辐射换热角系数手册

杨贤荣　马庆芳　原庚新　方荣生　杨耀华　编

国防工业出版社

辐射换热

角系数手册

杨贤荣　马庆芳　原庚新
方荣生　　　杨耀华　编

国防工业出版社

内容简介

本手册根据国内外文献，汇集整理出二百余种几何情况下的辐射换热角系数计算公式、数据和图表。手册中还简要地介绍了热辐射的基础知识、角系数的基本概念、求解方法和实例，读者可以利用这些方法自行推导和计算特殊几何情况下的角系数。手册中还给出了计算人造地球卫星接受空间外热流所需要的角系数以及有关参数的计算。

本手册是动力、能源、化工、冶金、建筑、航空、航天等专业的工程技术人员在热工计算中有用的工具书，工程技术中常用的辐射换热角系数资料大多能在本手册中查到。本手册也可供以上各专业的大学师生以及从事传热学研究的科研人员参考。由于光辐射和热辐射的几何性质完全相同、手册中的角系数资料也适用于有关的光学计算。

辐射换热
角系数手册
杨贤荣 马庆芳 原庚新 方荣生 杨耀华 编
*
国防工业出版社 出版
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装
*
$787\times1092^{1}/_{16}$ 印张$28^{5}/_{8}$ 插页2 659千字
1982年3月第一版 1982年3月第一次印刷 印数：0,001－2,000册
统一书号：15034·2251 定价：3.70元

编者的话

本手册根据50余种国内外文献以及我们十几年来工作中积累的资料，经整理、编辑给出了200多种不同几何情况的辐射换热角系数公式、图表。手册中还介绍了有关角系数的基本知识、求解方法以及人造地球卫星的辐射换热角系数计算。本手册可供工程技术人员在热设计中使用，对于有关专业的研究人员及大学师生亦有所俾益。还必须指出，本手册虽然定名为“辐射换热角系数手册”，但由于光辐射和热辐射的几何性质完全相同，所以手册中的数据对于光度学中的照度计算也适用。

本手册在编写过程中得到了清华大学王补宣教授、中国科学院工程热物理研究所葛绍岩教授和西安交通大学杨世铭教授的支持和帮助。中国空间技术研究院研究员闵桂荣同志、高级工程师张正纲同志校阅了部分章节。陈佛新同志帮助描绘了大部分插图。对这些同志的热情支持和帮助，编者表示衷心感谢！

限于我们的水平，手册中缺点和错误在所难免，诚恳希望读者提出批评和建议。

编者

一九七九年十二月

于中国空间技术研究院

引　言

传热问题几乎遍及各个工程技术领域，在热工、动力、化工、冶金、建筑、航空、航天等工程中尤为重要。热传递的基本方式包括传导、对流和辐射。一切物质，无论是固体、液体还是气体，都能以辐射的方式发射能量和吸收能量，这种能量传递方式就是辐射换热，它存在于所有的传热过程中。两个物体之间的辐射换热量与它们各自温度（°K）四次方之差成正比，因此，随着温度升高，辐射换热量急剧增加，当温度较高时，甚至超过对流换热和热传导，成为换热的主要方式。

随着科学技术的发展，高温工程越来越多，如核反应堆、喷气发动机、空间飞行器再入大气层、高参数锅炉等工程技术领域里都会遇到大量的高温辐射问题。为降低能源的消耗和节省原材料、改进热设计，就必须精确地计算辐射换热。在低温工程的隔热技术中，辐射换热也起决定作用。对于太阳能利用，热辐射也是重要的问题之一。特别需要指出的是，空间飞行器舱内的仪器设备虽然处于常温，但热辐射却是主要的换热方式。这是因为在失重状态下，即使舱内存在空气，自然对流也不再存在●，飞行器舱内的热平衡主要取决于辐射换热。至于飞行器的蒙皮外表面，它与外界空间只以辐射方式进行换热。可见，热辐射是空间飞行器热设计计算中必须重点考虑的问题。

进行辐射换热计算时，除了需要知道换热面温度外，还必须知道物体表面的热辐射性质以及换热面之间的相互位置关系，这种位置关系用角系数（或称形状系数、可见系数等）来描述。有关角系数的资料散见于各种文献，一般传热学书籍的附录中虽然也有一些此类数据，但内容很少，不敷应用。因而在热设计中，工程技术人员常常需要自行计算。但是角系数的计算却是相当烦腻费时的工作，我们从事空间飞行器热设计工作十余年来，对此深有体会，感到有必要编写一本比较系统和完整的角系数工具书，供有关工程技术人员查阅。

