

6943

56.29

# 空间域重磁资料 处理解释系统

何玉辉 柳雪芬 编著

地 质 出 版 社



# 空间域重磁资料 处理解释系统

何玉辉 柳雪芬 编著

地质出版社

# 空间域重磁资料处理解释系统

何玉辉 柳雪芬 编著

\*

责任编辑：曹玉

地质出版社出版

（北京西四）

地质出版社印刷厂印刷

（北京海淀区学院路29号）

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

\*

开本：850×1168<sup>1</sup>/<sub>32</sub> 印张：6<sup>1</sup>/<sub>8</sub> 字数：157,000  
1987年6月北京第一版·1987年6月北京第一次印刷

印数：1—1,205册 国内定价：1.75元

统一书号：13038·新435

# 前 言

## (一)

《空间域重磁资料处理解释系统》一书介绍的是两个位场转换系统和一个反演方法。这两个转换系统各有其适用范围。

根据平面的狄义赫利和诺依曼问题的解，用叠加求和方法建立起来的系统是一个简易计算系统。它的基本功能齐全，计算精度也较高。其特点是计算方法简易，计算结果稳定，用小的微机以至计算器均可进行计算。适合于野外分队对单个矿段的资料在现场进行即时处理。但该系统下延时使用了和其它变换无关的插值函数，在依据上欠单一。且化平的方法是粗略的。

以曲面为一边界的拉氏方程的解建立起来的系统，是一个将水准面视为平面的完整的位场转换系统。它采取和前人不同的边界条件解拉氏方程，理论依据单一。其功能由化平至各种位场转换是完整的，计算精度也较高。但对机器有一定要求，小的微机是不能进行计算的。

在叠加求和系统中，有一个和下延插值函数关联的反演场源界面的方法——“似奇点”法，和下延插值函数一起是独立的，在其它系统中也可使用。

## (二)

在重磁资料的处理中，有些并非属于位场量的计算，但却是随时遇到的问题：如浅部杂散场源干扰的滤去（数据的圆滑），观测点无规律排列（非规则化）资料的处理及规则化（网格化），以及测区边部场值远未至零的资料的处理等。对这一类问题的解决，最好是纳入系统的基本功能之内，而不要再另外采取办法。

在两个系统中，除叠加求和方法不能解决测区边部处理外，我们基本上作到了这一点。

对于单个矿段资料的处理，边部场值未至零的问题相对说来不是那么突出，突出的问题是浅部杂散场源的干扰。叠加求和方法滤去浅部杂散场源干扰的功能是很强的。当干扰信息接近或超过有用信息时，也能将其滤去。

对于上述的两个系统，近年来处理过一些实际资料，取得了一定的地质效果。本书的第四章是野外资料处理实例，有的已经钻探验证，确有成效。

### (三)

重磁在位场变换中的各计算式，基本上是同一的。实测数据所用的单位，又因情况的不同而不同。因而在论述各位场变换的计算式时，若一一标注其单位，则将变得十分繁杂。另一方面，各位场转换均是由实测值进行计算的。对于场的分量，输入值是什么单位，计算而得的也就是什么单位；由实测值经微分运算而得的量的单位，则为实测量的单位除以 $L^n$ ；由实测量经积分而得的量的单位，则为实测量的单位乘以 $L^n$ 。这里 $L$ 是长度的单位， $n$ 为微分或积分的次数。因此，本书在所有计算式后均不标注单位。有特殊需要时，则在章末附简要说明。

虽然，在作位场理论讨论时，一般 $z$ 轴是取其铅直向上的。但在重磁法勘探中，习惯是取 $z$ 轴铅直向下。为了与重磁法勘探中的量一致，本书中凡属对 $z$ 的微分均代以对负 $z$ 的微分；而对 $z$ 的积分则颠倒其积分的上下限。

本书所引用的材料，在一般教科书中均有论述。

### (四)

叠加求和方法的研究工作开始于1979年，先后参加过这一工作的有汪隆六、刘竞波、黄地龙、周绵远、余嘉兴等同志。

以曲面为一边界的拉氏方程的解的研究工作开始于1980年，

先后参加过这一工作的有孙淑霞、芦小平、刘竞波、杨丽沛等。

周海峰和柳雪芬同志参加了两项工作最后阶段资料与程序的整理及其它系统化的工作；柳雪芬同志并和我进行了本书的编写本书的第四章，由钱国平、黄超华、吕星照、蒋航甘同志编写。王宝仁、余钦范同志对全书作了审定。

