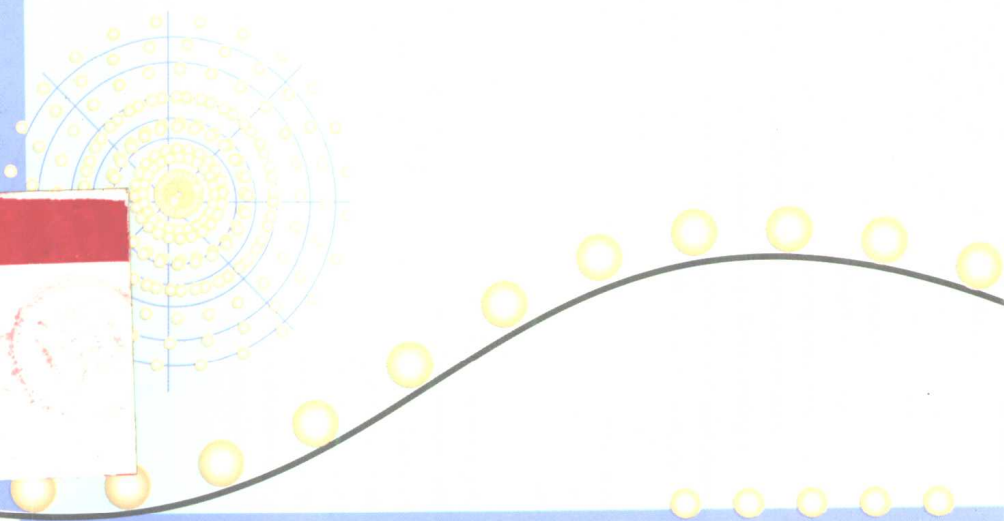


不确定性信息 数学处理及应用

刘开第 吴和琴 庞彦军 著
刘开展 高志强



科学出版社

国家自然科学基金资助项目 (69675003)

河北省自然科学基金资助项目 (696391)

不确定性信息 数学处理及应用

刘开第 吴和琴
庞彦军 刘开展 著
高志强

科学出版社

1999

内 容 简 介

在当今信息时代,不确定性信息的处理量远比确定性信息更多更复杂。确定性信息的处理有现成的经典数学可作为依托,而不确定性信息的处理虽有概率论、数理统计、随机理论和模糊数学等工具,但也只能处理其中的一部分。在客观现实中所提供的不确定性信息,往往具有多种不确定性,对这类复杂信息的综合处理问题,更有理论意义和实用价值。本书系统地介绍了灰信息、未确知信息的数学表现和数学处理方法及其实际应用,并给出了一种综合处理具有多种不确定性信息的新型数学基础理论和方法。

本书可供应用数学工作者和相关院校数学系师生参考。

图书在版编目(CIP)数据

不确定性信息数学处理及应用/刘开第等著. —北京:
科学出版社, 1999.7

ISBN7-03-007277-4

I. 不… II. 刘… III. 信息论-数学理论
IV. O236

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (99) 第 02911 号

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

中国科学院印刷厂 印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店发行

*

1999年7月第 一 版 开本: 787×1092 1/32

1999年7月第一次印刷 印张: 6 1/2

印数: 1—2 000 字数: 141 000

定价: 10.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

序

多年来我们一直在研究如何正确处理工程问题中的各种不确定性因素和信息。1982年提出了地震烈度的模糊综合评定的方法；1984年提出了结构模糊优化设计理论，以后发展为结构软设计理论，在数学上相应建立了模糊随机规划的一般性解法；1986年提出了各种不确定因素所导致的“广义可靠性”理论；1989年提出了工程大系统的全局性优化理论；1990年建立了结构维修理理论的框架。这些开创性工作为全面建立工程软设计理论奠定了基础。目前这个理论仍在继续发展中。

另一方面，从1983年开始，我们又努力地从事于结构模糊随机振动理论的开拓性研究工作。首先我们把对地震的地面运动模拟为具有模糊参数的随机过程。也就是说在这种随机过程的频谱密度中包含有模糊参数，它们分别代表地震烈度和场地土分类这两种模糊因素。这样，在1985年就建立了抗震结构的模糊随机震动理论。

