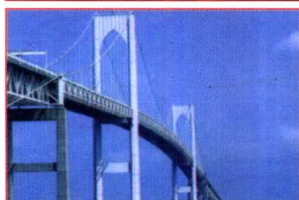




高等学校教材

高等桥梁 结构理论

项海帆 主编
姚玲森 主审



人民交通出版社

The People's Communications Press

高等学校教材

Gaodeng Qiaoliang Jiegou Lilun

高等桥梁结构理论

项海帆 主编

姚玲森 主审

人民交通出版社

内 容 提 要

本书为面向二十一世纪交通版高等学校教材。《高等桥梁结构理论》为桥梁专业研究生的专业课教材,着重介绍桥梁设计计算公式的由来和规范条文的理论依据,使研究生能从原理上和问题的本质上去认识桥梁结构的受力性能,为今后从事研究工作和桥梁设计打下理论基础。

本书主编为同济大学教授,中国工程院院士。

图书在版编目(CIP)数据

高等桥梁结构理论 / 项海帆主编. —北京:人民交通出版社,2001. 4

ISBN 7-114-03796-1

I. 高... II. 项... III. 桥梁结构-高等学校-教材
IV. U443

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 57397 号

高等桥梁结构理论

项海帆 主编

姚玲森 主审

版式设计:刘晓方 责任校对:张莹 责任印制:张凯

人民交通出版社出版发行

(100013 北京和平里东街 10 号 010-64216602)

各地新华书店经销

北京凯通印刷厂印刷

开本:787×1092 $\frac{1}{16}$ 印张:20.5 字数:494 千

2001 年 4 月 第 1 版

2001 年 4 月 第 1 版 第 1 次印刷

印数:0001-4000 册 定价:35.00 元

ISBN 7-114-03796-1
U·02750

前 言

《高等桥梁结构理论》是同济大学在 80 年代初为桥梁工程硕士研究生开设的专业课。本课程是在桥梁专业本科《桥梁工程》的基础上对内容进行深化,着重介绍一些设计公式和规范条文的理论依据,使研究生能从原理上和问题的本质上去认识桥梁结构的受力性能,为今后从事研究工作打下理论基础,并掌握基本的研究方法。

《高等桥梁结构理论》最早由肖振群、张士铎和范立础教授讲授,分别担当空间分析理论、钢筋混凝土桥梁和预应力混凝土桥梁计算理论以及钢桥计算理论三大部分内容的教学工作。1984 年肖振群教授去世后,由项海帆教授接下钢桥计算理论部分,并根据当时斜拉桥的发展形势增加了包括几何非线性、桥梁稳定等内容的大跨度桥梁计算理论,即第四部分内容。在近 20 年的教学过程中,内容多有增删,但基本骨架保持不变。1990 年后,陈忠延教授和杜国华研究员经常替代工作日渐繁忙的项海帆和范立础教授分担有关部分的教学工作。

1997 年起,两位年轻的教授陈艾荣和肖汝诚接下了这门课程。为了将我们的教学经验留给后人,特编写此教材,希望能对今后桥梁专业的研究生培养有所裨益。

本书共分四篇。第一篇:桥梁空间分析理论,由张士铎教授编写;第二篇:钢筋混凝土和预应力混凝土桥梁计算理论,由杜国华研究员和张士铎教授合编,并请李国平教授作了补充;第三篇:钢桥和结合梁桥计算理论,由陈忠延教授编写,从德国学成回国的陈惟珍教授作了补充;第四篇:大跨度桥梁的计算理论,由肖汝诚教授编写。全书约 50 万字。

在编写过程中,我们还约请了原上海城建学院院长金成棟教授对第一篇和第二篇,上海铁道大学胡匡璋教授对第三篇,项海帆教授对第四篇作了初步审阅,并统一了全书的符号系统。编者根据初审意见又作了一次认真的修改,形成了送审稿。全书最后由同济大学姚玲森教授进行主审。

项海帆 张士铎 杜国华
陈忠延 肖汝诚 李国平

2000 年 7 月 28 日

目 录

第一篇 桥梁空间分析理论

第一章 长悬臂行车道板计算理论	1
1.1 概述	1
1.2 悬臂板实用公式介绍	3
1.3 变厚度长悬臂板计算示例	8
1.4 考虑箱梁畸变影响的长悬臂变截面带边梁的悬臂行车道板计算	11
1.5 小结	12
附录:巴赫公式中 A 值的计算表格	12
本章参考文献	14
第二章 薄壁箱梁的扭转和畸变理论	15
2.1 薄壁箱梁的扭转理论	15
2.1.1 按乌曼斯基理论建立约束扭转微分方程	15
2.1.2 有限差分方程的建立、荷载布置、翘曲扭转应力及剪应力验算	20
2.1.3 扭转中心,截面几何特征值计算示例	25
2.2 薄壁箱梁的畸变	31
2.2.1 畸变方程的基本未知量	31
2.2.2 畸变荷载的分解	32
2.2.3 畸变应变能	33
2.2.4 常截面与变截面畸变控制微分方程的推导	37
2.2.5 用弹性地基梁比拟法(B.E.F)求解常截面箱梁的畸变应力	39
2.2.6 弹性地基梁比拟法应用示例	40
2.3 小结	43
习题	43
附录:公式推导	44
本章参考文献	49
第三章 薄壁箱梁剪力滞效应	50
3.1 概述	50
3.2 变分法求解剪力滞效应	51
3.3 几种桥型剪力滞效应的求解	54
3.3.1 简支梁、悬臂梁的剪力滞效应	54