有关领导特别是地矿部物化探局有关领导和同志们的关怀与支持，是工作在较长的时间里能持续进行的坚实保证。

奚家鉴同志和所述工作有特殊的渊源。要没有他的努力，大概便不会有这两个项目。我个人大概也不大可能来从事数据处理的研究工作。

因此，谨向上述有关的领导和同志们给予的关怀、支持与合作表示衷心的感谢。

何玉辉

# 目 录

## 前言

|                        |     |
|------------------------|-----|
| 第一章 叠加求和方法             | 1   |
| 一、延拓                   | 1   |
| 二、场的分量                 | 14  |
| 三、场分量的导数               | 17  |
| 四、化极及航磁向地磁的转换          | 28  |
| 五、一个粗略的曲线、曲面位场延拓和转换的方法 | 38  |
| 六、非规则化数据的处理及规则化        | 43  |
| 七、有关计算的几个问题            | 48  |
| 第二章 以曲面为一边界的拉氏方程的解     | 51  |
| 一、概述                   | 51  |
| 二、方程的解                 | 53  |
| 三、场值分布于水平直线和水平面时系数的确定  | 56  |
| 四、场值分布于曲线和曲面时系数的确定     | 61  |
| 五、几个问题的处理              | 68  |
| 六、关于本章计算式单位的说明         | 70  |
| 第三章 位场转换               | 72  |
| 一、概述                   | 72  |
| 二、位及场的分量               | 72  |
| 三、分量的一次导数              | 74  |
| 四、场分量的二次及二次以上的导数       | 77  |
| 五、延拓、化平及非规则化数据的规则化     | 83  |
| 六、化向地磁极                | 85  |
| 七、磁化方向的转换              | 96  |
| 八、航磁向地磁的转换             | 116 |

|                                          |     |
|------------------------------------------|-----|
| 九、功能及精度·····                             | 138 |
| 十、计算速度及使用流程·····                         | 141 |
| 第四章 资料处理实例·····                          | 157 |
| 一、电算在 M183 异常的应用效果·····                  | 157 |
| 二、四川米易县潘家田矿区“似奇点”法计算结果·····              | 159 |
| 三、白马钒钛磁铁矿区应用“似奇点”计算结果·····               | 166 |
| 四、“似奇点”法在 CZ <sub>14</sub> 异常上的试验效果····· | 169 |
| 五、盐源重力资料的处理·····                         | 173 |
| 六、关于“似奇点”的几个问题·····                      | 178 |
| 结束语·····                                 | 182 |
| 参考文献·····                                | 187 |

# 第一章 叠加求和方法

## 一、延拓

### (一) 向上延拓

#### 1. 二维

二维半平面狄义赫利

问题

$$u(x, y)|_{z=0} = f_1(\xi, 0)$$

的解为:

$$u(x, z) = \frac{z}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_1(\xi, 0) d\xi}{(x-\xi)^2 + z^2}$$

若  $f_1(\xi, 0)$  为直线段  $L$  上按等距实测的场的垂向分量  $Z_a(\xi, 0)$ , 而  $Z_a(\xi,$

0) 又只存在于线段  $L$  内 (如图 1.1), 则有:

$$Z_s(x, z) = \frac{z}{\pi} \int_L \frac{Z_a(\xi, 0) d\xi}{(x-\xi)^2 + z^2} \quad (1.1.1)$$

设测点数为  $n$ , 点距为  $D$ 。命由  $j$  和  $j+1$  两测点间的小线段为  $\delta_j$ , 则对线段  $L$  的积分应等于对  $\delta_j$  的积分, 然后对所有的  $\delta_j$  叠加求和, 即:

$$Z_a(x, z) = \frac{z}{\pi} \sum_{j=1}^{n-1} \int_{\delta_j} \frac{Z_a(\xi, 0) d\xi}{(x-\xi)^2 + z^2} \quad (1.1.2)$$

如图 1.1 选取坐标,  $X$  轴与  $L$  重合, 原点至第一个测点的距离为  $D$ , 则对于第  $j$  个测点有:  $\xi = j \cdot D$  (1.1.3)

