高等学校电子信息类规划教材

（第二版）

离散数学

乔维声　编著

西安电子科技大学出版社

http://www.xduph.com

离散数学（第二版）　乔维声　编著

高等学校
电子信息类 规划教材

离散数学

（第二版）

乔维声　编著

西安电子科技大学出版社
2000

内 容 简 介

本书第一版于1989年5月作为电子类“七五”规划教材由西安电子科技大学出版社出版。最近，根据原电子工业部《1996—2000年全国电子信息类专业教材编审出版规划》，该书修订后再次出版。

全书共分七章，主要内容有命题逻辑、谓词逻辑、集合、关系、函数、代数系统的基本理论和特殊代数系统、图论等。

本次修订根据原国家教委对大专层次的理论教学以够用为度的原则，并根据近几年来大专计算机教学的需要进行。在内容的选择上，将删去原书中一些不适合大专教学的较难部分或与前后内容联系不大的概念；将原书的第6、7两章合并为现第6章，简化了对代数系统的研究；对一些难度较大的内容增补了一些例子，并提供不同学时的选择。在修订中保留原书由浅入深，由直观到抽象，通俗易读，用图解的方法来形象地描述一些概念、关系和算法等特色，进一步做到概念清晰、准确、推理严谨。

本书既可作为普通专科院校、职业大学、职工大学的计算机专业教材，也可作为非计算机专业相应课程的教材或教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

离散数学/乔维声编著. —2版. —西安：西安电子科技大学出版社，1999.7

高等学校电子信息类规划教材

ISBN 7-5606-0066-2

Ⅰ.离…　Ⅱ.乔…　Ⅲ.离散数学-高等学校-教材　Ⅳ.O158

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第11874号

责任编辑　徐德源　赵立光

出版发行　西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电　　话　(029)8227828　　　邮　　编　710071

http://www.xduph.com　　　E-mail：xdupfxb@pub.xaonline.com

经　　销　新华书店

印　　刷　高陵县印刷厂

版　　次　1989年6月第1版　　1999年6月第2版

2000年2月第8次印刷

开　　本　787毫米×1092毫米　1/16　印张　12.75

字　　数　295千字

印　　数　34 001～40 000册

定　　价　13.00元

ISBN 7-5606-0066-2/O·0038

出 版 说 明

为做好全国电子信息类专业“九五”教材的规划和出版工作，根据国家教委《关于“九五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》和《普通高等教育“九五”国家级重点教材立项、管理办法》，我们组织各有关高等学校、中等专业学校、出版社，各专业教学指导委员会，在总结前四轮规划教材编审、出版工作的基础上，根据当代电子信息科学技术的发展和面向21世纪教学内容和课程体系改革的要求，编制了《1996—2000年全国电子信息类专业教材编审出版规划》。

本轮规划教材是由个人申报，经各学校、出版社推荐，由各专业教学指导委员会评选，并由我们与各专指委、出版社协商后审核确定的。本轮规划教材的编制，注意了将教学改革力度较大、有创新精神、有特色风格的教材和质量较高、教学适用性较好、需要修订的教材以及教学急需、尚无正式教材的选题优先列于规划。在重点规划本科、专科和中专教材的同时，选择了一批对学科发展具有重要意义，反映学科前沿的选修课、研究生课教材列入规划，以适应高层次专门人才培养的需要。

限于我们的水平和经验，这批教材的编审、出版工作还可能存在不少缺点和不足，希望使用教材的学校、教师、学生和其他广大读者积极提出批评和建议，以不断提高教材的编写、出版质量，共同为电子信息类专业教材建设服务。

电子工业部教材办公室

再版前言

本教材系按原电子工业部的《1996—2000年全国电子信息类专业教材编审出版规划》，由大专计算机专业教学指导委员会编审、推荐出版的。本教材由江汉大学乔维声编写，主审华中理工大学洪帆教授，责任编委顾藏知副教授。

本书第一版于1989年5月作为电子类“七五”规划教材由西安电子科技大学出版社出版。出版以来，得到诸多使用者的好评。1992年本教材被评为机械电子工业部优秀教材二等奖。最近，根据对大专层次的理论教学以够用为度的原则，并根据近几年来大专计算机教学的需要，大专计算机专业教学指导委员会决定修订本书。