本手册共分四章。第一章简要地介绍了有关热辐射的基础知识，论述了角系数的基本概念和主要特性。第二章介绍了求解角系数的各种方法，对每种方法都举例加以说明。第三章给出了各种情况的角系数公式、图表，是本手册的重点。为便于查阅，前面给出了角系数一览表。角系数分三类编排。第一类是微元面间的角系数，给出了它们的微分表达式，并尽量给出推导过程。第二类是微元面对有限面的角系数，第三类是有限面间的角系数。在第二类和第三类中，给出了角系数的计算公式、数据、图表。第四章分析了人造地球卫星受到太阳辐射、地球红外辐射和地球反射太阳辐射的角系数关系式，并给出了计算结果。本手册末列出了五十多种参考文献，可供读者查阅。

● 如果卫星是自旋的，由于存在离心力场，仍要考虑自然对流。

目　录

第一章　热辐射基础知识和辐射换热角系数基本概念与特性

一、热辐射基础知识

组成物质的基本质点，只有当其能量发生跳变时，才能以电磁波的方式向外辐射能量。与辐射电磁波有关的能量变化有三类，即原子核外电子的能量，各原子的振动能和分子的转动能量，这三部分能量即构成分子的内能；只有这些内能发生量子化的跃迁才能向外辐射红外线。由于能量跃迁差的不同分别辐射出近红外线、中红外线和远红外线。而且随产生跃迁差系统复杂程度的不同而有不同的辐射线。由电子能级跃迁产生的红外线是具有固定频率或波长的单色辐射，其辐射光谱是若干不相联的单线；而由分子振动——转动能级跃迁所辐射的红外线，不是单根的谱线，而是由多根相隔很近的谱线所组成的带。

大部分固态物质，都不是呈单分子态，而是多种分子的集合，或者说是以独特的“晶格”形式构成。这些晶格间由化学键力所联系，可以认为，固体中原子间的结合力，本质上是各种分子结构中起决定性作用的那些力的引伸。固体中邻近原子间的束缚能量与分子具有相同的数量级，和分子内一样，固体中的原子也可以在平衡位置附近振动，其振动频率由劲度和折合离子质量所决定。由于固体离子提供多重对称的场，还由于电子可以属于局部状态也可以属于自由状态，使固体光谱的多样性和复杂性就远比单个分子要显著。固体从外界吸收能量时很难控制那种能量的跃迁，多种形式的跃迁，反映了固体的辐射光谱为连续谱。

电磁波的波长范围很宽，按波长可分为无线电波、红外线、可见光、紫外线、X射线和γ射线等，如图 1-1 所示。

辐射换热是指不同物体间通过载能电磁波的传热过程。这种换热方式不需要物体的接触也不需要任何媒质，即使在高真空、相距很远的物体之间也能进行。例如太阳和地球相距一亿五千万公里，然而，太阳发出的光和热只要经过大约八分钟便可传到地球表面。

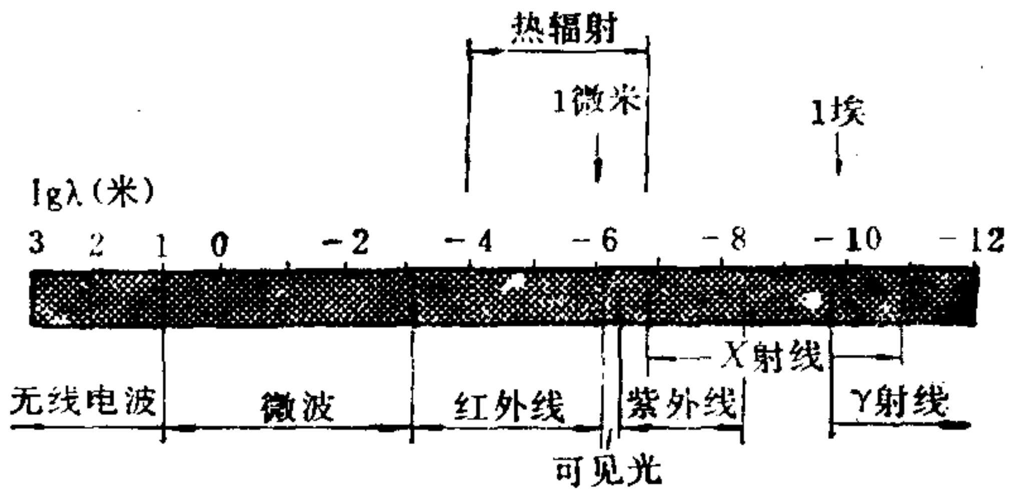

图1-1　电磁波谱图

电磁波的传播过程叫作“辐射”，电磁波所载运的能量称为“辐射能”。电磁波在空间传播过程中一旦碰到另一物体，将可能引起该物体基本质点的谐振运动，使电磁波所载运的辐射能部分地被吸收，转变为该物体内部基本粒子微观运动的动能——即热能。

