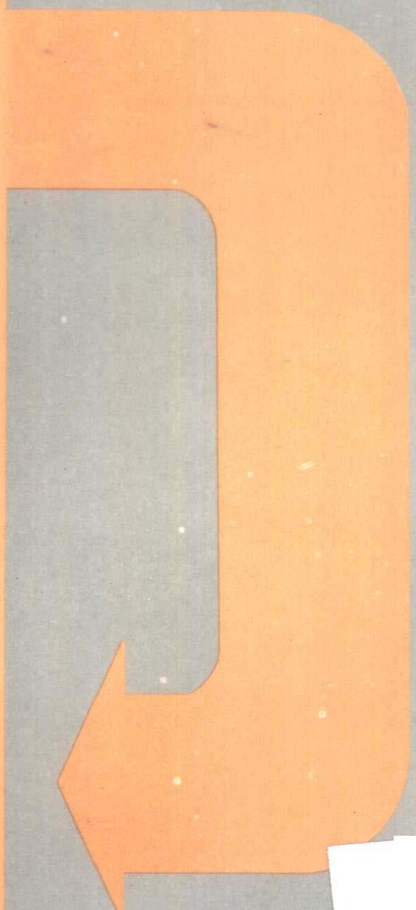




物理学概论

徐行可 张晓 张庆福 编



下册

西南交通大学出版社

第1版

物理学概论

张行明 主编 张明 副主编 张明 副主编

北京

清华大学出版社

物 理 学 概 论

下 册

徐行可 张 晓 张庆福 编

西南交通大学出版社

1 9 9 5 年 12 月

内 容 提 要

本书是西南交通大学在“大学物理”课程教学改革过程中编写的教材。全书分上、下两册。为加强物理素质教育,本书内容上压缩经典,加强近代,反映前沿,强化与现代工程技术的联系;体系上以物质的基本存在形式和基本性质为主线,对传统教材结构模式有所突破。全书始终融会着关于物质世界的对称性和统一性的物理思想,并注意保持基础课风格。

本书可作为理工科大学非物理专业的物理教材,也可以作为专科院校、函授、电视大学、夜大学师生和中学物理教师的教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

物理学概论/徐可行, 张晓, 张庆福编, —成都: 西南交通大学出版社, 1995.12 (1999.11 重印)
ISBN 7-81022-878-1

I. 物... II. ①徐...②张...③张... III. 物理学
IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 52445 号

物 理 学 概 论 下 册

徐行可 张晓 张庆福 编

*

出 版 人 宋绍南

责任编辑 徐志东 毛文义

封面设计 曾 俊

西南交通大学出版社出版发行

(成都二环路北一段 111 号 邮政编码: 610031 发行科电话: 7600564)

<http://press.swjtu.edu.cn>

E-mail: cbs@center2.swjtu.edu.cn

成都市报华印装厂印刷

*

开本: 787 mm1092 mm 1/16 印张: 21.25

字数: 482 千字 印数: 5001~9000 册

1995 年 12 月第 1 版 1999 年 11 月第 3 次印刷

ISBN 7-81022-878-1/O · 077

总定价: 43.00 元 (本册 22.00 元)

目 录

第四篇 振动与波动

第十三章 振 动	1
§ 13.1 简谐振动	2
§ 13.2 摆动 混沌现象	13
§ 13.3 电磁振荡	13
§ 13.4 振动的合成 频谱分析	22
§ 13.5 阻尼振动 受迫振动 共振	31
本章提要	36
思考题	37
习 题	39
第十四章 波的产生和传播	43
§ 14.1 平面简谐行波	43
§ 14.2 电磁波	55
§ 14.3 声波 超声和次声	64
§ 14.4 多普勒效应	67
§ 14.5 非线性波简介	72
本章提要	73
思考题	74
习 题	76
第十五章 波的干涉、衍射和偏振	79
§ 15.1 波的叠加原理 干涉现象	79
§ 15.2 光的干涉	87
§ 15.3 惠更斯—菲涅耳原理 衍射现象	103
§ 15.4 光的衍射	105
§ 15.5 光的偏振	119
§ 15.6 傅立叶光学简介	128
本章提要	133
思考题	134
习 题	136