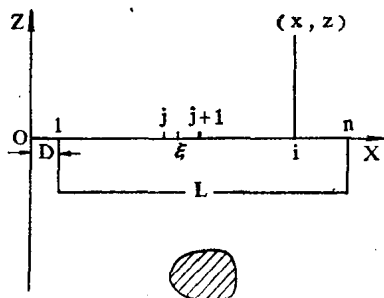


图 1.1 二度问题坐标示意图

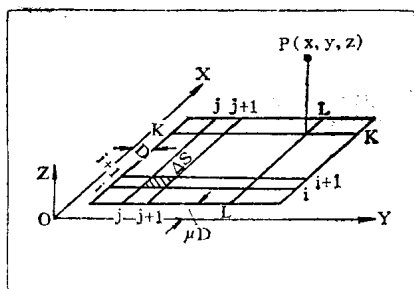


图1.2 三度问题向上延拓坐标系的选取

在  $j$  和  $j+1$  两点之间, 其坐标  $\xi$  可写为:

$$\xi = j \cdot D + S \cdot D \quad 0 \leq S \leq 1 \quad (1.1.4)$$

因而微分:

$$d\xi = D \cdot ds \quad (1.1.5)$$

$$\text{命 } \kappa = k \cdot D \quad (1.1.6)$$

$k$  不一定为整数, 应看作是替代  $X$  的变量。

将(1.1.4)、(1.1.5)、(1.1.6)式代入(1.1.2)式得:

$$Z_a(x, z) = \frac{\omega}{\pi} \sum_{i=1}^{n-1} \int_0^1 \frac{Z_a(\xi, 0) ds}{(k-j-s)^2 + \omega^2} \quad (1.1.7)$$

其中  $\omega = z/D$

视  $Z_a(\xi, 0)$  在线段  $\delta_i$  上的变化是线性的, 用  $Z_a[j]$  和  $Z_a[j+1]$  分别表示第  $j$  和第  $j+1$  个测点上的实测值, 则有:

$$Z_a(\xi, 0) = (1-s)Z_a[j] + s \cdot Z_a[j+1], \quad (1.1.8)$$

将此式代入(1.1.7), 并应用梯形公式得:

$$\begin{aligned} Z_a(x, z) &= \frac{\omega}{2\pi} \sum_{i=1}^{n-1} \left[ \frac{Z_a[j+1]}{(k-j-1)^2 + \omega^2} + \frac{Z_a[j]}{(k-j)^2 + \omega^2} \right] \\ &= \frac{\omega}{2\pi} \sum_{i=1}^n \frac{a[j] \cdot Z_a[j]}{(k-j)^2 + \omega^2} \end{aligned} \quad (1.1.9)$$

$$\text{其中: } a[j] = \begin{cases} 1 & (\text{当 } j=1 \text{ 或 } n) \\ 2 & (\text{当 } j \neq 1 \text{ 或 } n) \end{cases}$$

这就是二维平面位场向上延拓的计算式。

## 2. 三维

### 三维半空间狄义赫利问题

$u(x, y, z) |_{z=0} = f_1(\xi, \eta, 0)$  的解为:

$$u(x, y, z) = \frac{z}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_1(\xi, \eta, 0) d\xi d\eta}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2]^{3/2}}$$

若  $f_1(\xi, \eta, 0)$  为平面区域  $\sigma$  上按规则网实测的场的垂向分量  $Z_a(\xi, \eta, 0)$ , 而  $Z_a(\xi, \eta, 0)$  又只存在于  $\sigma$  区域内 (如图1.2), 则有:

$$Z_a(x, y, z) = \frac{z}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{Z_a(\xi, \eta, 0) d\xi d\eta}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2]^{3/2}} \quad (1.1.10)$$

对于测区  $\sigma$ , 若其测线数为  $m$ 、线距为  $\mu \cdot D$ ; 每条测线的测点数为  $n$ 、点距为  $D$ , ( $\mu$  为线距与点距的比值)。则测区的矩形网格数应为  $(m-1) \cdot (n-1)$ 。令  $\Delta\sigma$  为由第  $i$  和第  $i+1$  条测线与过第  $j$  和第  $j+1$  个测点并垂直于测线的两直线所构成的矩形格, 则对整个测区的积分应等于对  $\Delta\sigma$  的积分, 然后对所有的  $\Delta\sigma$  迭加求和。即:

$$Z_a(x, y, z) = \frac{z}{2\pi} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} \iint_{\Delta\sigma} \frac{Z_a(\xi, \eta, 0) d\xi d\eta}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2]^{3/2}} \quad (1.1.11)$$