全书共分七章，主要内容有命题逻辑、谓词逻辑、集合、关系、函数、代数系统的基本理论和特殊代数系统、图论等。

为使学生逐渐适应本课程概念多、内容抽象、逻辑性强的特点，根据大专教学的要求，将仍按原书由浅入深，由直观到抽象，通俗易读，用图解的方法来形象地描述一些概念、关系和算法等特色做好修订。同时进一步做到概念清晰、准确、推理严谨，力求使一些抽象难懂的内容便于学生理解和接受，努力培养学生分析问题与解决问题的能力。在内容的选择上，将删去原书中一些不适合大专教学的较难部分（如“谓词演算在程序正确性证明上的应用”、“运输网络”等）；将原书的第6、7两章合并为现第6章，简化对代数系统的研究；对一些难度较大的内容增补了一些例子。

考虑到专科类计算机各专业的特点、各校专业方向的侧重以及学时数不同，本书按照教学指导委员会的要求，提供不同学时的选择。本书的参考学时数为60学时(不含打*的部分)，对于安排讲授40～50学时左右的专业，可根据学时略去不讲1.4节、3.4节、5.3节、5.4节、6.6节、7.4.2节和7.7.3节中的“2”和“3”等内容。对于讲授学时不足40的专业，除以上内容外还可略去第6章不讲。对有富余学时多的专业，可由教师根据需要选讲打*号的内容。

本书既可作为普通专科院校、职业大学、职工大学的计算机专业教材，也可作为非计算机专业相应课程的教材或教学参考书。

在本书的修订中，西安电子科技大学出版社和江汉大学的领导和同志们给予了极大的支持，华中理工大学洪帆教授审阅了全书并提出很好的意见，大专计算机专业教学指导委员会康乃真教授、顾藏知副教授等同志关注本书的出版，在此对所有关心和支持本书出版的同志们表示诚挚的谢意。

由于笔者水平有限，书中难免存在一些不妥和错误，殷切希望广大读者批评指正。

编　者

1998年9月于武汉

目　录

第1章 命题逻辑

逻辑是研究推理的科学。早在17世纪莱布尼兹就提出一种设想：能否使人们的推理不依赖于对推理过程中命题含义的思考，而用计算代替思维来完成推理过程。他希望能用数学方法来研究思维。数理逻辑就是在这种思想下产生的。用希尔伯特的话来说，它(数理逻辑)是把数学上的形式化的方法应用到逻辑领域的结果。

计算机科学的诞生使数理逻辑得到更重要的应用。具备一些数理逻辑知识，对每个计算机工作者来说都是非常重要的。

本章和下一章主要学习数理逻辑的基础——命题逻辑和谓词逻辑。

1.1 命题与命题公式

1.1.1 命题

人们的思维活动是靠自然语言来表达的。然而，由于自然语言易产生二义性，用它来表示严格的推理就不合适了。为了解决这个问题，在数理逻辑中引进了一种形式化的语言，这是一种符号语言。

自然语言的基本单位是句子。句子分为陈述句、祈使句、疑问句和感叹句等，其中能判断对错的只有陈述句，我们把具有这种特点的句子叫命题。它是形式语言中的基本单位。

定义 1.1-1 命题是能判断真假的陈述句。

例1 判断下列句子是不是命题：

1) $8\times5=41$。

2) 上海是中国的一座城市。

3) 这人个子真高!

4) 天在下雨。

5) 你能帮助我吗?

6) 火星上有人。

7) 王琳是学生党员。

解 第3句和第5句不是命题，其余5句都是命题。其中第1句是假命题；第2句是

真命题；第 4 句和第 7 句依当时的天气情况和王琳的情况可以判断真假，也是命题；第 6 句虽然目前暂时无法判断其真假，但它本身是有真假的，我们也称为命题。

命题常用大写字母 A，B，C，…或加下标的大写字母 A_1，B_2，C_{10}，…表示。

任一命题或真或假，且非真即假，我们用真值来表示。当命题是真的时，称其真值为 True(真)，用"T"或"1"表示；当命题是假的时，称其真值为 False(假)，用"F"或"0"表示。