第五篇 量子现象和量子规律

第十六章 场的量子性	141
§ 16.1 热辐射 普朗克量子假设	142
§ 16.2 爱因斯坦的光子理论	145
§ 16.3 氢原子光谱 玻尔理论	154
§ 16.4 激光	160
§ 16.5 非线性光学简介	167
本章提要	172
思考题	173
习 题	174
第十七章 量子力学基本原理	176
§ 17.1 物质波假设及其实验验证	176
§ 17.2 不确定关系	183
§ 17.3 波函数 薛定谔方程	188
§ 17.4 薛定谔方程的简单应用	192
§ 17.5 量子力学解释理论的发展	199
本章提要	201
思考题	202
习 题	202
第十八章 量子力学应用简介	204
§ 18.1 原子结构的量子理论	204
§ 18.2 固体能带理论基础	211
§ 18.3 宏观量子现象 超导和超流	220
§ 18.4 液晶	231
§ 18.5 量子化学和量子生物学简介	234
本章提要	236
思考题和习题	236

第六篇 多粒子体系的热运动

第十九章 近独立粒子体系的统计规律	238
§ 19.1 统计方法的一般概念	239
§ 19.2 三种统计规律	245
§ 19.3 麦一玻统计在理想气体中的应用	252
本章提要	262
思考题	263
习 题	264

第二十章 热力学第一定律和第二定律	267
§ 20.1 功 热量 内能.....	267
§ 20.2 热力学第一定律.....	271
§ 20.3 循环与热机 卡诺循环.....	279
§ 20.4 热力学第二定律.....	286
本章提要.....	293
思考题.....	294
习 题.....	295
第二十一章 熵	299
§ 21.1 玻尔兹曼熵公式 熵增加原理.....	299
§ 21.2 克劳修斯熵公式 热力学第三定律.....	301
§ 21.3 熵概念的扩展.....	308
§ 21.4 耗散结构简介.....	311
本章提要.....	316
思考题.....	316
习 题.....	317

第七篇 结束语——物理学的精髓在于探索未知

附 录 人物译名对照	326
习题答案	328
参考文献	334

第四篇 振动与波动

无论在宏观世界还是微观世界，无论在高速领域还是低速领域，振动与波动都是普遍存在的运动形式。它们的主要特点是运动在时间、空间上具有周期性。这个特点带来了它们在运动规律和研究方法上的特殊性，如状态参量相位的引入，正弦、余弦形式的运动方程，旋转矢量法，波的干涉现象等等。

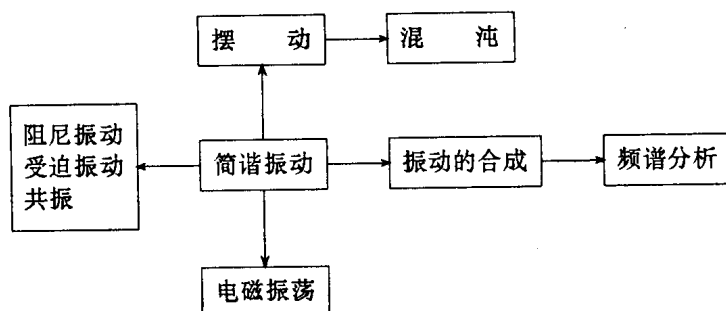
振动和波动这两种运动形式密切相关。机械波是机械振动在介质中的传播；电磁波是电磁振荡产生的变化的电场和磁场在空间的传播。在下一篇中我们将看到，组成场和实物的微观粒子都具有波粒二象性。虽然这种波与上述机械波、电磁波本质不同，但数学描述方法是相通的。

振动和波动的基本理论在物理学的声学、光学、原子物理、凝聚态物理等各个分支领域中，在交通、机械、建筑、地震学、无线电技术等各个工程技术领域中有着广泛的应用。随着科学技术的发展，还不断涌现新的课题，如非线性力学中的混沌现象、孤波，现代光学中的傅立叶光学、强光光学等。在这一篇中主要讨论振动、波动、波动光学的基本理论，同时也介绍这些理论的发展和应用。

第十三章 振 动

任何一个物理量（如位移、角位移、电流、电压、电场强度、磁场强度等）随时间在某一定值附近反复变化的现象叫做振动。它主要包括机械振动和电磁振荡两大类。这两类振动的机理虽然不同，但是有着共同的运动规律，可以用统一的数学形式来描述。最简单的周期性振动是简谐振动。因为任何一个复杂振动都可以认为是由若干个简谐振动合成的，所以简谐振动是振动这一章中最基本、最重要的内容。