具有模糊参数的随机过程是一种简单的模糊随机过程。失去模糊性时它蜕化为随机过程，但失去随机性时，模糊性将无所依托。这时的模糊性将如何表现？这个问题困扰了我两年，最后我发现要解决这个理论问题，还必须把集合的概念进一步加以拓展。

不论经典集合还是模糊集合都是静态的，只要涉及到模糊过程就需要把集合的概念推向动态。所以1987年我们提出

了“动态模糊集合”的概念。这就为“模糊随机过程论”，“模糊随机振动理论”和“模糊随机动力系统理论”等的研究开拓了道路。

关于上述各个领域的工作，从1992年迄今正在陆续发表我的总结性的专著，这期间已出版的有：

《工程软设计理论》，科学出版社，1992年。

《模糊随机动力系统理论》，科学出版社，1993年。

《工程结构系统的软设计理论与应用》，国防工业出版社，1996年。

《模糊随机规划理论》，科学出版社，1996年。

《模糊随机过程论》，模糊数学丛书，贵州出版社，1997年。

今后还要出版几本书。

在以上这些研究中经常遇到各种各样的不同信息，包括随机信息、模糊信息和未确知信息。在实际应用中，我们都是采用“主观隶属度”和“主观概率”来描述事物的未确知性，当未确知信息与模糊信息或随机信息并存时，我们近似地将它们一并考虑。但是，未确知信息作为一种特定的不确定性信息应该有它自身的数学处理手段和理论体系。

自从1990年我的论文“未确知信息及其数学处理”发表以来，引起了数学界很大的兴趣。以河北建筑科技学院（原河北煤炭建筑工程学院）不确定性数学研究所为主，以吴和琴教授，刘开第教授和王清印教授为代表的十多位数学工作者大力开展了这方面的研究。随后又有全国多所大专院校和研究单位的同志参加了这方面的研究。例如西南交大的徐杨、兰州铁道学院的许时芬、南京燃气轮机研究所的傅国耀、邯郸教育学院的岳长安、河南水利局的胡斌武、香港瑞懋企业公司的林瑞谟、太原工业大学的崔玉川等。这些教授、研究员、工程师、企业家们的参与研究使“未确知数学”得以迅速的发展。

“未确知数学”的研究先后得到了“煤炭科学基金”、“国家自然科学基金”、“河北省自然科学基金”等的资助，这对其发展起到了推动作用。就我所知，目前国内外已有 27 家学术刊物和出版社刊载和出版了这方面的论文和专著，其理论已应用于 20 多种科技和生产领域。有关方法已被有关科技信息事务所向全国推广应用。这些标志着已经初步建立了“未确知数学”的理论体系。

在工程理论等研究领域中，所遇到的事物受很多偶然因素的影响，因果关系很复杂，所得信息不一定是纯随机信息、模糊信息或未确知信息，可能同时具有若干种不确定性。因此，在前述研究的基础上，又纵观模糊信息、随机信息、未确知信息和灰信息的数学表达和处理的方法之后，该书又提出了上述各种信息的综合处理问题，即若遇到的信息具有上述几种不确定性时应如何表达和处理。

另一方面，未确知信息和灰信息都属于“不完整信息”的范畴，考虑到可能还有一些不确定性信息未被人们注意和认识，因此，如何认识新的不确定性信息及如何表达和处理它们，又是很有新意的课题。

本书扼要地综述了这方面的研究思路 and 主要理论成果，且介绍了一批该理论的应用实例，既能启发人们对信息方面的理论研究，又能引导人们把该理论应用于各种实际。所以是一本既有理论价值又有应用价值的专著。我以十分欣喜的心情祝贺它的出版，并预祝作者们取得更大的成就，读者能有所受益。