定义 1.1-2 不能再分解为其他命题的命题叫原子命题。

原子命题中的"原子"取原子的"不可再分"之意，它是最基本的命题，相当于自然语言的简单陈述句。例 1 中除第 7 句外的 4 个命题都是原子命题，而第 7 句由原子命题"王琳是学生"和"王琳是党员"组成。

例 2 下面的命题由哪些原子命题组成：

1）王斌贫穷但快乐。

2）只要明天天气好，我就去春游。

3）如果 10 是一个大于 1 的整数，则 10 的大于 1 的最小因数一定是素数。

解 1）有两个原子命题 A 和 B，其中

A：王斌贫穷。

B：王斌快乐。

2）有两个原子命题 C 和 D，其中

C：明天天气好。

D：我去春游。

3）有两个原子命题 M 和 N，其中

M：10 是一个大于 1 的整数。

N：10 的大于 1 的最小因数是素数。

我们把例 2 中的 3 个命题都称为复合命题。它是通过若干原子命题和下面所介绍的命题联结词构成的更复杂的命题。

1.1.2 命题联结词

这里引入五种常用的命题联结词，它们是自然语言中某些连接词的抽象。

定义 1.1-3 若 P 是一个命题，则由否定词 $\neg$ 和命题 P 组成的复合命题 $\neg P$ 称为 P 的否定式，读作"非 P"。$\neg P$ 的真值定义为

$\neg P$ 为真 iff① P 为假

命题 $\neg P$ 和 P 的关系可以用表 1-1 表示。表 1-1 称为 $\neg P$ 的真值表。

表 1-1 $\neg P$ 的真值表

P	$\neg P$
0	1
1	0

例 3 设有命题 P 为

P：南京在江苏省。

则 P 的否定式为

$\neg P$：南京不在江苏省。

或 $\neg P$：南京在江苏省是假的。

① 符号 iff 表示"当且仅当"。

定义 1.1-4 若P，Q是两个命题，则由合取词∧和命题P，Q组成的复合命题$P\wedge Q$称为P，Q的合取式，读作"P且Q"。

$P\wedge Q$的真值定义为

$P\wedge Q$为真 iff P，Q都为真

因此，P，Q同时为假或一真一假时，$P\wedge Q$都为假。

复合命题$P\wedge Q$的真值表如表1-2所示。

合取词∧是自然语言中的连接词"并且"、"和"、"及"等的逻辑抽象。

表 1-2 $P\wedge Q$真值表

P	Q	$P\wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

例 4 设有命题P，Q为

P：李红喜欢看小说。

Q：李红喜欢画画。

则P，Q的合取式$P\wedge Q$为

$P\wedge Q$：李红喜欢看小说和画画。

或 $P\wedge Q$：李红喜欢看小说又喜欢画画。

定义 1.1-5 若P，Q是两个命题，则由析取词∨和命题P，Q组成的复合命题$P\vee Q$称为P，Q的析取式，读作"P或Q"。$P\vee Q$的真值定义为

$P\vee Q$为真 iff P，Q至少有一个为真

因此只有P，Q同时为假时，$P\vee Q$才为假。

复合命题$P\vee Q$的真值表如表1-3。

析取词∨是自然语言中的连接词"或者"等的逻辑抽象。

表 1-3 $P\vee Q$真值表

P	Q	$P\vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

例 5 以例4的两个命题P，Q为例，析取式$P\vee Q$为

$P\vee Q$：李红喜欢看小说或喜欢画画。

例 6 设有命题A，B为

A：老王在教室里上课。

B：老王参加长跑比赛。

那么，命题"老王在教室里上课或者参加长跑比赛"能否表示为析取式$A\vee B$呢?