本章结构框图



§ 13.1 简谐振动

研究简谐振动的理想模型是弹簧振子。弹簧振子系统由劲度系数为 k 的轻弹簧和系于弹簧一端的质量为 m 的质点组成。即它是把系统的质量集中于质点 m 上, 而把系统的弹性集中于轻弹簧 k 上的一种理想模型。现将整个系统置于光滑水平面上, 并将弹簧的另一端固定, 如图 13.1—1 所示。设当弹簧为原长时, m 位于 O 点, 这时作用于 m 的合力为零, 所以位置 O 是系统的平衡位置。如果将 m 从平衡位置向右或向左略微移动一段距离然后放开, m 将在弹性回复力 F 作用下沿水平方向在平衡位置附近往复运动。不计空气阻力, 弹簧振子的运动是最简单的周期性直线运动。这种运动就是简谐振动, 简称谐振动。下面我们首先讨论其运动方程。

一、简谐振动的运动方程

以弹簧振子的平衡位置 O 为坐标原点, 水平方向为 x 轴, 取向右为正, 建立如图 13.1—1 中的坐标系, 则坐标 x 表示质点 m 偏离平衡位置的位移, 即弹簧的形变。由胡克定律, m 所受的弹性回复力 F 与位移 x 的关系为

$$F = -kx \quad (13.1-1)$$

式中负号表示力与位移的方向相反。由此, 我们得到简谐振动的第一个判据:

判据 1 凡物体所受回复力与位移成正比且反向时, 物体的运动是简谐振动。

由牛顿第二定律, 简谐振动质点 m 的加速度为

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x \quad (13.1-2)$$

对于给定的弹簧振子, k 和 m 均为正的恒量, 所以它们的比值可以用另一个恒量的平方来表示。我们令

$$\frac{k}{m} = \omega^2 \quad (13.1-3)$$

则(13.1—2)式成为

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

或

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (13.1-4)$$

(13.1—4) 式称为简谐振动的微分方程。由此, 我们得到简谐振动的第二个判据:

判据 2 如果物体的加速度与位移成正比且反向, 那么物体的运动为简谐振动。可推广为: 任何一个物理量对时间的二阶导数与其本身成正比且反号时, 该物理量作简谐振动。

求解(13.1—4)式, 可得

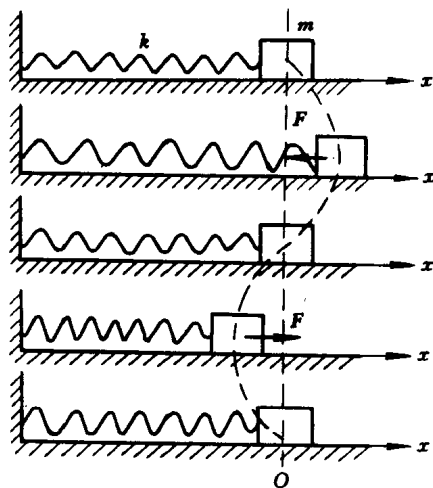


图 13.1—1

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (13.1-5)$$

式中 A 和 φ 为积分常数, 分别称为振动的振幅和初相位, 它们的意义将随后讨论。(13.1-5) 式即为简谐振动的运动方程。由此, 我们得到简谐振动的第三个判据:

判据 3 如果物体的运动方程能表示为如 (13.1-5) 式那样的余弦(或正弦)函数形式, 那么物体的运动为简谐振动。也可以推广为: 任何一个物理量如果是时间的余弦(或正弦)函数, 那么该物理量作简谐振动。

由 (13.1-5) 式对时间求导, 我们可以得出作简谐振动的质点的速度和加速度分别为

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \quad (13.1-6)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) \quad (13.1-7)$$

图 13.1-2 表示出作简谐振动的物体的位移、速度、加速度均随时间周期性地变化(图中设 $\varphi = 0$)。其中 $x-t$ 图象表示振动质点离平衡位置的位移随时间变化的规律, 称为简谐振动质点的振动曲线。