3.3.2 超静定结构剪力滞效应的求解	58
3.3.3 不同参数对剪力滞系数的影响	61
3.4 T形梁翼板有效分布宽度	63
3.4.1 卡曼(T.V.Kármán)理论	63
3.4.2 应力函数法及变分法	67
3.4.3 各国规范对简支梁荷载有效分布宽度的规定	69
3.5 小结	70
习题	71
附录:式(3-13)推导	71
本章参考文献	72
第四章 曲线桥计算理论	73
4.1 平面曲梁的平衡微分方程	73
4.2 力与应变关系及圆弧曲梁位移的微分方程	74
4.3 平面弯桥的荷载横向分布	75
4.4 曲线桥设计中的特殊问题	79
4.5 小结	80
习题	80
本章参考文献	80
第五章 斜桥计算理论	81
5.1 斜交桥的参数及受力特征	81
5.2 各向同性斜交板位移的微分方程	83
5.3 斜梁桥的计算	84
5.4 超静定简支斜梁的内力	94
5.5 小结	98
习题	98
本章参考文献	98

第二篇 钢筋混凝土及预应力混凝土桥梁计算理论

第六章 混凝土的徐变、收缩及温度效应理论	100
6.1 混凝土的徐变、收缩理论	100
6.1.1 徐变、收缩及影响因素	100
6.1.2 徐变、收缩的数学模型	105
6.1.3 徐变、收缩的分析方法	109
6.1.4 小结	117
6.2 混凝土的温度效应理论	117
6.2.1 温度分布与温度荷载	117
6.2.2 温度应力分析	122

6.2.3 小结	107
习题	107
本章参考文献	107
第七章 混凝土的强度、裂缝及刚度理论	128
7.1 混凝土的强度与变形	128
7.1.1 预备知识	128
7.1.2 混凝土破坏准则	131
7.1.3 混凝土强度设计值	136
7.1.4 混凝土的本构关系	139
7.1.5 讨论与小结	143
7.2 混凝土的裂缝理论	144
7.2.1 裂缝发生的机理	144
7.2.2 短期荷载作用下裂缝计算理论	147
7.2.3 塔西奥斯(Tassios)短期荷载作用下有滑移理论	150
7.2.4 长期荷载作用下裂缝计算理论	151
7.2.5 小结	152
7.3 混凝土的刚度理论	153
7.3.1 短期荷载作用下受弯构件的刚度与挠度	154
7.3.2 长期荷载作用下受弯构件的刚度与挠度	158
7.3.3 小结	160
习题	160
本章参考文献	160

第三篇 钢桥和结合梁桥的计算理论

第八章 正交异性钢桥面板计算理论	162
8.1 概述	162
8.2 正交异性板平衡微分方程式及其解	163
8.2.1 平衡微分方程式的推导	163
8.2.2 平衡微分方程式的解	165
8.3 Pelikan-Esslinger 法(P-E 法)	167
8.3.1 P-E 法基本原理	167
8.3.2 用 P-E 法求解开口纵肋桥面板	169
8.3.3 用 P-E 法求解闭口纵肋桥面板	175
8.4 有限条分析法	182
8.4.1 位移函数的选择	182
8.4.2 刚度矩阵的建立	184
8.4.3 荷载列阵	186
8.5 小结	187

本章参考文献	188
第九章 钢桥疲劳计算理论	189
9.1 概述	189
9.2 抗疲劳设计原理	189
9.2.1 疲劳应力	189
9.2.2 常幅疲劳强度	190
9.2.3 变幅疲劳强度	192
9.2.4 $S-N$ 曲线	193
9.2.5 疲劳极限	196
9.2.6 $p-S-N$ 曲线	197
9.3 荷载谱与应力谱	202
9.3.1 荷载谱	202
9.3.2 应力谱和应力历程计算	203
9.4 钢桥抗疲劳设计方法	205
9.4.1 抗疲劳设计的基本要求	205
9.4.2 抗疲劳设计的一般方法	206
9.4.3 无限寿命设计	206
9.4.4 安全寿命设计	207
9.4.5 损伤容限设计	208
9.4.6 通过试验决定设计	210
9.4.7 结论	210
9.5 正交异性钢桥面板的疲劳验算	210
9.5.1 钢桥面板的应力特点	211
9.5.2 钢桥面板连接细部的疲劳性能	212
9.5.3 钢桥面板的疲劳验算方法	212
9.6 小结	213
本章参考文献	213
第十章 结合梁计算理论	215
10.1 概述	215
10.2 符号系统	215
10.3 一般计算原理	217
10.3.1 弯曲应力分析	217
10.3.2 温度应力分析	218
10.4 结合梁中的混凝土徐变效应计算	219
10.4.1 混凝土的徐变特性	219
10.4.2 徐变应力应变关系	220
10.4.3 徐变对内力重分配的影响	220
10.4.4 采用换算截面法计算徐变内力	225