解 要回答这个问题，必须分析该命题的真值情况。

我们可以看出命题A和B是不可能同时成立的，所以该命题仅仅在A，B只有一个为真时才为真，而同真或同假时都为假。因此该命题不能用析取式$A\vee B$表示。

我们称例6命题中的"或"为"不可兼或"，而析取词∨所表示的"或"是"可兼或"，凡"不可兼或"都不能仅用析取词∨表示。

定义 1.1-6 若P，Q是两个命题，则由蕴含词→和命题P，Q组成的复合命题$P\rightarrow Q$称为P，Q的蕴含式，读作"如果P，则Q"。$P\rightarrow Q$的真值定义为

$P\rightarrow Q$为假 iff P为真而Q为假

因此，P为假时，不管Q为真还是为假，$P\rightarrow Q$都为真；而P，Q同时为真时，$P\rightarrow Q$也为真。

复合命题 $P\rightarrow Q$ 的真值表如表 1-4 所示。

表 1-4　$P\rightarrow Q$ 真值表

P	Q	$P\rightarrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

蕴含词→是自然语言中的连接词“如果……，则……”、“若……，则……”、“如果……，那么……”等的逻辑抽象。但是，从真值表可以看出：蕴含词→与自然语言中的连接词“如果……，则……”是有区别的。自然语言中的“如果……，则……”是联系两个有逻辑关系的语句。但是，在数理逻辑中对一个命题我们只讨论其真值。因此，对蕴含式 $P\rightarrow Q$，不管 P 和 Q 这两个命题有无逻辑上的联系，$P\rightarrow Q$ 的真值仅由 P，Q 的真值唯一确定。我们将数理逻辑中的蕴含称为实质蕴含，而将自然语言中的蕴含称为形式蕴含。

在蕴含式 $P\rightarrow Q$ 中，P 称为蕴含式的前件，Q 称为蕴含式的后件。

例 7　设有命题 A，B 为

A：他努力学习。

B：他门门功课 90 分以上。

则蕴含式 $A\rightarrow B$ 为

$A\rightarrow B$：如果他努力学习，就会门门功课 90 分以上。

例 8　设有命题 A，B 为

A：$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角。

B：$\angle 1=\angle 2$

则蕴含式 $A\rightarrow B$ 为

$A\rightarrow B$：若 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角，则 $\angle 1=\angle 2$。

这时我们也说“A 是 B 的充分条件”，或“B 是 A 的必要条件”。

定义 1.1-7　若 P，Q 是两个命题，则由等值词↔ 和命题 P，Q 组成的复合命题 $P\leftrightarrow Q$ 称为 P,Q 的等值式，读作“P 当且仅当 Q”。$P\leftrightarrow Q$ 的真值定义为

$$P\leftrightarrow Q \text{ 为真} \quad \text{iff} \quad P, Q \text{ 同真值}$$

因此，P，Q 一真一假时，$P\leftrightarrow Q$ 为假。

复合命题 $P\leftrightarrow Q$ 的真值表如表 1-5。

表 1-5　$P\leftrightarrow Q$ 真值表

P	Q	$P\leftrightarrow Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

等值词↔是自然语言中的连接词“当且仅当”等的逻辑抽象。

例 9　设有命题 P，Q 为

P：实系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实根。

Q：实系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的判别式 $b^2-4ac>0$。

则等值式 $P\leftrightarrow Q$ 为

$P\leftrightarrow Q$：实系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实根当且仅当其判别式 $b^2-4ac>0$。

这时我们也说“P 是 Q 的充分必要条件”。

应该强调的是，在数理逻辑中，由原子命题通过命题联结词可以构成复合命题，其真

值完全由原子命题的真值来确定，而与原子命题的含义以及原子命题之间有无某种逻辑联系无关。

例 10 设有命题 P，Q，R 为

P：雪是黑的。

Q：小李是共青团员。

R：小王是大学生。

请写出命题 $\neg P$，$P\wedge Q$，$P\vee Q$ 和 $(P\wedge Q)\rightarrow R$ 的含义。

解 $\neg P$：雪不是黑的。

$P\wedge Q$：雪是黑的且小李是共青团员。

$P\vee Q$：雪是黑的或者小李是共青团员。

$(P\wedge Q)\rightarrow R$：如果雪是黑的且小李是共青团员，那么小王是大学生。

1.1.3 命题公式

上节我们介绍了 5 个命题联结词，反复利用这些命题联结词可以产生更复杂的命题。

如符号串

$$\neg P\rightarrow(Q\wedge\neg R)$$

$$(\neg A\vee\neg B)\wedge(C\rightarrow\neg D)$$

当这些符号串中的大写字母都表示确定的命题时，上面的符号串就表示更复杂的命题；若这些大写字母不表示确定的命题时，上面的符号串就是我们下面所称的命题公式。但并不是随意产生的符号串都能称为命题公式，必须遵循一定的规则。