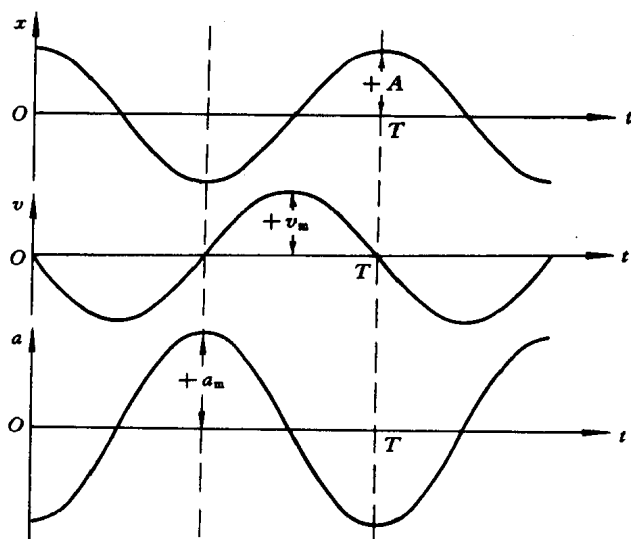


图 13.1-2

【例 1】 边长为 l 的立方体木块, 浮在水面, 平衡时浸入水中的高度为 h 。现用手把木块向下按, 然后松手任其自由运动。不计水的阻力, 证明木块的运动为简谐振动。

解: 以水面为坐标原点, 向下为正, 建立如图 13.1-3 所示坐标系。

木块在平衡位置时所受合力为零。即

$$mg = F_{\text{浮}} = \rho_{\text{水}} g l^2 h$$

在任一位置时, 木块所受合力

$$\sum F = mg - F'_{\text{浮}} = \rho_{\text{水}} g l^2 h - \rho_{\text{水}} g (h + x) l^2 = -l^2 \rho_{\text{水}} g x$$

令 $k = l^2 \rho_{\text{水}} g$, 得

$$\sum F = -kx$$

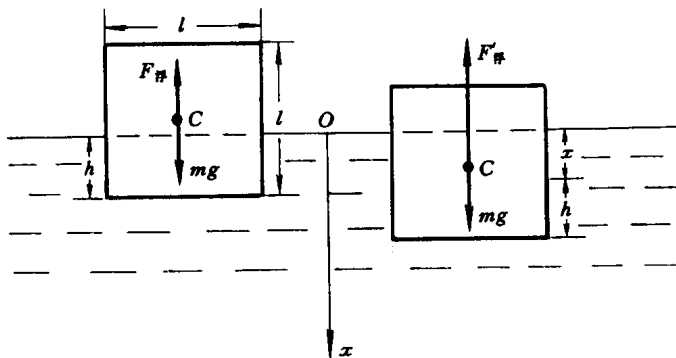


图 13.1—3

我们看到,木块所受回复力与离平衡位置的位移成正比且反向,由判据 1 可知木块的运动是简谐振动。从这个例题可以看到,在判据 1 中,振动质点所受回复力 F 不一定是弹簧的弹力,它可以是几个力的合力(或某个力的分力),我们称之为**准弹性力**; k 是由振动系统本身决定的某个常数,而不一定是弹簧的劲度系数; x 是振动质点离平衡位置的位移,而不一定是弹簧的形变。

二、简谐振动的特征量

从(13.1—5)式可知,只要知道了 A 、 ω 、 φ ,就可以完整地写出谐振动的运动方程,从而掌握该谐振动的全部信息。所以,这三个量称为描述简谐振动的特征量。

1. 角频率 ω 周期 T 频率 ν

由(13.1—3)式可知

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (13.1-8)$$

所以 ω 是由振动系统本身决定的,与初始条件无关。 ω 称为振动系统的角频率。

设振动系统回复到原来状态所需的最短时间,即完成一次全振动所经历的时间为 T , T 称为**振动周期**。由

$$\begin{aligned} x(t+T) &= x(t) \\ A\cos[\omega(t+T) + \varphi] &= A\cos(\omega t + \varphi) \\ \omega(t+T) + \varphi &= \omega t + \varphi + 2\pi \end{aligned}$$

得

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (13.1-9)$$

系统在单位时间内完成全振动的次数叫做振动的频率,用 ν 表示:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (13.1-10)$$

由(13.1—9)和(13.1—10)式可知,角频率 ω 与简谐振动的周期性相联系, ω 越大,则振动频率越大,而振动周期越短。所以角频率 ω 描述振动的快慢。由此,我们还知道,谐振动的周期

和频率也完全是由系统本身的性质决定的。我们将这种由振动系统本身所决定的周期和频率称为系统的固有周期和固有频率。某些振动的固有周期的数值如表 13.1—1 所示。

表 13.1—1 某些振动的固有周期

振 动 系 统	周 期 (s)
中子星的脉冲辐射	0.03 ~ 4.3
人的心脏跳动	≈ 1
交流电	2×10^{-2}
中频声振动	10^{-3}
超声振动	10^{-4}
中频电磁振动	10^{-6}
原子振动	10^{-15}
核振动	10^{-21}