10.4.5 上下缘不对称截面的结合梁徐变内力	227
10.4.6 上下缘不对称截面的结合梁收缩内力	229
10.5 连续结合梁的计算	231
10.5.1 支座调整产生的预应力与徐变内力	231
10.5.2 支点区预加力及徐变内力计算	233
10.6 混凝土收缩内力计算	235
10.7 小结	235
本章参考文献	236

第四篇 大跨度桥梁的计算理论

第十一章 桥梁结构几何非线性计算理论	237
11.1 概述	237
11.2 桥梁结构几何非线性分析的有限元方法	239
11.2.1 变形体的运动描述	239
11.2.2 总体拉格朗日列式法(Total Lagrangian Formulation)	239
11.2.3 更新的拉格朗日列式法(U.L 列式)	241
11.2.4 T.L 列式与 U.L 列式的异同及适用范围	241
11.3 桥梁结构分析常用单元的切线刚度矩阵	242
11.3.1 平面桁架单元的切线刚度矩阵	242
11.3.2 平面柔索单元的切线刚度矩阵	244
11.3.3 平面梁单元的切线刚度矩阵	248
11.3.4 算例	248
11.4 桥梁结构几何非线性分析若干问题的讨论	249
11.4.1 稳定函数与几何刚度矩阵	249
11.4.2 弯矩对轴向刚度的影响	251
11.4.3 活载几何非线性分析	251
11.4.4 几何非线性调值计算	252
11.5 非线性方程的求解	254
11.5.1 求解方法简介	254
11.5.2 Newton-Raphson 法	255
11.5.3 收敛准则	257
11.6 小结	260
习题	260
本章参考文献	261

第十二章 大跨度桥梁的稳定理论	262
12.1 概述	262
12.1.1 稳定理论的发展	262
12.1.2 两类稳定问题	262

12.1.3 稳定问题求解方法的评述	263
12.2 第一类弹性及弹塑性稳定分析	263
12.2.1 第一类稳定问题的线弹性有限元分析	263
12.2.2 第一类稳定问题的非线性有限元分析	264
12.3 拱桥稳定分析和非保向力效应	265
12.3.1 圆弧拱平面屈曲微分方程	265
12.3.2 等截面圆弧拱在均布径向荷载作用下的屈曲临界荷载	266
12.3.3 圆拱的面外稳定	267
12.3.4 拱桥稳定与非保向力效应	268
12.4 材料非线性问题	270
12.4.1 材料非线性简介	270
12.4.2 弹塑性应力—应变关系与屈服准则	271
12.4.3 弹塑性本构矩阵的增量表达式	272
12.4.4 弹塑性问题的有限元法	274
12.4.5 梁单元的弹塑性有限元分析	275
12.5 第二类稳定问题和极限承载力全过程分析	278
12.5.1 非线性方程的求解策略	278
12.5.2 单元模式与破坏形态的选取	279
12.6 小结	280
习题	280
本章参考文献	281

第十三章 斜拉桥的计算理论	282
13.1 概述	282
13.2 斜拉桥恒载受力状态的优化	283
13.2.1 索力优化的基本概念	284
13.2.2 斜拉桥索力优化方法	284
13.2.3 索力优化的影响矩阵法	285
13.3 斜拉桥有限位移理论分析	289
13.3.1 前进分析	290
13.3.2 倒退分析	291
13.3.3 初始张拉力与施工预拱度的计算	291
13.3.4 斜拉桥实时跟踪控制简介	293
13.3.5 斜拉桥的空间分析	294
13.4 斜拉桥的稳定计算	295
13.4.1 加劲梁的面内稳定实用计算	295
13.4.2 主塔的稳定计算	297
13.4.3 斜拉桥稳定计算的有限元法	297
13.4.4 静风作用下的横向稳定分析	297
13.5 考虑二阶效应的近似计算	299

