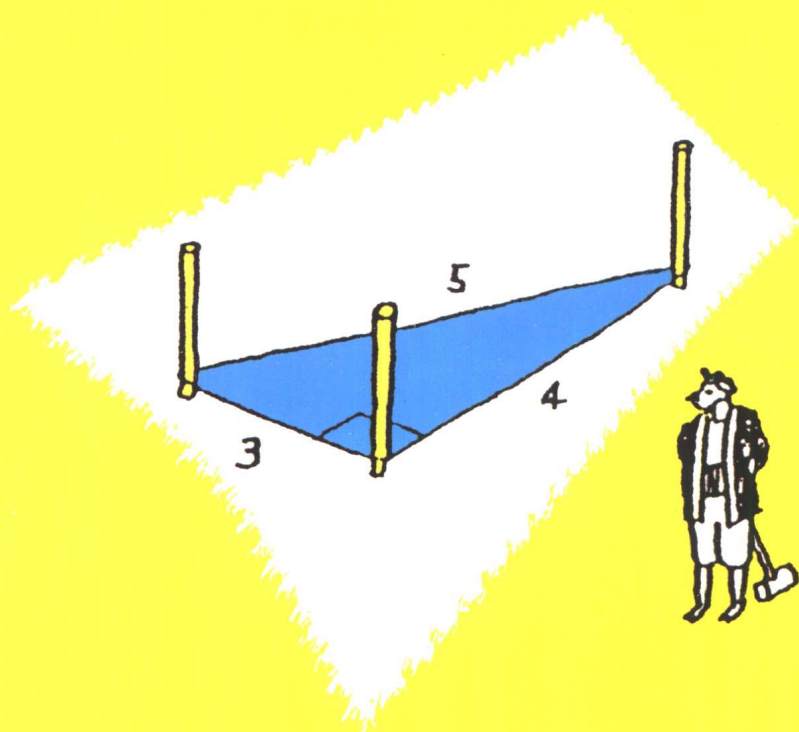


初中 数学解题方法全书

杨象富 陈振宣主编

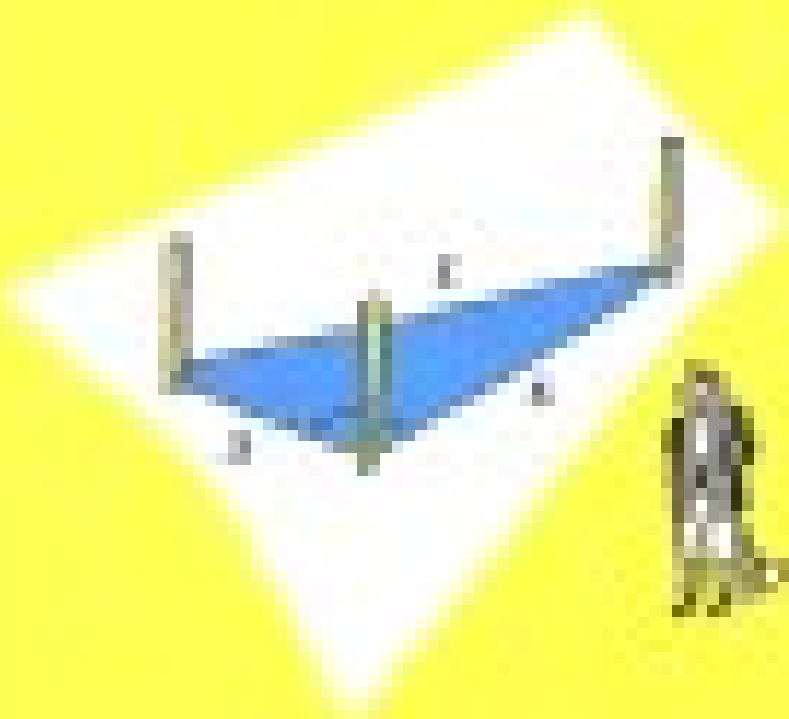


上海遠東出版社

初中

数学解题方法全书

张景惠 张景惠主编



天津人民教育出版社

初 中 数学解题方法全书

杨象富 陈振宣 主 编

上海遠東出版社

初中数学解题方法全书

主 编/ 杨象富 陈振宣

责任编辑/ 汪维范

装帧设计/ 董于至

责任制作/ 晏恒全

出 版/ 上海远东出版社

(200336) 中国上海市仙霞路 357 号

网 址/ <http://www.ydbook.com>

发 行/ 新华书店 上海发行所

上海远东出版社

排 版/ 南京展望照排印刷有限公司

印 刷/ 商务印书馆上海印刷股份有限公司

装 订/ 上海望新印刷厂

版 次/ 2001 年 12 月第 1 版

印 次/ 2001 年 12 月第 1 次

开 本/ 890 × 1240 1/32

字 数/ 510 千字

印 张/ 15

印 数/ 1—6 000

ISBN 7—80661—512—1

G·197 定价: 20.00 元

前言

数学家、哲学家、方法论大师笛卡儿有言“最有价值的知识是关于方法的知识。”自二十世纪八十年代以来,对数学思想方法的探索,波利亚三部经典著作的传播,在广大数学教育工作者的共同研讨和努力实践中,形成重视数学思想方法教育的共识.我们在学习波利亚著作与长期教育科研的实践中,初步摸索到培养数学思维能力的一些粗浅认识,提出了

数学知识与数学语言

× 数学思维方法

× 情感智力

= 数学思维能力

倡导跳出“题海”走“以少御多”之路.以此作指导思想编写了《中国中学生数学解题方法大全》初中和高中卷,两册共发行了二十余万册,深受读者欢迎.

由于新大纲、新教材将在 2001 年秋全国大部分地区推广,新教材增加了许多新内容,特别是新大纲首次将“内容、思想、方法和语言”并