辐射是一切物体的固有属性，一般认为，温度高于绝对零度的物体都能向外辐射电磁波。物体温度愈高，辐射出去的能量也愈多。吸收辐射也是一切物体所固有的属性，物体之间每一方的辐射能匀能被另一方吸收，辐射能量交换的最终结果，总是温度高的物体把

热量传递给温度低的物体。即使两个温度相同的物体，每个物体都在不断的吸收和辐射能量，只不过是收支平衡罢了。

不同波长的电磁波所载运辐射能的差别很大，绝大部分的辐射能载运在波长 $\lambda = 0.1 \sim 1000$ 微米之间，该范围的电磁波被物体吸收时可显著地转变为热能，因此，也称该范围内的电磁波为“热射线”。红外线是热射线中的一种，通过热射线的传热过程就叫作“热辐射”。

热射线也遵循可见光的一切规律。它也是沿着直线传播，也遵守反射率和折射率，热射线的强度和它与热源距离的平方成反比……。

投射在物体上的辐射能，通常总是有一部分被该物体吸收，一部分被该物体反射回空间，还有一部分穿透物体再射向空间。被吸收的辐射能对入射辐射能之比，称为吸收率，用 α 表示。反射辐射能对入射辐射能之比，称为反射率，用 ρ 表示。透射辐射能对入射辐射能之比，称为透射率，用 τ 表示。根据能量守恒定律，得到

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \tag{1-1}$$

对于绝大多数的工程材料，如金属，砖，木材等，即使厚度很小，也能阻止热射线穿透。因此，

$$\tau = 0$$

则

$$\alpha + \rho = 1$$

反射率和透射率皆为零而吸收率为 1 的物体称为绝对黑体，简称为黑体。这是一个理想化的概念，自然界并不存在绝对黑体，但在很多情况下可以近似地作为黑体处理。黑体的概念在辐射换热理论中是十分重要的。我们以下标 b 表示黑体。

应当注意，α、ρ、τ 的数值不仅取决于物质的本性，而且也和物质的温度及辐射光谱有关。例如，普通窗玻璃可以透过可见光，但对紫外线和红外线却是不透明的。对于太阳辐射，白漆的吸收率约为 0.2，比黑漆小得多；而对于普通热射线，两者的吸收率却相差很小。

反射角等于投射角的有规则反射称为镜反射。入射线反射时散到所有方向的无规则反射称为漫反射。一般工程材料表面都是漫反射表面，本章也只考虑漫反射问题。

普朗克定律　为了计算辐射能沿波长的分布，我们引入光谱辐射强度 i_λ

$$i_\lambda = \frac{dE_b}{d\lambda} \tag{1-2}$$

式中 E_b 称为辐射强度（或称辐射力），它表示物体单位面积在单位时间内辐射出的全部能量，其单位为千卡/米^2·小时；λ 为波长，单位是米。由式（1-2）可以得到整个波长范围的辐射能，即辐射强度 E_b

$$E_b = \int_{\lambda=0}^{\infty} i_{b,\lambda} d\lambda \tag{1-3}$$

普朗克从理论上证明了绝对黑体光谱辐射强度 $i_{b,\lambda}$ 与波长和温度的关系

$$i_{b,\lambda} = c_1 \frac{\pi\lambda^{-5}}{e^{c_2/\lambda T} - 1} \tag{1-4}$$

式中　λ ——波长，米；

T ——绝对温度，°K；

e ——自然对数的底数；

c_1——普朗克定律第一常数，等于 3.17×10^{-16}千卡·米^2/小时；

c_2——普朗克定律第二常数，等于 1.44×10^{-2}米·°K。

图 1-2 表示了普朗克定律。从图中可以看出，当 $\lambda=0$ 时，辐射能量等于零，随 λ 的增加，在某一波长 λ_m 达到最大值，然后又随 λ 增加而减小。还可以看出，对工程技术上常遇到的温度范围内，辐射能几乎都集中在 $\lambda=0.8\sim10$ 微米的红外线范围内，而可见射线($\lambda=0.35\sim0.75$ 微米)的辐射能即可见光小得可以忽略不计。在太阳温度下（约 5500°K），单色辐射的最大值位于可见光范围内。