13.5.1 活载的线性二阶理论近似算法	299
13.5.2 偏心增大系数修正法	300
13.6 小结	300
本章参考文献	301
第十四章 悬索桥结构计算理论	302
14.1 概述	302
14.2 悬索桥的近似分析	303
14.2.1 悬索桥的受力特征	303
14.2.2 成桥状态的近似算法	304
14.2.3 加劲梁在竖向荷载作用下的近似分析	306
14.2.4 水平静风荷载作用下的实用计算	308
14.3 主塔的计算	309
14.3.1 主塔在纵向荷载作用下的实用计算	309
14.3.2 主塔在横桥向荷载作用下的计算	310
14.3.3 主塔的稳定计算	310
14.4 悬索桥成桥状态和施工状态的精确计算	311
14.4.1 吊索在恒载作用下的轴力计算	311
14.4.2 真实索形的迭代计算	311
14.4.3 悬索桥施工状态的计算	313
14.5 小结	315
本章参考文献	315

第一篇 桥梁空间分析理论

第一章 长悬臂行车道板计算理论

本章介绍长悬臂行车道板计算理论及基本假定,悬臂板的实用公式以及计算结果的对比,论述英国沙柯(Sawko)关于长悬臂行车道板的有限元分析的计算公式及加拿大巴赫(Bahkt)有关变截面悬臂板梁格分析的结果。最后将考虑箱梁畸变对悬臂行车道板根部弯矩的影响在此作一扼要介绍。

1.1 概 述

悬臂行车道板的设计与计算过去曾做过两个基本假定,它们是:

1)无论是T形或箱形梁均假定梁肋的抗弯刚度远远大于悬臂行车道板的刚度,故悬臂行车道板的根部应视为嵌固端。

2)在活载(包括人群荷载)作用下悬臂行车道板如果按横向受弯的梁计算,可以利用“荷载有效分布宽度”的概念来确定板的计算宽度。

我国《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTJ 023—85),第3.1.5条,对悬臂板上作用集中荷载在垂直于板跨方向的有效分布宽度,按下式计算:

$$a = a_2 + 2H + 2b' = a_1 + 2b' \quad (1-1)$$

式中: a_1 、 b_1 ——垂直于板跨及顺板跨方向车轮通过铺装层后分布于板顶的尺寸;

a_2 、 b_2 ——垂直于板跨及顺板跨方向车轮着地尺寸;

H ——铺装层厚度;

b' ——集中荷载通过铺装层分布于板顶的宽度外缘至腹板边的距离;

a ——集中荷载有效分布宽度,参考图1-1所示。

对于有缘石的桥面,车辆在横桥方向的排列应满足我国《公路桥涵设计通用规范》(JTJ 021—89)第2.3.1条中图2.3.1-2横向布置的要求。有效分布宽度 a 应从轮压分布后的外边缘在平面上按45°分布后得到的宽度。至于为什么要按45°分布已在《桥梁工程》(上册,第二版)(人民交通出版社)第194页作过解释。

对于履带荷载而言,履带沿桥跨方向接触桥面较长,通常不考虑荷载压力面以外的板条参与工作,均取1m宽板条上的实际荷载进行内力计算,如图1-2所示。

综合上述,有下列几个问题需要讨论:

1.用45°分布规律是根据无限宽度的悬臂板在自由端作用一集中荷载通过弹性理论分析而得到的。即

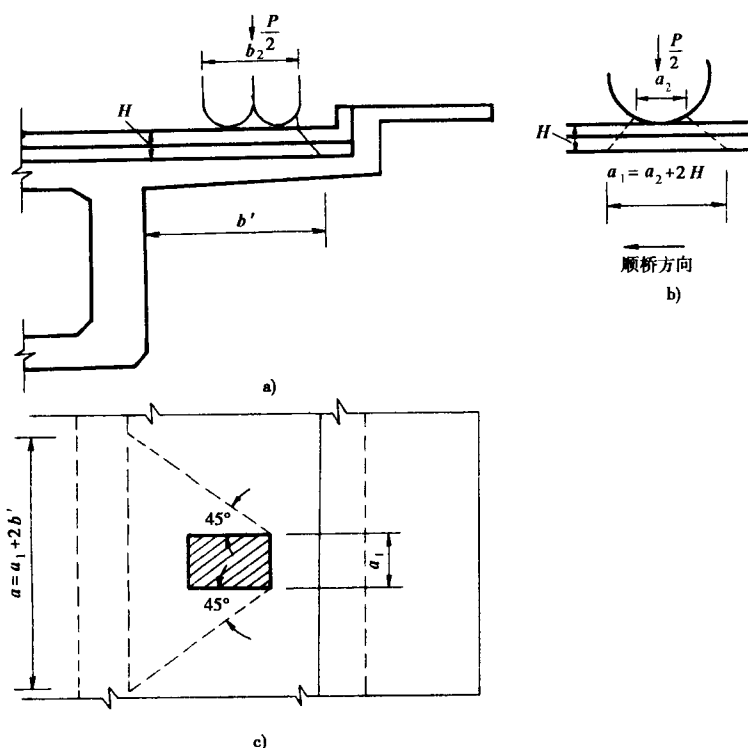


图 1-1 车轮荷载有效分布宽度

a) 悬臂板横截面图; b) 车轮着地长度; c) 平面图

$$m_x = -0.465P(\nu = 0.3)$$

$$M_0 = -Pl_0$$

$$a = \frac{M_0}{m_x} = \frac{-Pl_0}{-0.465P} = 2.15l_0$$

式中: m_x ——无限宽度悬臂板, 单位宽度上的弯矩;