王光远

1998 年 3 月

前 言

研究信息，特别是研究不确定性信息的表达和处理，是当今信息时代的一个重要问题。人们最早接触到的不确定性是随机性。对随机性的研究已形成概率论、数理统计、信息论等重要学科，其发展非常成熟，应用广泛。随着生产、科技的发展，由定义的不清等原因造成的模糊性受到人们的重视，人们逐渐认识到它是与随机性不同的又一种不确定性。模糊数学创始人 L. A. Zadeh 创立的模糊数学是处理模糊信息的数学工具，我国汪培庄等学者在这方面做出了杰出的贡献。邓聚龙教授 80 年代初提出了灰色系统理论。他讲的“灰”指的是部分已知、部分未知，实际上仍是一种不确定性。与随机性和模糊性相比，灰性的已知成分少，或说不确定性程度更高。1987 年我们提出的灰集合、灰数等概念增加了灰色数学方法的理论基础，有关论文为 CCA 等权威刊物收录。

以上三种不确定性是国内外学者认可的不确定性，相应处理的理论与方法在生产、科研等众多领域得到广泛应用，是当前人们处理不确定性信息的依据。

王光远院士在长期从事建筑工程理论研究中发现了不同于随机性、模糊性和灰性的又一种不确定性，他称之为“未知性”。这种不确定性主要不在于事物本身，而是由于决策者不能完全把握事物真实状态和数量关系，造成的纯主观的认识上的不确定性，在决策中就不能把其看成是确定的，而必须当作不确定性事物对待。王光远院士和他的博士生 1983

年开始研究未确知信息的数学表现和数学处理。在王光远院士的指导下,从1990年起,我院不确定性数学研究所专门研究未确知信息的数学表现和数学处理,至1998年,取得了突破性进展。先后发表论文百余篇、专著三部。完成了“未确知数学”的基本理论框架,为未确知信息的表达处理做了基础性工作。这些研究工作先后获得国家自然科学基金、煤炭科学基金、河北省自然科学基金的资助。

未确知数学的基础理论与方法,我们在已发表的《未确知数学》等专著中做了部分论述。但是,未确知数学的研究,从应用上讲主要是表达处理未确知信息。因此,应用理论、应用方法的研究及解决具体的实际问题十分重要。未确知有理数就是从应用角度引出的新概念,建立未确知有理数的运算、性质、应用方法,并且通过在生产、生活、科研等众多领域的十几个方面的应用实例,力求体现未确知信息的数学表现和数学处理。所以,应用研究及应用实例是本书的一个特点。

如果把仅含一种不确定性的信息称之为单式信息,那么,随机信息、模糊信息、灰信息和未确知信息都是单式信息。对单式信息数学表现和数学处理的研究,国内外学者已做了很多工作,有很多成形的优秀成果。但是,系统中呈现的信息通常不是单式信息,而是含有两种或两种以上不确定性的信息,对含多种不确定性的信息的处理则是当今国内外研究的新课题,除模糊性与随机性相结合的模糊随机性外,至今尚未发现其它方面成形的研究成果。除了随机、模糊、灰和未确知信息外,还存在哪些不确定性信息。现在人们还不得而知,或说信息混沌是要求人们着手研究的课题。从信息混沌中分离出一种简单的只具有人们目前知道的、只含随机性、未确知性、灰性和模糊性的一类信息。我们从研究信息分类中发现,上述四种不确定性虽然各不相同,但是,在数学表现

上具有某些一致性，正是这种一致性，启发我们去寻找包含多种不确定性的信息的统一的数学表达式，进而寻找含上述两种或两种以上不确定性的信息的综合处理的研究途径。这些最新的思路在我们这本小册子中也有所体现，起到一个抛砖引玉的作用，供同行专家去探索，这是本书的又一个特点。

在研究过程中，除了王光远院士的关心指导外，还有西南交通大学的徐杨教授、太原工业大学的崔玉川教授、兰州铁道学院的许时芬教授、邯郸教育学院的岳长安教授、河北经贸大学的王清印教授、香港瑞懋企业公司的林瑞谟先生、邯郸大学的刘绍英教授、邯郸化工局的赵学本高工、邯郸师范专科学校的杨志民、河北建筑科技学院数学所的刘彦杰、河南水利局的胡斌武高工、南京燃气轮机研究所的傅国耀研究员、河北机电学院的贺冠军教授、天津师范专科学校的李国才教授，还有本院的王义闹、贾瑞娟，史长林、赵建明、刘志诚、赵琦、周旺民、姚立根、葛琦等。此外，我院先后举办的五期未确知数学研讨班的近百名学员，特别是傅恩祥、曹伟、张海霞、胡伟兵等同学在对未确知数学的应用研究方面做了一定的工作，有些论文充实了本书的内容。