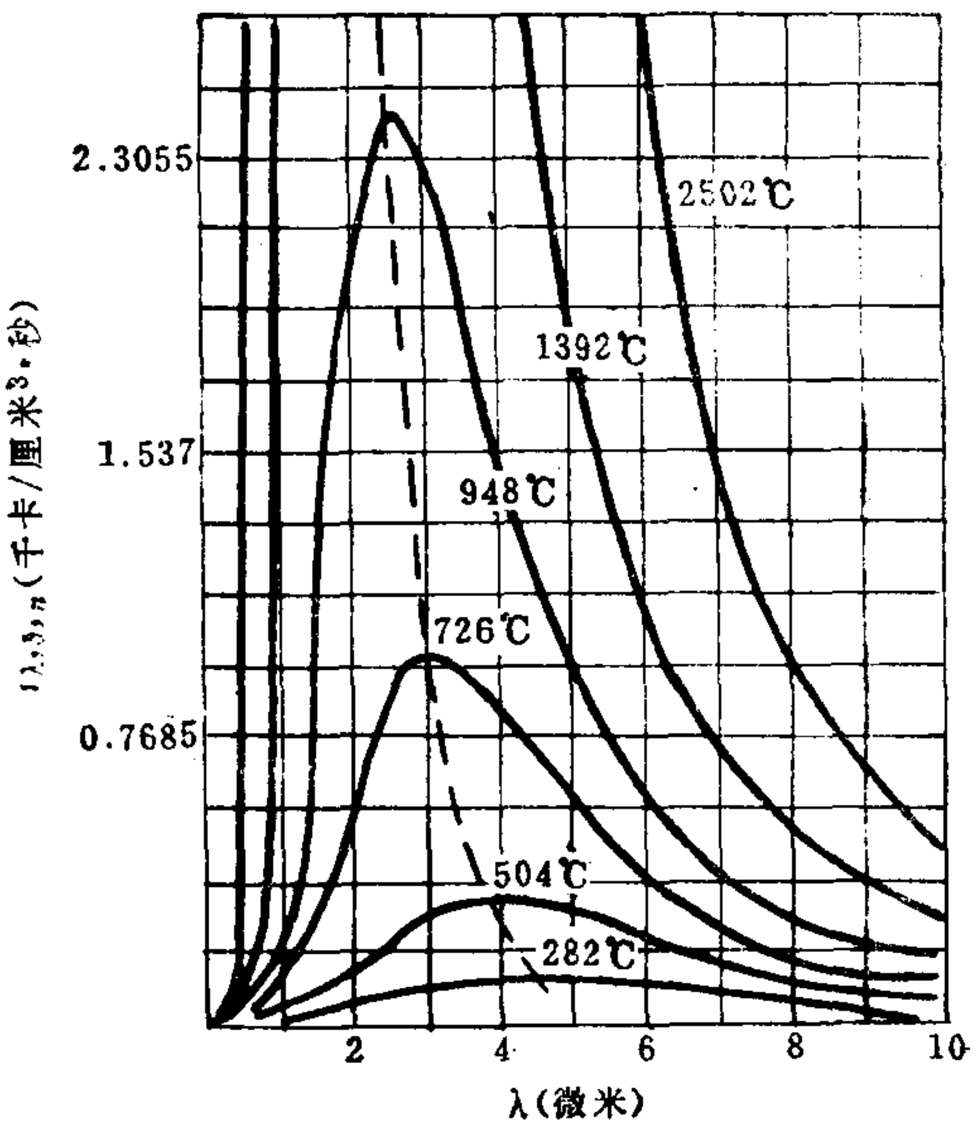

图1-2 在不同温度下，作为波长的函数的黑体辐射

维恩位移定律 前面提到，一定温度的黑体，在某一波长 λ_m光谱辐射强度最大。维恩定律确定了波长 λ_m 与对应温度 T 的关系：

$$\lambda_m T=\text{常数}=2.9\ \text{毫米}\cdot{}^\circ\text{K} \qquad (1\text{-}5)$$