M_0 ——集中荷载 P 作用在自由边引起悬臂板根部的总弯矩;

l_0 ——悬臂板跨径;

ν ——泊松比;

a ——荷载有效分布宽度。

$2.15l_0$ 可近似地采用 $2l_0$, 即荷载在某一作用位置上的有效分布宽度, 可以认为在板的平面上按 45° 向嵌固边分布的宽度(这里的荷载是指点荷载而言)。事实上, 此分布角不到 45° 。本章参考文献[1]中计算结果表明, $a = a_2 + 2H + 1.85l_0$ 。即认为在 $\nu = 0.167$ 时可按 $42^\circ 27'$ 向嵌固端分布。

3. 桥梁上的车轮并非点荷载, 而是集中在一个 $a_1 \times b_1$ 压力面上的均布荷载。我国《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》第 3.1.5 条规定, 有效分布宽度应按轮压分布后的外缘在平面上按 45° 分布后的宽度作为有效分布宽度, 这也是不合理的。由于轮压面积与活载等级有关, 等级愈高, 轮压沿桥横向宽度愈大, 按从轮压外缘 45° 分布, a 值偏大, 对悬臂板配筋

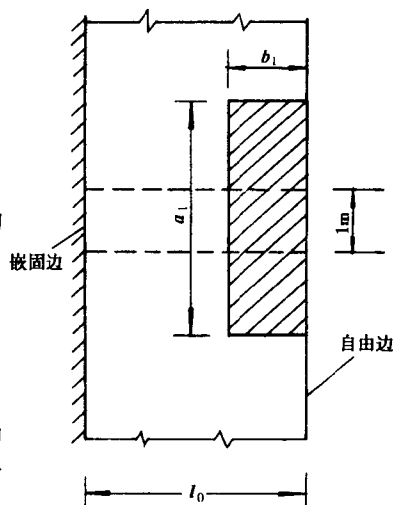
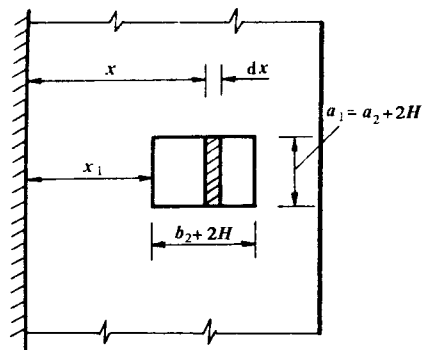


图 1-2 履带荷载可取 1m 板宽计算

偏于不安全。下面介绍较为合理的计算 a 的方法。如图 1-3 所示,当轮重力为 P 时均布在单位面积上的荷载集度为 q ,则



$$q = \frac{P}{a_1(b_2 + 2H)}$$

$$m_x = - \int_{x_1}^{x_1 + b_2 + 2H} \frac{qa_1 x}{(a_1 + 2x)} dx$$

$$= - qa_1 \int_{x_1}^{x_1 + b_2 + 2H} \frac{x}{a_1 + 2x} dx$$

$$= - qa_1 \left[\frac{b_2 + 2H}{2} + \frac{a_1}{4} \ln \frac{a_1 + 2x_1}{a_1 + 2(x_1 + b_2 + 2H)} \right]$$

图 1-3 通过积分计算荷载有效分布宽度 a 的图示

$$\therefore a = \frac{P(x_1 + \frac{b_2 + 2H}{2})}{m_x} \quad (1-2)$$

从结构计算方法来分析有效分布宽度的概念是将板化成梁来计算,其中掩盖了板的双向受力特性,故存在以下不合理之处。

- (1) 离主梁支承附近悬臂板是属于半无限宽度,仍用有效分布宽度难以描述真实受力状态。
- (2) 将双向受力的悬臂板,用等效梁代替近似处太多。
- (3) 有效分布宽度概念计算短悬臂板还勉强可行,但对长悬臂行车道板因其除沿悬臂跨径有负弯矩外,无限宽度的板条中还有正弯矩出现。

(4) 短悬臂板按规范(JTJ 023—85)用有效分布宽度尚属可行。在长悬臂的的脊骨梁桥中仍用有效分布宽度方法的公式计算配筋,将造成配筋过少,对结构不安全。因此,在本章中将讨论关于长悬臂变截面板的其它理论与思路,并推荐合理计算方法与实用公式。