2. 振幅 A

由运动方程(13.1—5)式,谐振动质点离开平衡位置的最大距离为

$$|x_{\max}| = A$$

A 称为谐振动的振幅。它给出了振动质点运动的范围,反映质点振动的强弱。

由于 A 是在求解谐振动微分方程(13.1—4)式时出现的积分常数,所以它由振动的初始条件决定。设 $t = 0$ 时刻,质点的初位置为 x_0 ,初速度为 v_0 ,由(13.1—5)和(13.1—6)式可知

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= A \cos \varphi \\ v_0 &= -A \omega \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (13.1-11)$$

于是

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \quad (13.1-12)$$

3. 相位 $\omega t + \varphi$ 初相 φ

谐振动运动方程(13.1—5)式中余弦函数后面的 $\omega t + \varphi$ 称为谐振动的相位, $t = 0$ 时刻的相位 φ 叫做谐振动的初相。

相位是决定质点振动状态的物理量。根据(13.1—5)和(13.1—6)式,当振动的角频率 ω 和振幅 A 已知时,由相位 $\omega t + \varphi$ 可以唯一地确定质点在某一时刻的位移和速度,从而决定质点在该时刻的运动状态。例如,当 $\omega t + \varphi = \pi/2$ 时, $x = 0, v = -\omega A$, 表示此时质点处于平衡位置,以速率 ωA 向 x 轴负方向运动;而当 $\omega t + \varphi = 3\pi/2$ 时, $x = 0, v = \omega A$, 则表示此时该质点虽然也处于平衡位置,却以速率 ωA 向 x 轴正方向运动。由此可见,在一个周期内,质点相位的不同就反映了它在各时刻运动状态的不同。

用相位来描述质点的谐振动状态有两个显著的优点。第一,每经过一个周期,振动相位变化 2π ,三角函数回到原来的值,质点回到原来的运动状态。这样可以直观、明显地体现简谐振动具有周期性的特点。第二,可以方便地比较两个同频率谐振动的步调。设有下列两个谐振动:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

它们的相位差为

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (13.1-13)$$

即两个同频率的谐振动在任意时刻的相位差都等于其初相之差。当 $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) 时, 两振动质点同时越过原点, 并且向同方向运动。它们的振动步调相同, 我们说二者同相。当 $\Delta\varphi = \pm (2k + 1)\pi$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) 时, 两振动质点同时越过原点, 但是向相反方向运动。它们的振动步调相反, 我们说二者反相。当 $\Delta\varphi$ 为其他值时, 我们说二者不同相, 若 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 > 0$, 我们说 x_2 振动超前 x_1 振动 $\Delta\varphi$, 或 x_1 振动落后于 x_2 振动 $\Delta\varphi$; 若 $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 < 0$, 我们则说 x_1 振动超前 x_2 振动 $|\Delta\varphi|$, 或 x_2 振动落后于 x_1 振动 $|\Delta\varphi|$ 。例如, 从图 13.1—2 中可以看出, 加速度 a 与位移 x 反相, 而速度 v 超前位移 $\pi/2$, 落后于加速度 $\pi/2$ 。两个相差不为零的同频率谐振动达到相同的运动状态(即相位相同)的时间差可以由下式求出

$$\begin{aligned}\omega t_1 + \varphi_1 &= \omega t_2 + \varphi_2 \\ \Delta t &= t_2 - t_1 = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\omega} = -\frac{\Delta\varphi}{\omega}\end{aligned}\quad (13.1-14)$$

初相 φ 描述振动质点在 $t = 0$ 时刻的运动状态, 它由初始条件决定。由 (13.1—11) 式可以解得

$$\varphi = \arctg\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right) \quad (13.1-15)$$

在实际计算中, 我们往往由 $\cos\varphi = x_0/A$ 确定 φ 的大小, 再由 $\sin\varphi = -v_0/(\omega A)$ 的符号来确定 φ 所在象限。

【例 2】 在图 13.1—4 中, 劲度系数为 k 的轻弹簧下悬挂着质量分别为 M 和 m 的物体, 在系统处于平衡状态时, 轻轻取走物体 m 并开始计时, 以向上为正方向, 求系统作谐振动的特征量和运动方程。

