin{cases} x-3 \geq 0, \\ x-3 > 8. \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x-3 < 0, \\ -(x-3) > 8. \end{cases}$$

方法二: 依绝对值的几何意义, 化去绝对值符号.

如: $|x-3| > 8$, 表示 $(x-3)$ 的值在数轴上对应的点与原点的距离大于 8, 因此这些点必位于 +8 和 -8 所对应点之外. 故有

$$x-3 < -8 \text{ 或 } x-3 > 8.$$

方法三:当 $a \in R$ 时,有 $|a|^2 = a^2$,故可用平方的方法化去绝对值符号.

如: $|x-3|=8$ 两边平方,整理得

$$x^2 - 6x - 55 = 0, \text{即 } (x-11)(x+5) = 0,$$

$\therefore x=11$ 或 $x=-5$.

2. 在求平均值时,应首先明确是求哪几个数的平均值,否则极易出错.

如:某年级共有三个班,考试后各班平均分统计如下:

一班:40人,平均分80分,

二班:35人,平均分82分,

三班:42人,平均分78分.

把年级平均分计算为 $\frac{80+82+78}{3} = 80$ 是错误的. 这是因为,年级平均分是全年级

117人所得的117个分的算术平均值. 正确计算如下:

$$\bar{x} = \frac{80 \times 40 + 82 \times 35 + 78 \times 42}{40 + 35 + 42} = 79.$$

练习 题

1. 若 $|x-3|=3-x$,则 x 的取值范围是

- A. $x > 0$ B. $x = 3$ C. $x < 3$ D. $x \leq 3$ E. $0 < x \leq 3$

2. 满足关系式 $\frac{|x-1|-1}{x-2} = 0$ 的 x 是

- A. 0 B. 2 C. 0 或 2 D. 0 或 -2 E. -2 或 2

3. 不等式 $|x-2| \geq 2$ 的解集是

- A. $x \leq 0$ B. $x \geq 4$ C. $0 \leq x \leq 4$ D. $x \leq 0$ 或 $x \geq 4$ E. $x \leq -4$

4. 若 $|a| = \frac{1}{2}$, $|b| = 1$,则 $|a+b|$ 等于

- A. $\frac{3}{2}$ 或 0 B. $\frac{1}{2}$ 或 0 C. $-\frac{1}{2}$ D. 0 E. $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$

5. 已知 $(|x|-1)^2 + (2y+1)^2 = 0$,则 $x+y$ 的值为

- A. $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. -1 E. -1 或 $\frac{1}{2}$

6. 已知 $(x-2y+1)^2 + \sqrt{x-1} + |2x-y+z| = 0$,求 x^{y+z} 的值.

7. 某工厂1997年10月、11月、12月的月产值分别是30万元、42万元、50万元,求:

(1) 1997年后三个月的平均月产值;

(2) 1997年11月份的平均日产值.

8. 已知 x, y 均为正整数,若它们的算术平均值为2,几何平均值也为2,求 x, y 的值.

练习题参考答案

1. D. 2. A. 3. D. 4. E. 5. A. 6. 1.