1.2 悬臂板实用公式介绍

下面先介绍长悬臂行车道板的计算公式。

1. 英国利物浦大学沙柯(Sawko)公式

沙柯曾利用有限元分析长悬臂等厚度截面的悬臂行车道板,并与加拉米罗(Jaramillo)、美国魏斯特加(Westergaard)、瑞斯曼和程(Reissman & Cheng)的研究结果作了对比,提出在集中荷载作用下,等厚度无限矩形长悬臂板的弯矩与剪力的表达式。

$$m_x = f(o, y) = - \frac{P}{\pi} A' \frac{1}{\operatorname{ch}\left(\frac{A' y}{a_0} \sqrt{\frac{\xi}{a_0}}\right)} \quad (1-3)$$

式中: m_x ——根部单位宽度的弯矩;

P ——集中荷载;

ξ ——荷载沿 x 轴的作用位置;

$a_0(l_0)$ ——悬臂跨径;

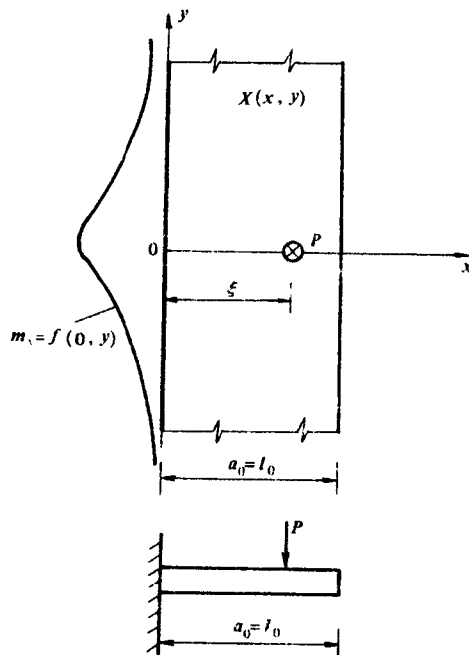


图 1-4 长悬臂行车道板,荷载作用位置、坐标系及 m_x 分布图

x, y ——平面坐标系(参考图 1-4);

A' ——参数,见表 1-1。

参考图 1-4,长悬臂无限宽矩形板应该满足下列四个条件:

(1)峰值条件: $f(o, o) = m_{\text{峰}}$

(2)平衡条件: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(o, y) dy = P\xi$

(3)边界条件: $y = \pm \infty, f(o, y) = 0$

(4)对称条件: $f(x, y) = f(x, -y)$

沙柯给出的式(1-3)满足了上列四个条件。按不同的泊松比 $\nu = 0.15$ 与 $\nu = 0.30$, 参数 A' 列于表 1-1 中。至于表 1-1 的中间数值, 可以内插。沙柯利用有限元解析时, 还发现对

沙柯公式中参数 A' 值 表 1-1

不同的荷载位置	泊松比	A'
$\xi/a_0 = 0.25$	$\nu = 0.3$	1.08
	$\nu = 0.15$	1.06
$\xi/a_0 = 0.50$	$\nu = 0.3$	1.20
	$\nu = 0.15$	1.15
$\xi/a_0 = 0.75$	$\nu = 0.3$	1.33
	$\nu = 0.15$	1.28
$\xi/a_0 = 1.00$	$\nu = 0.3$	1.60
	$\nu = 0.15$	1.50

无限宽度的长悬臂板, 当荷载的作用点离自由端一定距离时在作用点位置处也产生正弯矩, 因此要求在板的下缘要配置足够数量的钢筋, 以避免出现裂缝, 参考图 1-5 所示。

最大剪力(见图 1-5)发生在“ o ”点, 可用下式计算:

$$Q_{\max} = \frac{2P}{\pi\xi} \quad (1-4)$$

式中: $Q_{\max}$ ——最大剪力;

P ——集中力;

ξ ——集中力作用点在 x 轴上离根部的距离。

沙柯(Sawko)公式的详细讨论, 请参考本章参考文献[2]。

2. 贝达巴赫(Baider Bahkt)计算公式

加拿大贝达巴赫, 曾对带边梁变厚度的悬臂长板, 通过梁排分析, 单位板宽的弯矩归纳为如下的表达式:

$$m_x = \frac{-PA''}{\pi} \left[\frac{1}{\text{ch}\left(\frac{A''\gamma}{\xi-x}\right)} \right] \quad (1-5)$$

式(1-5)中, 可参考图 1-6 所示关系, 同样 $m_x = f(x, y)$ 也应该满足上述四个条件。这里系数 A'' 与沙柯 A' 不同, 它与 $\frac{t_2}{t_1}$, 泊松比 ν , 及 $\frac{x}{a_0}$ 有关。在本章附录中给出 A'' 的数值。如果 $x = 0$, 式(1-5)与沙柯表达式(1-3)形式一样, 但 A' 与 A'' 的数据不相同。式(1-5)是适用于长悬臂变截面带边梁, 而式(1-3)是适用于长悬臂常截面无边梁的情况, 两者不同。关于贝达巴赫公式的详细讨论见本章参考文献[3]。