解: 当 m 取走以后, 轻弹簧和 M 系统将作简谐振动(读者可参照[例 1]的方法自行证明), 振动系统的角频率为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$$

以弹簧和 M 系统的平衡位置 O 为坐标原点, 向上为正方向, 建立如图 13.1—4 中的坐标系。得初始条件为

$$t = 0 \text{ 时} \quad \begin{cases} x_0 = -\frac{mg}{k} \\ v_0 = 0 \end{cases}$$

于是, 振幅

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \frac{mg}{k}$$

又由

$$\cos\varphi = \frac{x_0}{A} = -1$$

得初相

$$\varphi = \pi$$

振动系统的运动方程为

$$x = \frac{mg}{k} \cos\left[\sqrt{\frac{k}{M}} t + \pi\right]$$

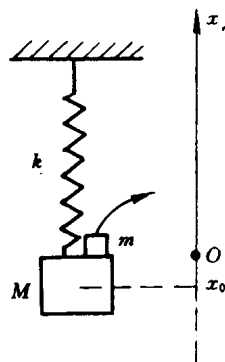


图 13.1—4

【例 3】 如图 13.1—5 所示, 劲度系数为 k 的弹簧一端系于质量为 M 的物体, 另一端固定, 置于光滑水平面内。质量为 m 的子弹以速度 v 水平射入 M 并嵌在 M 内, 以 m 射入 M 两者有共同速度 v_0 的时刻为计时起点, 以 v 的方向为正方向, 求系统的振动方程。

解: 振动系统的角频率为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}}$$

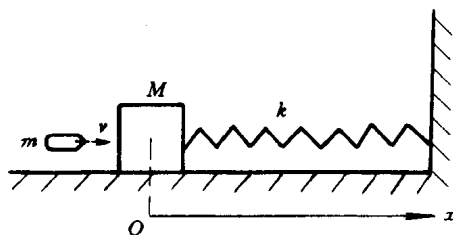


图 13.1—5

以平衡位置为坐标原点,向右为正方向建立如图坐标系。由 $t=0$ 时刻 m 与 M 在原点处完全非弹性碰撞,得初始条件为

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ mv = (m+M)v_0 \quad v_0 = \frac{m}{m+M}v \end{cases}$$

于是
$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = \frac{v_0}{\omega} = \frac{mv}{\sqrt{k(m+M)}}$$

$$\cos\varphi = \frac{x_0}{A} = 0$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ 或 } \frac{3}{2}\pi$$

又由 $v_0 = -A\omega\sin\varphi > 0$

知 $\sin\varphi < 0$

所以 $\varphi = \frac{3}{2}\pi$

振动方程为

$$x = \frac{mv}{\sqrt{k(m+M)}} \cos\left[\sqrt{\frac{k}{m+M}}t + \frac{3}{2}\pi\right]$$

三、旋转矢量

当质点 P 在 xy 平面内以角速率 ω 作半径为 R 的匀速率圆周运动时,我们以圆心 O 为坐标原点,建立如图 13.1—6 所示直角坐标系,可以得到质点 P 运动的参数方程

$$\begin{cases} x = R\cos(\omega t + \varphi) \\ y = R\sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$$

我们看到,匀速率圆周运动在 x 或 y 方向上的投影为简谐振动。于是,我们找到一种通过匀速率圆周运动来研究简谐振动的方便而有效的方法——旋转矢量法。

我们由原点 O 作一矢量 A ,使其以角速度 ω 绕 O 沿逆时针方向匀速转动,并且使 A 的长度等于谐振动的振幅 A , A 的转动角速度等于谐振动的角频率 ω , $t=0$ 时刻 A 与 x 正方向的夹角等于谐振动的初相 φ 。我们将 A 称为**旋转矢量**。它与其所描述的简谐振动之间的对应关系如图 13.1—7 和表 13.1—2 中所示。