对以上直接、间接参与我们研究和给予我们支持的各位同行一并表示谢意。

因时间仓促，水平有限，书中难免有不当之处，敬请读者指正。

作 者

1998 年 7 月

目 录

第一章 概论	(1)
§ 1.1 客体与公理法	(1)
§ 1.2 消息与信息混沌	(5)
第二章 区间型灰数学基础	(14)
§ 2.1 灰数概念及其分类	(14)
§ 2.2 区间型灰数及其代数运算	(17)
§ 2.3 区间型灰距离空间	(24)
§ 2.4 灰函数	(26)
§ 2.5 灰极限	(28)
§ 2.6 区间型灰数的顺序	(34)
§ 2.7 区间型灰线性方程组求解	(37)
第三章 未确知有理数	(43)
§ 3.1 引言	(43)
§ 3.2 未确知有理数的概念	(45)
§ 3.3 未确知有理数的加减运算	(52)
§ 3.4 未确知有理数的乘除运算	(61)
§ 3.5 未确知有理数的大小关系	(72)
§ 3.6 未确知有理数的数学期望与方差	(77)
§ 3.7 高阶未确知有理数降阶方法与计算机程序	(87)
第四章 未确知有理数的应用	(95)
§ 4.1 概述	(95)
§ 4.2 数字滤波	(96)
§ 4.3 企业投产可行性分析	(98)
§ 4.4 股票短期操作	(103)
§ 4.5 建筑工程材料费计算模型	(108)
§ 4.6 市场预算应用举例	(114)
§ 4.7 整体优化	(119)

§ 4.8	预测水电站丰水年发电量	(121)
§ 4.9	普通正常齿轮模数测定	(124)
§ 4.10	水质分析	(126)
§ 4.11	砌体结构构件承载力设计值的确定	(129)
§ 4.12	用单摆法测某地区的重力加速度	(131)
§ 4.13	未确知有理数在钢筋砼构件设计中的应用	(134)
§ 4.14	钢筋抗拉强度的标准值	(139)
§ 4.15	工程设计方案的选择和产量预测	(142)
§ 4.16	未确知有理数在煤矿立井施工中的应用	(146)
§ 4.17	煤矿构造复杂地区巷道掘进工期	(151)
§ 4.18	煤矿采压支护强度计算	(155)
第五章	盲数	(160)
§ 5.1	引言	(160)
§ 5.2	盲数的定义	(163)
§ 5.3	盲数的运算	(166)
§ 5.4	盲数均值	(171)
§ 5.5	未确知有理数的 UM 模型	(174)
§ 5.6	盲数的可信度及 BM 模型	(176)
§ 5.7	盲数算法举例	(182)
结束语		(191)
参考文献		(192)

第一章 概 论

当今时代为信息时代,信息处理是生产、科研等众多领域中定量分析的重要一步。信息论研究的是一种特殊信息即随机信息,并取得了许多成果。随着科学、技术的发展,信息的含义不断深化,人们对信息的认识早已超越了随机信息的范畴,比如模糊信息、未确知信息、灰信息、盲信息等等。这些不同于随机信息的信息需要人们去认识、研究和处理。但是,究竟什么是信息?信息论只研究随机信息的量化,书中称信息量为信息,并用熵表示。至于什么是信息,没有明确说明,似乎信息和集合一样是一个最原始、最基本不需再用别的名词去定义的概念。其实不然,称作信息时代的今日,面对极需表达和处理的种种不同的不确定性信息,弄清楚信息的概念、内涵、类别是深入研究信息处理的必需。实际上,信息是一种特殊的消息,那么什么是消息呢?为了阐明这些概念,我们先从客体与公理法谈起。

§ 1.1 客体与公理法

什么叫做物体呢?面前的桌子是物体,书是物体,……存在的一切的一切都是物体,物物皆体。但是,究竟什么叫做物体呢?就是要给物体下个合理定义(即形成概念),这就要从我们认为是对物体的对象中找出它们的共性,其共性之集合即物体之定义,今后我们把物体称为客体。为了寻找共性,下面我们考察几种极特殊的物体。