列,第一次将数学思想方法写进教学目的,都进一步坚定了我们的改革信念.鉴于高考、中考命题改革的深入,提出了命题的新的指导思想与理论.为了更好地贯彻中央深化素质教育的指示,对全书作了较大较深的改写.特别是参考国内外大量资料的基础上,花了很大心力,对高中增加了:逻辑初步知识、平面向量、概率统计、微积分初步等内容,初、高中都增加近五年来高考、中考的新试题、探究题、实际应用题、趣味题.初中全面改写了第二编,标题为“数学的思想、美妙、应用和学法”,由12组共50余篇相当引人入胜的数学千字文组成.希望能为数学教育改革略尽绵薄,并有助于读者数学思维能力的提高.限于作者水平,错误不当之处,热诚欢迎广大读者、专家指正.

参加初中卷改写的除主编外还有陈永箴、唐惠康、丁丽玲、钟群、张文娟、曹以瑾、张永花、陈永莉、朱美仙、鲍小曼、叶素华、胡葵阳、王伟、王才苗.

陈振宣 杨象富

2001年8月



目 录

第一编 基础知识、基本方法

代 数

第1章	代数初步知识	3
	一、代数式	3
	二、公式与简易方程	5
	三、小结与复习	8
第2章	有理数	13
	一、有理数的意义	13
	二、有理数的加减	15
	三、有理数的乘、除、乘方	17
	四、近似数的有效数字、平方表、立方表	19
	五、小结与复习	20
第3章	整式的加减	25
	一、整式与同类项	25
	二、去括号、添括号和整式加减法	27
	三、小结与复习	29
第4章	一元一次方程	34
	一、等式与方程的概念、性质	34
	二、一元一次方程和它的解法	35
	三、一元一次方程的应用	38

	四、小结与复习	41
第 5 章	二元一次方程组	48
	一、二元一次方程组和它的解法	48
	二、三元一次方程组的解法举例	50
	三、一次方程组的应用	53
	四、小结与复习	55
第 6 章	一元一次不等式(组)	62
	一、一元一次不等式	62
	二、一元一次不等式组	64
	三、小结与复习	66
第 7 章	整式的乘除	71
	一、整式的乘法	71
	二、乘法公式	74
	三、整式的除法	76
	四、小结与复习	78
第 8 章	因式分解	83
	一、提公因式法与运用公式法	83
	二、分组分解法与十字相乘法	86
	三、小结与复习	92
第 9 章	分 式	96
	一、分式的基本性质与乘除法	96
	二、分式的加减法与四则混合运算	101
	三、含有字母系数的一元一次方程	104
	四、可化为一元一次方程的分式方程及其应用	106
	五、小结与复习	109
第 10 章	数的开方	117
	一、平方根与平方根表	117
	二、立方根与立方根表 实数	120
	三、小结与复习	122