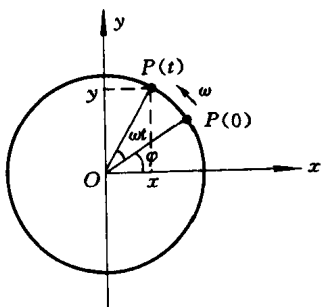


图 13.1—6

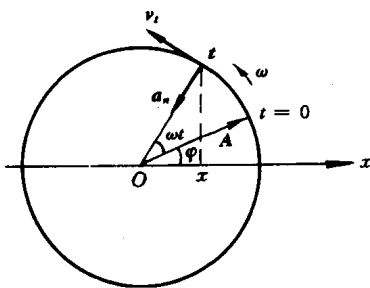


图 13.1—7 旋转矢量与简谐振动

表 13.1—2 旋转矢量与谐振动的对应关系

旋 转 矢 量 A	谐 振 动	符 号 或 表 达 式
模	振幅	A
角速度	角频率	ω
$t = 0$ 时, A 与 Ox 夹角	初相	φ
旋转周期	振动周期	$T = 2\pi/\omega$
t 时刻, A 与 Ox 夹角	相位	$\omega t + \varphi$
A 在 Ox 上的投影	位移	$x = A\cos(\omega t + \varphi)$
A 端点的速度在 Ox 上的投影	速度	$v = -\omega A\sin(\omega t + \varphi)$
A 端点的加速度在 Ox 上的投影	加速度	$a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$

旋转矢量法是由于简谐振动具有周期性这一特点而产生的描述质点运动的特殊方法。旋转矢量 A 可以直观地表示出简谐振动的各特征量,并为解题和进行谐振动的合成带来极大的方便。

【例 4】 已知质点的振动方程为 $x = 4\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm, 求质点从 $t = 0$ 开始到 $x = -2$ cm 且沿正 x 方向运动所需要的时间。

解: 由 $t = 0$ 时, $\varphi = \pi/2$, 作出初始时刻的旋转矢量 A 。又由 t 时刻 $x_t = -2$ cm < 0 , $v_t > 0$ 知末时刻 t 旋转矢量 A' 在第三象限, 且 A' 在 x 轴上投影的大小 (2 cm) 为振幅 (4 cm) 的一半, 于是可作出 t 时刻的旋转矢量 A' , 如图 13.1—8 所示。由图可见, 在由 $0 \sim t$ 时间内旋转矢量 A 转过的角度为 $5\pi/6$, 所需时间为

$$t = \frac{5\pi}{2\pi} \cdot T$$

由振动方程 $x = 4\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ cm, 可知 $\omega = 2\pi$ rad $\cdot$ s $^{-1}$, $T = 1$ s, 所以

$$t = \frac{5}{12} = 0.42 \text{ s}$$

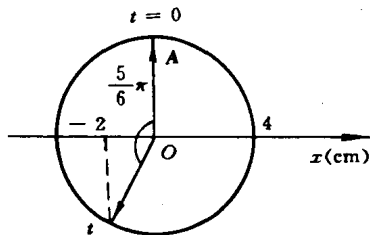


图 13.1—8

四、孤立谐振动系统的能量

我们仍然讨论图 13.1—1 中水平放置的弹簧振子。由于不计与平面间的摩擦和空气的阻力,振动过程中,弹簧振子系统所受的合外力为零。这种不受外力作用,从而没有能量的损耗或补充的振动系统称为孤立谐振动系统。设在任意时刻 t , 振动物体的位移为 x , 速度为 v , 则系统的弹性势能和动能分别为

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \varphi) \quad (13.1-16)$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \varphi)$$

由于 $\omega^2 = k/m$, 系统动能又可以写为

$$E_k = \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \varphi) \quad (13.1-17)$$

而该时刻, 振动系统的总的机械能为

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}kA^2 \quad (13.1-18)$$

设初相 $\varphi = 0$, 我们作出系统的振动曲线和能量随时间变化的曲线如图 13.1—9 所示。

我们看到, 振动系统的动能 E_k 和势能 E_p 都随时间周期性变化, 其变化的频率为谐振动频率的 2 倍。而且, 势能最大时, 动能为零; 势能为零时, 动能最大; 二者变化步调相差 π 。同时, 谐振动系统的总机械能为一常量, 不随时间变化。这是由于孤立谐振动系统不受外力, 而内力(弹力)又是保守力, 所以系统的机械能守恒。(13.1—18) 式还给出了系统的总机械能与振幅的平方成正比, 这说明振幅不仅给出了谐振动质点的运动范围, 还表征了振动的强度。

图 13.1—10 是谐振动系统能量与振动质点的位移 x 间的关系曲线。我们看到, 当位移为零时, 势能为零, 动能最大, 而当位移最大时, 势能最大, 动能为零。与同一 x 值对应的动能和势能之和等于总机械能 E 。