此式可由普朗克定律导出，只要解方程 $\frac{di_{b,\lambda}}{d\lambda}=0$，便不难推出上面的关系式。

由式（1-5）可以看出，当温度提高时，最大辐射强度向较短的波长方向移动。下面的事实可以定性地证明这一点，灼热的金属在温度升高时，开始呈现红色，然后为橙色、黄色。我们知道，这些颜色是在可见光谱上波长较短的区域内。

斯忒藩-玻耳兹曼定律 工程计算中最感兴趣的是整个波长范围内的辐射强度，这就是斯忒藩-玻耳兹曼定律所解决的问题，此定律可用下式表达

$$E_b=\sigma T^4 \qquad (1\text{-}6)$$

式中 σ 为玻耳兹曼常数，其值为 4.877×10^{-8}千卡/米^2·小时。此式可由普朗克定律及式（1-3）推导出：

$$E_b=\int_0^\infty i_{b,\lambda}d\lambda=\int_0^\infty c_1\frac{\pi\lambda^{-5}}{e^{c_2/\lambda T}-1}d\lambda$$

引入 $x=\frac{1}{\lambda}$ 后可以得出

$$E_b=2c_1\int_0^\infty \pi x^3[e^{(c_2/T)x}-1]^{-1}dx$$

$$=2c_1\int_0^\infty \pi x^3[e^{-(c_2/T)x}+e^{-(c_2/T)2x}+e^{-(c_2/T)3x}+\cdots\cdots]dx$$