一个有确定真值的命题，其真值不是 0 就是 1，我们常将真值 0 和 1 称为命题常元；而一个不表示确定真值的命题符号称为命题变元，仍用大写字母或加下标的大写字母表示。一个命题变元若被某个确定的命题替代，就具有确定的真值。

定义 1.1-8 一个命题公式是由下列规则所产生的符号串：

1）命题常元是命题公式。

2）命题变元是命题公式。

3）若 P，Q 是命题公式，则 $\neg P$，$(P\wedge Q)$，$(P\vee Q)$，$(P\rightarrow Q)$，$(P\leftrightarrow Q)$也是命题公式。

4）只有有限次地运用 1)，2)，3)所产生的符号串才是命题公式。

命题公式也简称为公式。

由定义可知，下面的符号串

$$P\rightarrow Q\rightarrow R,\ \wedge P,\ (P\leftrightarrow Q\vee)$$

都不是公式。而符号串

$$((P\rightarrow Q)\rightarrow R),\ ((\neg P\leftrightarrow Q)\vee(R\wedge S))$$

都是公式。

为了简便起见，我们常常省去公式最外层的圆括号。所以上面两个公式又可以分别写成

$$(P\rightarrow Q)\rightarrow R,\ (\neg P\leftrightarrow Q)\vee(R\wedge S)$$

有了命题公式的概念，我们就可以将自然语言中某些陈述句用符号来表示，这个翻译

过程我们称之为符号化或形式化。

例 11 用形式语言写出下列命题

1）他是学生党员。

2）他是学生但不是党员。

3）如果他是学生党员又能严格要求自己，他一定会得到大家的尊敬。

解 若用 P，Q，R，S 表示下列命题：

P：他是学生。

Q：他是党员。

R：他严格要求自己。

S：他得到大家的尊敬。

则 3 个命题可分别表示为

1）$P \wedge Q$

2）$P \wedge \neg Q$

3）$((P \wedge Q) \wedge R) \rightarrow S$

例 12 设 P：明天下雨。

Q：明天下雪。

R：我去学校。

试把下列命题符号化：

1）如果明天不是雨夹雪，我就去学校。

2）如果明天既不下雨又不下雪，我就去学校。

3）明天下雨或者下雪，我就不去学校。

解 1）$\neg(P \wedge Q) \rightarrow R$

2）$(\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow R$

3）$(P \vee Q) \rightarrow \neg R$

从以上两例可以看出，将命题符号化时不能死扣“或”就用“$\vee$”，“且”用“$\wedge$”表示，而要分析自然语言连接词的逻辑含义，做到正确翻译。

翻译时，为了减少圆括号，我们对 5 个命题联结词的强弱次序规定为

$$\neg、\wedge、\vee、\rightarrow、\leftrightarrow$$

这样，例 12 的 2）和 3）又可分别表示为

$$\neg P \wedge \neg Q \rightarrow R，P \vee Q \rightarrow \neg R$$

例 13 设 A：今天下雨。

B：今天下雪。

C：今天天晴。

试把下列形式语言翻译成自然语言：

1）$\neg(A \wedge B)$

2）$C \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

3）$A \vee B \rightarrow \neg C$

解 1）说今天下雨且下雪是不对的。

2）今天天晴当且仅当今天既不下雨又不下雪。

3）如果今天下雨或者下雪，今天就不是晴天。

1.1.4 命题公式的真值表

命题公式的真值情况取决于其所含的命题变元的真值。

定义 1.1-9 公式中所有命题变元的一组确定的真值称为该公式的一组真值指派（也称解释）。

由定义可知，具有 n 个命题变元的公式有 2^n 组不同的真值指派。

我们把一个公式的所有不同的真值指派及其真值情况所列成的一个表称为该命题公式的真值表。

例 14 求公式 $(P \wedge Q) \wedge \neg P$ 的真值表。

解 分以下 3 步求得：

1）写出公式 $\neg P$ 的真值表；

2）写出公式 $P \wedge Q$ 的真值表；

3）根据 1)和 2)，写出公式 $(P \wedge Q) \wedge \neg P$ 的真值表。

为清楚起见，我们将这 3 步列在一个表内，见表 1-6。由此求得公式 $(P \wedge Q) \wedge \neg P$ 的真值表如表 1-7 所示。

在求一个公式的真值表时，一般只列出表 1-6，而不列出表 1-7。

表 1-6 例 14 的真值表（一）

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \wedge \neg P$
0	0	1	0	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	1	0	1	0