3. 变厚度矩形板的解析解

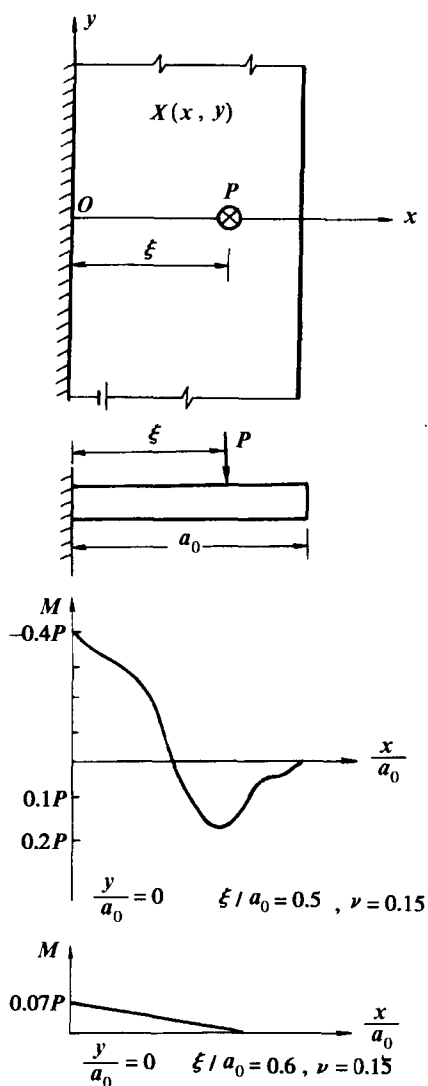


图 1-5 长悬臂板中的正弯矩位置与大小

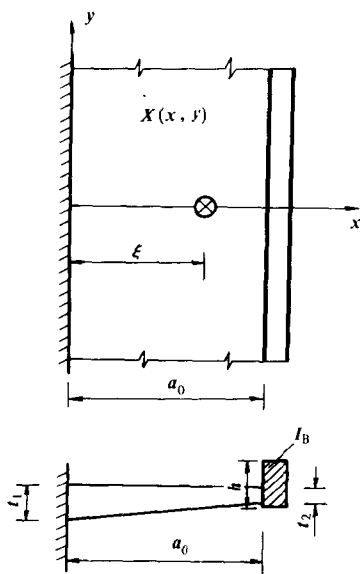


图 1-6 变截面长悬臂板

4. 作者提出的计算公式

1964 年作者对短悬臂行车板的有效分布宽度建议了一个计算式,即

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{b_1 \left(x_1 + \frac{b_1}{2} \right)}{\frac{b_1}{2.1} + \frac{a_1}{4.41} \ln \frac{a_1 + 2.1x_1}{a_1 + 2.1(x_1 + b_1)}} + d \\ m &= \frac{\sum P \left(x_1 + \frac{b_1}{2} \right)}{a} \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

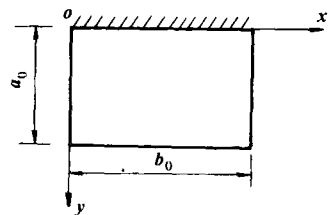


图 1-7 矩形悬臂板坐标系

式中: a_1, b_1 ——垂直于板跨及顺板跨方向车轮通过铺装层后分布到板顶的范围;

d ——最外面两车轮在沿桥跨方向的间距;

a ——车轮的有效分布宽度;

$2.1x_1$ ——为 $\tan 46^\circ 30'$ 乘 x_1 , x_1 见图 1-3 所示;

m ——单位板宽引起的弯矩。

式(1-7)详细讨论,见本章参考文献[4]。

5. 美国公路桥梁标准规范(简称 AASHTO 规范)1989 年第 14 版,对悬臂板的计算建议如下公式:

$$\left. \begin{aligned} a &= 0.8x + 1.143^* m + d \\ m_x &= \frac{\sum Px}{a} \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

式中: d ——如式(1-7)中表示的符号;

x ——为荷载点到嵌固端的距离;

$*$ ——原公式为 3.75ft, 折合为 1.143m;

a ——集中力的有效分布宽度;

如果板的抗弯刚度 D 是 y 的函数,无论是长或短悬臂,则变厚度悬臂行车道板的微分方程为:

$$D(y) \Delta \Delta w + 2 \frac{dD}{dy} \left(\frac{\partial \Delta w}{\partial y} \right) + \frac{d^2 D}{dy^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = q(x, y) \quad (1-6)$$

$$\text{式中: } \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2};$$

$$D(y) = D_0 e^{-cy};$$

c ——常数;

w ——悬臂板挠度;