一、旋风体

晴朗的日子里，骤然卷起一个旋风，它每到一处，树叶和灰尘都随之转动起来，树叶和尘埃由旋风的根底进入，散飞在高空，旋风这时成了顶天立地的由尘埃和树叶以旋动之势所形成的粗柱。

这个旋风就像前面提到的书、桌子一样也是一个物体。它是什么物体呢？姑且叫它旋风体。由于旋风体中转动的灰尘和树叶为人们的视觉所感受，人们看见了旋风。设想面前是一片极干净的水泥地，没有树叶，没有灰尘，这时产生的旋风不会由我们的视觉所发现。然而，如我们进入旋风体中，仍会感到旋动的作用，说明这里有旋风体。

旋风体出现之后，空气的大洋中出现一个作旋转运动的空气柱，柱的中央空气稀薄，对地面压力较小，由于大气压力的关系，气柱外的空气从柱底之地面进入气柱之中，树叶和尘埃方被带入。空气从下面进入之后一方面参与旋转，一方面上升，直到最后从空气柱的上方脱离旋风体进入空气的大洋中，转动的树叶和灰尘也随之散飞于高空。较重的东西一方面由于重力的原因不能一下子从柱子上面脱离旋风体，另一方面又因为作旋动的空气柱产生的指向空气柱中心的内引力，使这些东西不能一下子脱离旋风体，它们就成为旋风体中比较稳定的成份。我们指出以下几点：

1. 在每一时刻，旋风体都被正在参与旋动的空气分子全体体现着。或说旋风体的本质属性在任何时刻都是由正在参与旋动的那一部分空气分子全体体现着。设想进入旋风体的全部空气在某一时刻停止了转动，那么在那一时刻旋风体的属性将全部消逝，这个旋风体就不存在了。

2. 不同时刻进入旋风体中的空气分子不同，或说不同时

刻的旋风体的本质属性被不同的东西(空气分子)表现着,所以,旋风体是大量空气分子以川流不息的特殊运动方式所表现出来的属性集合。

3. 旋风体没有几何曲面来把它与其它东西隔离开,人们说它是一个体,若意味着它有和其它物体严格区分开来的界面,这实际上是人们对客观事物的一次近似,而且是人类对客观世界的最重要最基本的一次近似。这意味着人们能判定它在某一方不在另一方,即具有空间的属性。

4. 旋风体不能脱离空气的海洋而单独存在。

5. 旋风体从它形成到消失这段时间我们说它存在着。其实是说它的本质属性在这一段时间中空气分子一直连续不断地表现着旋风体的本质属性。这段时间之后旋风体消失了,原先表现旋风体的本质属性的那部分空气分子虽还存在,但不再集中起来表现其本质属性了。所以,旋风体是大量空气分子以川流不息的特殊运动方式所表现出的几种属性所构成的集合。每个单独的空气分子不能表现旋风体的本质属性,而且它们统一起来由于处的相对位置和运动状态不同也不一定能表现旋风体的属性。正如一座房子是所有盖此房屋时用的建筑材料处在建筑好之后的相对位置和状态时它们表现出的属性集合:能住人,能放东西,遮风避雨等属性。当把这座房屋推倒时,原来的建筑材料还在,但它们的相对位置和状态不同了,不再表现出房子的属性。所以房屋不存在了。

又如数学中的单位线段的点集的势是 C , 单位正方形中点集的势也是 C 。但是,当单位线段中的点处在单位正方形的状态时图形的面积测度是 1,而处于单位线段相对状态下图形的面积测度是 0。

二、原子体、人类体、人体

把原子称作原子体，它也是大量旋液以川流不息的特殊运动方式表现出来的属性集合。旋液是指电子、电场、磁场，川流不息的运动指电子旋转及电场、磁场的变化。

人类体也是大量物质以川流不息的特殊运动方式表现出来的属性集合。物质是指构成人类的成员，每一个个别的人。川流不息的运动乃指“人的生、长、老、死、再生、再长、再老、再死”。人类体在每一时刻都是被活着的人所体现着，而且不同时刻被不同的活人体现着。