第 11 章	二次根式	128
	一、二次根式及其乘除法	128
	二、根式的加减、混合运算及 $\sqrt{a^2}$ 的化简	134
	三、小结与复习	137
第 12 章	一元二次方程	143
	一、一元二次方程及其解法	143
	二、根的判别式 根与系数的关系 二次三项式的因式分解	147
	三、一元二次方程的应用	151
	四、分式方程与无理方程	154
	五、简单的二元二次方程组	159
	六、小结与复习	164
第 13 章	函数及其图象	173
	一、平面直角坐标系 函数 函数的图象	173
	二、一次函数的概念、图象和性质	179
	三、二次函数与反比例函数的图象	184
	四、小结与复习	194
第 14 章	统计初步	202
	一、平均数与方差	202
	二、频率分布	206
	三、小结与复习	210

几 何

第 1 章	线段、角	218
	一、直线、射线、线段	218
	二、角	220
	三、小结与复习	222
第 2 章	相交线、平行线	229

	一、相交线、垂线	229
	二、平行线	233
	三、命题、定理、证明	236
	四、小结与复习	238
第3章	三角形	245
	一、三角形的概念与基本性质	245
	二、全等三角形	249
	三、等腰三角形	251
	四、角平分线、线段垂直平分线、尺规作图	254
	五、直角三角形	258
	六、勾股定理	261
	七、小结与复习	265
第4章	四边形	272
	一、多边形的内角和	272
	二、平行四边形的判定与性质	274
	三、矩形、菱形、正方形的判定与性质	276
	四、梯形的判定与性质	281
	五、小结与复习	283
第5章	相似三角形	291
	一、比例线段	291
	二、相似三角形及其判定与性质	294
	三、相似多边形	299
	四、小结与复习	302
第6章	解直角三角形	310
	一、锐角三角比——正弦、余弦、正切、余切	310
	二、解直角三角形及其应用	314
	三、小结与复习	319
第7章	圆	328
	一、圆的概念与特性	328

	二、圆周角、圆的内接四边形	332
	三、直线与圆的位置关系	336
	* 四、和圆有关的比例线段	340
	五、圆与圆的位置关系	342
	六、正多边形和圆、圆周长、圆面积	346
	七、小结与复习	351
第 8 章	几种简单几何体	361

第二编 数学的思想、美妙、应用和学法

第 1 组	数学大师解题传“真经”	373
	(一) 华罗庚解题传“真经”	373
	(二) 数学大师解题小故事	374
	(三) 波利亚怎样解“鸡兔同笼”问题	376
	(四) 猜猜算算 欣赏名题	377
第 2 组	好的开始, 成功之半	379
	(一) 从 1、2、3 到 a 、 b 、 c	379
	(二) 开宗明义第一章	381
	(三) 初学几何, 要过好两关	382
第 3 组	“好的数学”——方程思想	386
	(一) 学会用方程思想解题	386
	(二) 你会设“间接未知数”吗?	388
	(三) 方程组的一个重要奥秘	391
	(四) 马克思解过的不定方程	392
第 4 组	“数形结合”百般好	394
	(一) 注重数形结合思想的运用	394
	(二) 数形结合的新天地	396