如图1.2选取坐标, 将原点置于测区左下角, 使  $y$  轴平行于测线, 且与第一条测线的距离为  $\mu \cdot D$ ; 使  $x$  轴垂直于测线, 且与第一个测点的距离为  $D$ 。则第  $i$  线, 第  $j$  点的坐标为:

$$\begin{cases} \xi_i = i \cdot \mu \cdot D, \\ \eta_j = j \cdot D \end{cases} \quad (1.1.12)$$

而于  $\Delta\sigma$  内有:

$$\begin{cases} \xi = i \cdot \mu \cdot D + t \cdot \mu \cdot D, & 0 \leq t \leq 1 \\ \eta = j \cdot D + s \cdot D, & 0 \leq s \leq 1 \end{cases} \quad (1.1.13)$$

微分:

$$\begin{cases} d\xi = \mu \cdot D \cdot dt, \\ d\eta = D \cdot ds. \end{cases} \quad (1.1.14)$$

$$\text{命} \begin{cases} x = k \cdot \mu \cdot D, \\ y = l \cdot D. \end{cases} \quad (1.1.15)$$

$k, l$  不一定为整数, 乃是代替  $x, y$  的变量。

将(1.1.12), (1.1.13), (1.1.14)和(1.1.15)代入(1.1.11)

式得:

$$Z_a(x, y, z) = \frac{\omega}{2\pi} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} \int_0^1 \int_0^1$$

$$\frac{Z_a(\xi, \eta, 0) ds dt}{[\mu^2(k-i-t)^2 + (l-j-s)^2 + \omega^2]^{3/2}} \quad (1.1.16)$$

$$\text{其中: } \omega = \frac{z}{D}$$

设 $[i, j]$ ,  $[i+1, j]$ ,  $[i, j+1]$ 及 $[i+1, j+1]$ 四点的场值分别为 $Z_a[i, j]$ ,  $Z_a[i+1, j]$ ,  $Z_a[i, j+1]$ 和 $Z_a[i+1, j+1]$ .而又将 $\Delta\sigma$ 内场值的变化视为线性的, 有:

$$Z_a(\xi, \eta, 0) = (1-t)(1-s)Z_a[i, j] + (1-t)s \cdot Z_a[i, j+1] + (1-s)t \cdot Z_a[i+1, j] + s \cdot t \cdot Z_a[i+1, j+1] \quad (1.1.17)$$

将(1.1.17)式代入(1.1.16)式, 并应用二维数字积分的梯形公式得:

$$\begin{aligned} Z_a(x, y, z) &= \frac{\omega \mu}{8\pi} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} \left\{ \frac{Z_a[i, j]}{[\mu^2(k-i)^2 + (l-j)^2 + \omega^2]^{3/2}} \right. \\ &\quad + \frac{Z_a[i+1, j]}{[\mu^2(k-i-1)^2 + (l-j)^2 + \omega^2]^{3/2}} \\ &\quad + \frac{Z_a[i, j+1]}{[\mu^2(k-i)^2 + (l-j-1)^2 + \omega^2]^{3/2}} \\ &\quad \left. + \frac{Z_a[i+1, j+1]}{[\mu^2(k-i-1)^2 + (l-j-1)^2 + \omega^2]^{3/2}} \right\} \\ &= \frac{\omega \mu}{8\pi} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{a[i, j] \cdot Z_a[i, j]}{[\mu^2(k-i)^2 + (l-j)^2 + \omega^2]^{3/2}} \end{aligned} \quad (1.1.18)$$

其中:

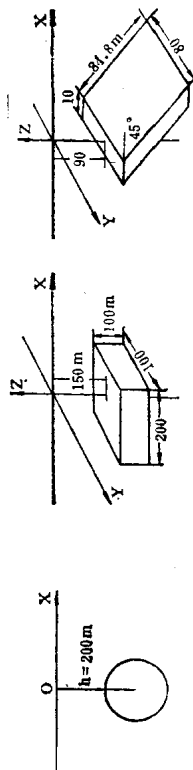
$$a[i, j] = \begin{cases} 1 & (\text{当 } i=1 \text{ 或 } m, \text{ 而 } j=1 \text{ 或 } n) \\ 2 & \left( \begin{array}{l} \text{当 } i=1 \text{ 或 } m \text{ 而 } j \neq 1 \text{ 或 } n, \\ \text{当 } j=1 \text{ 或 } n \text{ 而 } i \neq 1 \text{ 或 } m \end{array} \right) \\ 4 & \text{当 } i \neq 1 \text{ 或 } m \text{ 而 } j \neq 1 \text{ 或 } n \end{cases}$$

这就是三维位场向上延拓的计算式。用此式对 $n$ 种理论模型的计算结果和积分插值法计算结果的精度对比如表 1.1。从所列数据可以看出, 它在丢点少的情况下即能获得积分插值法的精度。

表 1.1 上延精度对比

| 球  |       |       |          | 体     |          |    |       | 长方体   |          |       |          | 倾斜薄板 |      |      |          |
|----|-------|-------|----------|-------|----------|----|-------|-------|----------|-------|----------|------|------|------|----------|
| 测点 | 理论值   | A     | 百分误差 (%) | B     | 百分误差 (%) | 测点 | 理论值   | A     | 百分误差 (%) | B     | 百分误差 (%) | 测点   | 理论值  | A    | 百分误差 (%) |
| 0  | 47.70 | 47.67 | 0.06     | 47.28 | 0.9      | 0  | 165.4 | 164.5 | 0.5      | 163.9 | 0.9      | -6   | 3.13 | 3.23 | 3.2      |
| 1  | 46.98 | 46.95 | 0.06     | 46.56 | 0.9      | 1  | 163.5 | 162.6 | 0.6      | 162.0 | 0.9      | -5   | 4.21 | 4.31 | 4.28     |
| 2  | 44.89 | 44.89 | 0        | 44.49 | 0.9      | 2  | 158.0 | 157.1 | 0.6      | 156.5 | 0.9      | -4   | 5.44 | 5.53 | 5.43     |
| 3  | 41.66 | 41.70 | 0.1      | 41.28 | 0.9      | 3  | 149.2 | 148.2 | 0.7      | 147.7 | 1.0      | -3   | 6.71 | 6.79 | 6.67     |
| 4  | 37.61 | 37.68 | 0.2      | 37.26 | 0.9      | 4  | 137.7 | 136.6 | 0.8      | 136.1 | 1.2      | -2   | 7.85 | 7.92 | 7.81     |
| 5  | 33.08 | 33.20 | 0.4      | 32.75 | 1.0      | 5  | 124.2 | 123.0 | 0.9      | 122.4 | 1.4      | -1   | 8.66 | 8.73 | 8.63     |
| 6  | 28.42 | 28.56 | 0.5      | 28.05 | 1.3      | 6  | 109.7 | 108.9 | 0.7      | 107.4 | 2.1      | 0    | 9.00 | 9.07 | 8.97     |
| 7  | 23.89 | 24.05 | 0.7      | 23.41 | 2.0      | 7  | 94.8  | 92.7  | 2.2      | 92.1  | 2.8      | 1    | 8.80 | 8.88 | 8.76     |
| 8  | 19.69 | 19.84 | 0.8      | 19.02 | 3.4      | 8  |       |       |          |       |          | 2    | 8.13 | 8.21 | 8.06     |
|    |       |       |          |       |          |    |       |       |          |       |          | 3    | 7.12 | 7.20 | 7.05     |
|    |       |       |          |       |          |    |       |       |          |       |          | 4    | 5.96 | 6.03 | 5.94     |
|    |       |       |          |       |          |    |       |       |          |       |          | 5    | 4.78 | 4.86 | 4.89     |
|    |       |       |          |       |          |    |       |       |          |       |          | 6    | 3.70 | 3.78 | 3.94     |
|    |       |       |          |       |          |    |       |       |          |       |          |      |      |      | 6.5      |