表 1-7 例 14 的真值表（二）

P	Q	$(P \wedge Q) \wedge \neg P$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	0

例 15 求公式 $(P \to Q) \wedge (Q \to P) \to (P \leftrightarrow Q)$ 的真值表。

解 令 R 表示 $(P \to Q) \wedge (Q \to P)$

S 表示 $(P \to Q) \wedge (Q \to P) \to (P \leftrightarrow Q)$

则所求公式的真值表如表 1-8 所示。

表 1-8 例 15 的真值表

P	Q	$P \to Q$	$Q \to P$	R	$P \leftrightarrow Q$	S
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

例 16 求公式 $P \wedge Q \to R$ 和 $(P \to R) \vee (Q \to R)$ 的真值表。

解 因为这两个公式都含有 3 个命题变元 P，Q，R，所以它们的真值表都有 $2^3=8$ 行。

公式 $P \wedge Q \to R$ 的真值表如表 1-9 所示。

公式 $(P \to R) \vee (Q \to R)$ 的真值表如表 1-10 所示。

表 1-9 $P\wedge Q\to R$ 的真值表

P	Q	R	$P\wedge Q$	$P\wedge Q\to R$
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

表 1-10 $(P\to R)\vee(Q\to R)$ 的真值表

P	Q	R	$P\to R$	$Q\to R$	$(P\to R)\vee(Q\to R)$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1

1.2 重 言 式

1.2.1 重言式和矛盾式

从 1.1 节最后 3 个例子可以看出，一个命题公式的真值表有 3 种不同的情况。一种是真值恒为 1；一种是真值恒为 0；还有一种，其真值既有 1 又有 0。在命题逻辑中我们尤其注意前两种情况的命题公式，并分别称为重言式和矛盾式。

定义 1.2-1 一个命题公式，如果对于它所包含的命题变元的任何一组真值指派，其真值恒取值为 1，则称为重言式或永真公式，用“1”表示；若其真值恒取值为 0，则称为矛盾式或永假公式，用“0”表示。

由定义知，公式 $(P\to Q)\wedge(Q\to P)\to(P\leftrightarrow Q)$ 是重言式，公式 $(P\wedge Q)\wedge\neg P$ 是矛盾式，而公式 $P\wedge Q\to R$ 和 $(P\to R)\vee(Q\to R)$ 既不是重言式又不是矛盾式。

显然，重言式的否定是矛盾式，矛盾式的否定是重言式；重言式的合取式、析取式、蕴含式和等值式也是重言式。因此，我们重点研究重言式，且主要是下面两种重要的重言式。

1.2.2 等价重言式

定义 1.2-2 设 A，B 是命题公式，若 $A\leftrightarrow B$ 是重言式，则称 $A\leftrightarrow B$ 是等价重言式，记为 $A\Leftrightarrow B$，读作“A 与 B 等价”。

因为重言式用“1”表示，所以“$A\leftrightarrow B$ 是重言式”又可以记为“$A\leftrightarrow B\Leftrightarrow 1$”。

由定义知，$A\Leftrightarrow B$ iff $A\leftrightarrow B\Leftrightarrow 1$。

容易证明，对两个含有相同命题变元的公式 A 和 B，当 $A\Leftrightarrow B$ 时，公式 A 和 B 的真值表完全相同，而反过来也成立。这样，对 1.1 节例 16 的两个公式，因其真值表完全相同，所以有

$$P\wedge Q\to R\Leftrightarrow(P\to R)\vee(Q\to R)$$

我们常常利用真值表来判断两个命题公式是否等价。

例 1 证明 $P\wedge(Q\vee R)\Leftrightarrow(P\wedge Q)\vee(P\wedge R)$。

证明 设 A 表示 $P\wedge(Q\vee R)$