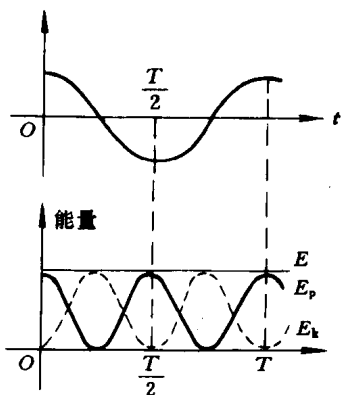


图 13.1—9

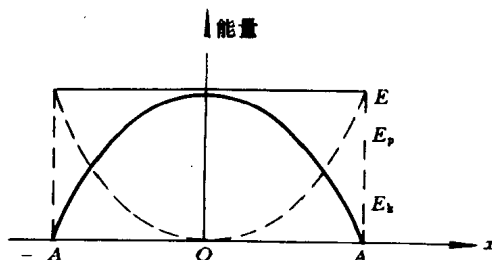


图 13.1—10

谐振动系统的动能和势能对时间的平均值为

$$\bar{E}_p = \frac{1}{T} \int_0^T E_p dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{4} kA^2$$

$$\bar{E}_k = \frac{1}{T} \int_0^T E_k dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{4} kA^2$$

于是

$$\bar{E}_p = \bar{E}_k = \frac{1}{2}E \quad (13.1-19)$$

即弹簧振子动能与势能的平均值相等而且都等于总机械能的一半。

【例5】 竖直悬挂的弹簧振子如图 13.1-11 所示, 设平衡时弹簧伸长为 x_0 , 振幅为 A , 计算其总机械能。

(1) 以系统平衡位置 O 为坐标原点, 以弹簧原长处 O' 为重力势能和弹性势能零点。

(2) 以系统平衡位置 O 为坐标原点和重力势能及弹性势能的零点。

解:

(1) 以 O' 为势能零点: 设 t 时刻, 振动质点的位移为 x , 速率为 v , 则

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2}mv^2 \\ E_p &= E_{弹} + E_{重} \\ &= \frac{1}{2}k(x + x_0)^2 - mg(x + x_0) \end{aligned}$$

由平衡条件 $mg = kx_0$

所以

$$\begin{aligned} E &= E_k + E_p \\ &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k(x + x_0)^2 - kx_0(x + x_0) \\ &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}kx_0^2 \\ &= \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx_0^2 \end{aligned}$$

(2) 以坐标原点 O (平衡位置) 为势能零点: 在计算弹性势能时应减去弹簧伸长 x_0 时的势能 $kx_0^2/2$, 于是

$$\begin{aligned} E_p &= E_{弹} + E_{重} = \left[\frac{1}{2}k(x + x_0)^2 - \frac{1}{2}kx_0^2 \right] - mgx \\ &= \frac{1}{2}k(x + x_0)^2 - \frac{1}{2}kx_0^2 - kx_0x = \frac{1}{2}kx^2 \\ E_k &= \frac{1}{2}mv^2 \end{aligned}$$

所以 $E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$

可见, 选取的零势能点不同时, 所得的总机械能结果不同, 但是二者均为恒量, 只相差一个常数。这说明无论如何选择势能零点, 振动系统的机械能均守恒, 由于势能是与零势能选取有关的相对量, 当所选择的零势能点不同时, 势能的计算值相差一个常数, 从而使总机械能的值相差一个常数, 这显然是合理的。

此外, 如果以平衡位置作为坐标原点, 同时又作为势能零点, 那么 $E_p = kx^2/2$ 就是既包括

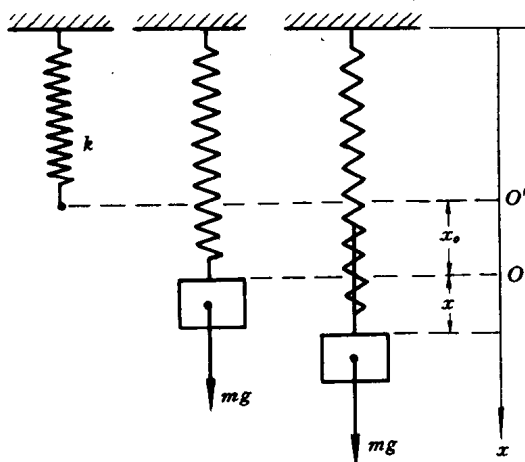


图 13.1-11