注: 1. A 为本文提出的方法上延值; 2. B 为积分插值法上延值; 3. 测点距为 20m; 4. 积分插值法的测点数为  $43 \times 43$ , 新方法的测点数为  $21 \times 21$ ; 5. 垂直磁化; 6. 球体与长方体只列出中心一侧的数据; 7. 延拓面距观测面均为 80m



## (二) 向下延拓

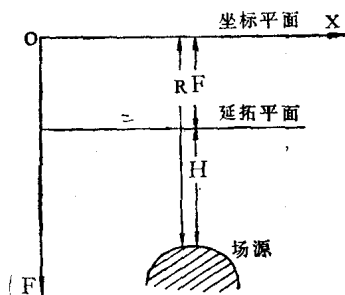
上述上延计算式显然是不能用于向下延拓的。必需另外探寻向下延拓的计算式。积分插值法用四次多项式向下延拓的效果还是比较好的，但用多项式反映场在铅直方向变化的规律似乎不够自然。因此我们采用有理分式作为下延插值函数。

众所周知，磁异常垂直分量  $Z_a$  在极值附近可近似的表示为：

$$Z_a = \frac{cJV}{H^n} \quad (1.1.19)$$

这里  $H$  是磁性体的顶面深度； $n$  是决定于磁性体形态的一个参数； $V$  是磁性体的体积； $J$  是磁化强度； $c$  是某个可变的常数。

如图1.3所示： $R$  为由坐标平面起算的场源顶面埋深； $F$  为下延深度 ( $F = |z|$ )； $H$  为由延拓平面起算的场源顶面埋深，则有：



$$H = R - F$$

$$\text{命 } A = cJV$$

$$B = \frac{1}{A}$$

将上三式代入 (1.1.19) 式，  
得

$$\begin{aligned} Z_a &= \frac{A}{(R-F)^n} \\ &= \frac{A}{R} \left(1 - \frac{F}{R}\right)^{-n} \end{aligned}$$

图 1.3 坐标及场源位置示意图

$$= \frac{1}{B R} \frac{1}{\left(1 - \frac{F}{R}\right)^n}$$

由于  $\frac{F}{R} < 1$ ，故可将  $\left(1 - \frac{F}{R}\right)^{-n}$  和  $\left(1 - \frac{F}{R}\right)^n$  各自展为多项式。

取  $n = 4$ ，将  $\left(1 - \frac{F}{R}\right)^{-n}$  展成多项式，就得到积分插值法下延

计算式的四次多项式。

将  $\left(1 - \frac{F}{R}\right)^n$  展成多项式就得有理分式。我们即用此种有理分式为下延插值函数。即：

$$Z_a(x, y, z) = \frac{1}{BR \left(1 - \frac{F}{R}\right)^n}$$

$$= \frac{1}{f(F)} \quad (1.1.20)$$

取  $n$  为 4 或 3

得：

$$f(F) = a_0 + a_1 F + a_2 F^2 + a_3 F^3 + a_4 F^4$$

$$\text{或 } f(F) = a_0 + a_1 F + a_2 F^2 + a_3 F^3$$

对于四次式，为了确定系数  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$ ，在每一铅直线上，除  $z=0$  外，向上取等距( $a$ )的四个节点 1、2、3、4。包括  $z=0$  共五个点。设其相应的场值为  $Z_{a0}, Z_{a1}, Z_{a2}, Z_{a3}, Z_{a4}$ 。有：