	(三) 中考题与数形结合	398
第 5 组	命题转化与分类讨论	402
	(一) 变量代换与等价转化	402
	(二) 逻辑划分, 各个击破	404
第 6 组	反证法、换元法、主元法	407
	(一) 幼儿会用反证法	407
	(二) 也从反面侧面想想	408
	(三) 换元法真灵巧	410
	(四) 简易有效的“主元法”	411
第 7 组	数学使人聪明	414
	(一) 数学谋略两则	414
	(二) 逻辑推理, 料事如神	415
	(三) 估算·计算·巧算	416
	(四) 抽签中的数学	418
第 8 组	欣赏数学之奇美	420
	(一) 对称, 伟大而美丽(代数)	420
	(二) 对称, 伟大而美丽(几何)	421
	(三) 用面积关系解几何题	423
	(四) 一题多变效率高	425
	(五) 巧解纷乱的“结”	427
	(六) 变化中的不变量	429
第 9 组	应用题与探索题	432
	(一) 无处不用数学	432
	(二) 教室外面的几何学	436
	(三) 一个培养探索能力的好题目	439
第 10 组	大胆猜想, 小心求证	442
	(一) 你有作数学猜想的习惯吗?	442
	(二) 你会添辅助线吗?	443
	(三) 数学益智趣谜拾锦	447

第 11 组

(四) 算术发现数型,代数证明数型	448
常规学法宜常用	451
(一) 在概念的理解上下功夫	451
(二) 注意公式法则成立的条件	452
(三) 代数总复习题	453

第 12 组

数学名家谈学习经验	458
(一) 波利亚谈怎样学好数学	458
(二) 华罗庚谈怎样学好数学	459
(三) 苏步青谈怎样学好数学	460
(四) 陈景润谈怎样学好数学	462



第一编

基础知识、基本方法

第 1 章 代数初步知识

一、代 数 式



知识与方法提要

中学数学课从学习代数开始,而初中代数往往从用“字母”代替“数”开始.

本章包括“代数式”和“简易方程”两部分相互联系的内容,这是学习代数的必要准备.

“代数式”包括它的意义、列代数式和求代数式的值,学习的要求是:(1) 了解用字母表示数的含义和优越性;(2) 会列出代数式表示简单的数量关系;(3) 会求代数式的值.

“列代数式”是全章的重点和难点.学好本章的关键是基本数量关系的语言表述(日常语言)与代数式表示(代数语言)之间的相互“翻译”.



范 例

例 1 用字母表示加法的交换律、结合律,乘法的交换律、结合律,以及分配律.

解 用字母 a, b, c 表示任意三个数,则五个运算律可如下表所述:

	加 法	乘 法
交 换 律	$a+b=b+a$	$ab=ba$
结 合 律	$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(ab)c=a(bc)$
分 配 律	$a(b+c)=ab+ac$	

说明 以上五个运算律是“数的通性”，我们把它选作全书的第1例，希望引起读者的高度重视。

本例的解答充分说明了用字母表示数的优点：简洁、明白，并具有普遍性。

例2 说出下列代数式的意义：

(1) $\frac{1}{x} + 1$; (2) $\frac{1}{x+1}$; (3) $x^3 - y^3$; (4) $(x-y)^3$.

解 (1) x 的倒数与1的和(或 $\frac{1}{x}$ 与1的和)；

(2) x 与1的和的倒数；

(3) x 、 y 两数的立方差(即立方的差)；

(4) x 与 y 的差的立方。

说明 代数式的意义常可有多种说法，只求简明而又不致引起误会。这里的(1)与(2)，(3)与(4)的意义相近，要辨别清楚，并加以明白的表述。

例3 用代数式表示：

(1) x 的2倍与3的和； (2) x 的 $\frac{1}{3}$ 与4的差；

(3) x 与4的差的5倍； (4) 4减去 x 的平方的差的 $\frac{1}{5}$ 。

解 (1) $2x+3$; (2) $\frac{1}{3}x-4$; (3) $5(x-4)$; (4) $\frac{4-x^2}{5}$ 。

例4 用代数式填空：

(1) 某人有棉田 m 亩，计划每亩施化肥 a 千克，稻田 n 亩，计划每亩施化肥 b 千克，则共需化肥_____；如果实际施肥时棉田每亩比原计划多施5千克，稻田每亩比原计划少施4千克，则实际共施化肥_____千克。

(2) 含盐 $x\%$ 的盐水 m 千克，其中有盐_____千克，有水_____千克。