$q(x, y)$ ——均布荷载集度;

x, y ——坐标系(见图 1-7)。

参考图 1-7 所示的坐标系,当 $b_0 = \infty$ 时则为无限宽度的变厚度悬臂板, w 可以得到解析解。求出板上的 m_x, m_y 后,可以根据主应力等效法求得有效分布宽度 a 。

m_x ——无限宽度悬臂板,根部单位宽度上的弯矩。

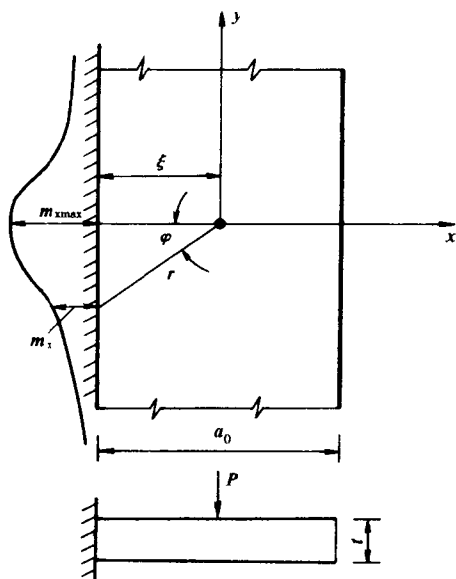


图 1-8 魏斯特加悬臂板计算公式中的符号规定

6. 魏斯特加(Westergaard)公式

参见图 1-8 所示:

$$\left. \begin{aligned} m_x &= -\frac{P}{\pi} \cos^2 \varphi \\ Q_x &= \frac{P}{\pi r} \cos^3 \varphi \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

式中: m_x ——无限宽度悬臂板,某点单位宽度上的弯矩;

Q_x ——无限宽度悬臂板中,某点单位宽度上的剪力;

φ ——夹角;

r ——斜边长度,当 $\varphi^\circ = 0$,则 $r = \xi$ 。

7. 影响面法

常用的弹性薄板影响面有两种:

①浦矢(Pucher)绘制的等厚度悬臂板影响面图。

②洪伯格(Homberg)绘制的变厚度悬臂板 m_x 的

影响面图。

在最不利位置布置车辆,将各车轮乘以影响面上的坐标 η_i ,然后叠加求得最不利截面(指悬臂根部)的 m_x :

$$m_x = \sum P_i \eta_i \quad (1-10)$$

式中: P_i ——车轮 i 集中力;

η_i ——相应影响面下的系数。

现取悬臂长度为 2.0 ~ 5.5m,车辆荷载等级为汽车 - 20 级,铺装层平均厚度 $H = 10\text{cm}$,用上述各家公式求无限宽度的悬臂板根部的最大负弯矩,并进行对比。取 $l_0 = 3.5\text{m}$ 为例, $a_1 = a_2 + 2H = 0.2 + 2 \times 0.1 = 0.4\text{m}$,车轮布置如图 1-9 所示,求“o”点最大弯矩 m_x 。

(1) 美国 AASHTO 规范公式

$$x_1 = 0.9\text{m} \quad a = 0.8 \times 0.9 + 1.143 =$$

$$1.863\text{m} \quad d = 1.4\text{m}$$

前轴车轮(车轮①与②)30kN 对 O 点弯矩无影响,而两个后轴车轮有效分布宽度重叠。

$$\begin{aligned} \text{对车轮③与车轮⑤ } m_{x_{o1}} &= -\frac{2 \times 60 \times 0.9}{1.863 + 1.4} \\ &= -33.088\text{kN} \cdot \text{m/m} \end{aligned}$$

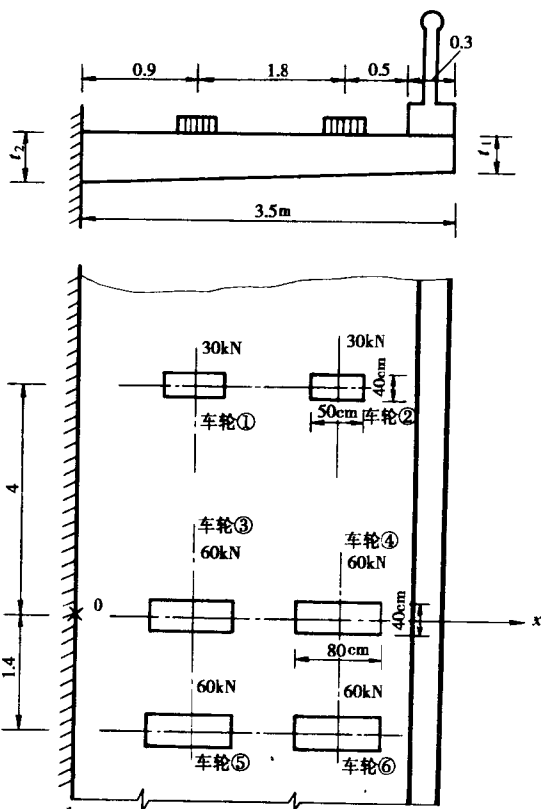


图 1-9 $l_0 = 3.5\text{m}$, 汽车 - 20 级荷载布置