人体(即个别的人)也是大量物质以川流不息的特殊运动方式表现出的属性集合。大量物质是指构成人体的细胞全体。而川流不息的运动则是细胞的生生死死，即生物学中所说的新陈代谢。

三、客体

从上面的讨论可以看出，物体(或者说客体)的共性是：大量物质以川流不息的特殊运动方式表现出的属性集合。属性的差异体现出物体的千差万别。凡是感知物皆有此性质，所以，客体是大量物质以川流不息的特殊运动方式所表现出的属性集合。

四、公理法

客体是大量物质以川流不息的特殊运动方式所表现出的属性集合，故研究任何客体都要研究其性质的集合。数学中的公理法正是这样，研究任何数学体系时，先给出这个系统的公理(即性质，这是系统最基本的性质，是系统本质属性的一个体现，把它作为逻辑推理的基础)，然后利用逻辑推理(体现性

质间的内在联系)研究该体系其它性质(即定律、定理)。可见公理法直接来源于客体的本质,是抽象于人类对物体的认识,所以公理法有极强的基础,在数学中长期被使用,行之有效。华罗庚先生曾说:西方之所以比我们科技先进的原因有二,其一是有很大的试验设备,其二是公理法。可见“公理法”在科技发展中的作用是相当大的。

§ 1.2 消息与信息混沌

一、消息的概念

人们言及的消息是物质的,或说消息作为客观存在,是客体的一种,是大量物质以川流不息的特殊运动方式表现出的属性集合。这里的物质指的是人们认为是消息的所有东西,包括直接、间接感知到的一切;川流不息的特殊运动是指人们感知以前和以后的全过程。所以消息是一种特殊客体。那么,作为特殊客体的消息具有怎样的特性呢?

“此山有虎”是个消息,这个消息使我们由不知此山是否有虎到得知有虎,即使人“由不知得知”。“数 x 是有理数”是一个消息,这个消息使我们从只知道 x 是数到知道它是有理数,即使人“由不深知到较深知”。所以,消息是使人“由不知得知”或“由不深知到较深知”的一种特殊客体。因此,可以把消息定义为:使人减少不知程度的客体。

二、消息间的关系

实际中,常要同时考虑几个消息及它们之间的关系。例如,“ x 是整数”,“ x 是正整数”,显然它们之间有联系。下面引入消息之间的几种主要关系。

如果由消息 A 必然得知消息 B , 那么称消息 A 是消息 B 的子消息, 记作 $A \subset B$ (或 $B \supset A$)。

例如, 由“ $x=3$ ”必然得知“ x 是整数”, 所以“ $x=3$ ”是“ x 是整数”的子消息。

如果 $A \subset B$ 且 $B \subset C$, 则 $A \subset C$ 。

如果 $A \subset B$ 且 $B \subset A$, 称消息 A 与 B 相等, 记作 $A=B$ 。

三、消息间的运算

类似于集合的运算, 可建立消息的如下运算:

1. 和消息

消息 A 与消息 B 的和是指这样的消息, 它使人的得知等于 A 或 B 使人的得知, 记作 $A \cup B$ 或 $A+B$ 。例如, “此山有虎”与“此山有兔”的和为“此山有虎或有兔”。

2. 积消息

消息 A 与消息 B 的积消息是指这样的消息, 它使人的得知是消息 A 与消息 B 使人的公共得知, 记作 $A \cap B$ 或 AB 。例如, 消息 A 为“ x 是有理数”, B 为“ x 是正数”, 则它们的积 AB 为“ x 是正有理数”。

3. 否消息 消息 A 的否消息是指这样的消息, 它使人得知“ A 使人的得知不对”, 记作 $\bar{A}$ 。例如, “此山有虎”的否为“此山无虎”。

$A \cup \bar{A}$ 称为无用消息; $A \cap \bar{A}$ 称为矛盾消息。

4. 差消息

消息 A 与消息 B 的差定义为 $A \bar{B}$, 记作 $A-B$ 。它使人的得知为消息 A 使人的得知, 且消息 B 使人的得知不对。

四、欲知元与消息的分类

想知道某一桌子的长度, 设桌子的长度为 x , 称 x 是一个