$$Z_{a0} = \frac{1}{a_0}$$

$$Z_{a1} = \frac{1}{a_0 + a_1 a + a_2 a^2 + a_3 a^3 + a_4 a^4}$$

$$Z_{a2} = \frac{1}{a_0 + a_1 (2a) + a_2 (2a)^2 + a_3 (2a)^3 + a_4 (2a)^4}$$

$$Z_{a3} = \frac{1}{a_0 + a_1 (3a) + a_2 (3a)^2 + a_3 (3a)^3 + a_4 (3a)^4}$$

$$Z_{a4} = \frac{1}{a_0 + a_1 (4a) + a_2 (4a)^2 + a_3 (4a)^3 + a_4 (4a)^4}$$

$$\text{命： } T_0 = \frac{1}{Z_{a0}}$$

$$T_1 = \frac{1}{Z_{a1}} - T_0$$

$$T_2 = \frac{1}{Z_{a2}} - T_0$$

$$T_3 = \frac{1}{Z_{a3}} - T_0$$

$$T_4 = \frac{1}{Z_{a4}} - T_0$$

有:  $a_0 = T_0$  及

$$a_1(a) + a_2(a)^2 + a_3(a)^3 + a_4(a)^4 = T_1$$

$$a_1(2a) + a_2(2a)^2 + a_3(2a)^3 + a_4(2a)^4 = T_2$$

$$a_1(3a) + a_2(3a)^2 + a_3(3a)^3 + a_4(3a)^4 = T_3$$

$$a_1(4a) + a_2(4a)^2 + a_3(4a)^3 + a_4(4a)^4 = T_4$$

解此四个方程, 得:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{36T_2 + 3T_4 - 48T_1 - 16T_3}{12a} \\ a_2 &= \frac{114T_2 + 11T_4 - 104T_1 - 56T_3}{24a^2} \\ a_3 &= \frac{24T_2 + 3T_4 - 18T_1 - 14T_3}{12a^3} \\ a_4 &= \frac{6T_2 + T_4 - 4T_1 - 4T_3}{24a^4} \end{aligned} \right\} \quad (1.1.21)$$

对于三次式, 从  $z=0$  起沿铅直线向上只取三个等距( $a$ )节点  
1、2、3, 用与四次式相同的方法求得:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= T_0 \\ a_1 &= \frac{9T_2 - 18T_1 - 2T_3}{6a} \\ a_2 &= \frac{4T_2 - 5T_1 - T_3}{2a^2} \\ a_3 &= \frac{3T_2 - 3T_1 - T_3}{6a^3} \end{aligned} \right\} \quad (1.1.22)$$

(1.1.20), (1.1.21)及(1.1.22)式即为用于下延的计算式。

用此公式对理论模型的计算如表1.2。其它形体的计算精度基本相同。从所列数据可以看出，在边部丢点少的情况下，即可获得积分插值法下延的精度。

### (三) 似奇点

在(1.1.20)式中，若 $f(F)=0$ ，即有 $F=R$ ，而 $Z_a \rightarrow \infty$ 。从形式上说其意义是很清楚的：下延已至场源界面，场的垂直分量趋于无穷。但在场源内部及界面均不会有 $Z_a \rightarrow \infty$ 的事，因而下延正好已至界面也是难于置信的。在数学形式上发生这样的情况，是由于(1.1.19)式的近似性，特别是这种近似并不包括场源紧邻的空间带来的。(1.1.19)式基本上是一个经验公式。在场源紧邻的空间则是超出经验范围的。这是将一部分空间的近似规律无根据的推向另一部分空间的结果，并不存在什么逻辑上的矛盾。

那末 $f(F)=0$ 的根 $F_\lambda$ 到底有没有可供利用的特殊意义呢？

(1.1.19)式虽是近似的经验公式，但由它建立的下延计算式，其计算效果却是较好的。这就说明它确实在一定程度上反映了场沿铅直方向的变化规律。除去 $Z_a \rightarrow \infty$ ， $F_\lambda$ 准确等于界面深度 $R$ 不予置信外，可不可以希望 $F_\lambda$ 和 $R$ 之间有某种联系？就是说能否大致提供一种信息，以某种稳定的方式反映出场源顶面各点之间的相对关系？即顶面深度大时 $F_\lambda$ 也大，顶面深度小时 $F_\lambda$ 也小，使得下式大致成立：

$$\text{顶面深度 } R \cong \lambda F_\lambda$$

其中 $\lambda$ 对于某一确定的场源有固定值。据所述原由，看来可以予期这种关系的存在。一系列理论模型的试算，证明这种予期是正确的。我们将 $f(F)=0$ 的根 $F_\lambda$ 称为“似奇点”。

图1.4列出几种模型“似奇点”的剖面图和平面投影位置图。剖面图不同程度的显示了场源的顶面形状及埋深，平面投影位置图则大致表示了场源顶面的水平投影位置。如此众多的模型显示的结果表明，我们予期的近似规律乃是一种客观的存在。

(1.1.19)式是 $Z_a$ 在异常极值点附近的近似规律。因此似奇点显示的场源顶面形态确有把握的仅是极值附近的区域，不可能对