积分后可得到

$$E_b=\frac{12c_1}{c_2^4}\frac{\pi^5}{90}T^4=\sigma T^4$$

式（1-6）首先由斯忒藩用实验方法建立，并由玻耳兹曼从理论上加以证明。

实际物体的辐射光谱与黑体的辐射光谱不同，然而其辐射强度绝不会超过绝对黑体在同一波长的辐射强度。有的物体具有间断的辐射光谱，在某些波段内辐射强度等于零。

灰体是非黑体的特殊情况，灰体的光谱辐射强度与黑体相应波长的光谱辐射强度具有相同的比值 ε

$$\varepsilon = \frac{i_\lambda}{i_{b,\lambda}} \tag{1-7}$$

ε 称为辐射率（或称为黑度），是小于 1 的无量纲数。除金属外，工程材料一般都可足够近似地看作灰体，灰体的辐射强度为

$$E = \varepsilon\sigma T^4 \tag{1-8}$$

文献〔2〕详细列出了各种物质的辐射率数值。

基尔霍夫定律　基尔霍夫定律确定了热平衡状态下物体吸收率和辐射强度之间的关系。

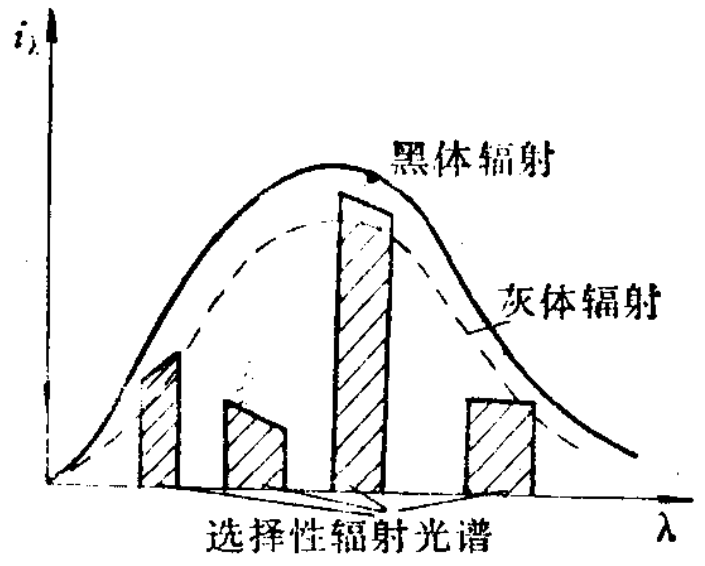

图1-3　辐射光谱

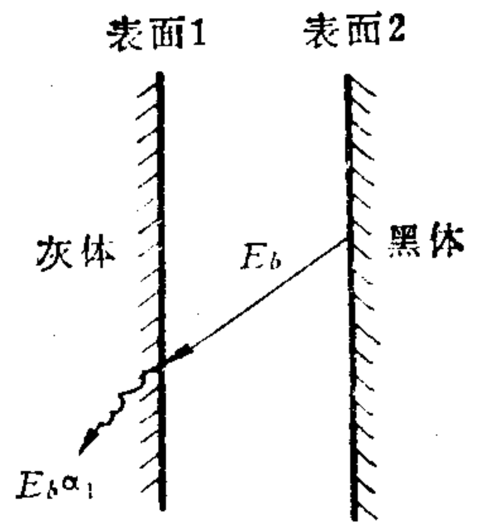

图1-4　基尔霍夫定律的推导

考虑图 1-4 中的两个平行表面，表面 1 是灰体，表面 2 是黑体。两表面的间距比它们的尺寸小得多，以致可以认为每一表面辐射出的能量全部都落到对面的表面上。假设两表面温度相同，并处于热平衡状态，则每一表面辐射出的能量必定等于所吸收的能量，灰体吸收的能量为 $E_1 = E_b\alpha_1$，或 $E_1/\alpha_1 = E_b$。表面 I 是任选的，因此可把这种关系推广到任何物体：

$$\frac{E_1}{\alpha_1} = \frac{E_2}{\alpha_2} = \cdots\cdots = \frac{E}{\alpha} = E_b = f(T)$$

由上式可知，在热平衡状态下，所有物体的辐射强度与其吸收率之比均相同，并等于同温度下黑体的辐射强度，此比值仅与温度有关。这就是基尔霍夫定律。

基尔霍夫定律也适用于单色辐射，此时：

$$\frac{i_\lambda}{\alpha_\lambda} = i_{b,\lambda} = f(\lambda, T) \tag{1-9}$$

考虑到表征灰体特性的公式（1-7），可以得出：

$$\frac{i_\lambda}{i_{b,\lambda}} = \alpha_\lambda = \varepsilon \tag{1-10}$$

此式说明，对于灰体，不论投入辐射的光谱分布如何，吸收率都等于其辐射率。这就使得计算大为简化。

朗伯定律 朗伯定律确定了辐射强度沿各个方向的变化。为此，我们引入了定向辐射强度的概念，定向辐射强度 i_β 是单位时间内沿 β 方向的单位立体角所辐射出的能量，

$$i_\beta=\frac{dQ}{dAd\omega} \tag{1-11}$$

式中 dQ 为微元面 dA 沿 β 方向在微元立体角 $d\omega$ 所辐射出的能量（参见图 1-5）。

在一等温包壳内形成的黑体辐射是各向同性的，也就是与方向无关，根据这一事实就很容易证明，黑体的辐射强度服从朗伯余弦定律

$$i_{b,\beta}=i_{b,n}\cos\beta \tag{1-12}$$

式中 $i_{b,n}$ 是面元法线方向的定向辐射强度。

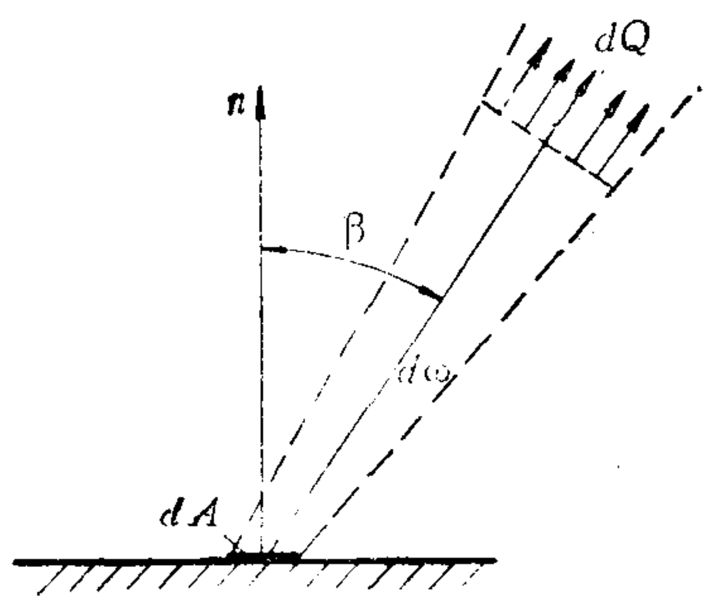

图1-5 定向辐射强度示意图

二、辐射换热角系数的基本概念

下面，我们用两个黑体微元面间的辐射换热来研究角系数的基本关系式。

在图 1-6 中，dA_1 和 dA_2 代表两个黑体微元面，L 为两者之间的距离，两微元面的法线与连线 L 的夹角分别为 β_1 和 β_2。dA_1 和 dA_2 的温度分别为 T_1 和 T_2。

以 dA 为中心，作一半径为 1 个长度单位的半球（见图 1-7），由于 $r=1$，半球面上

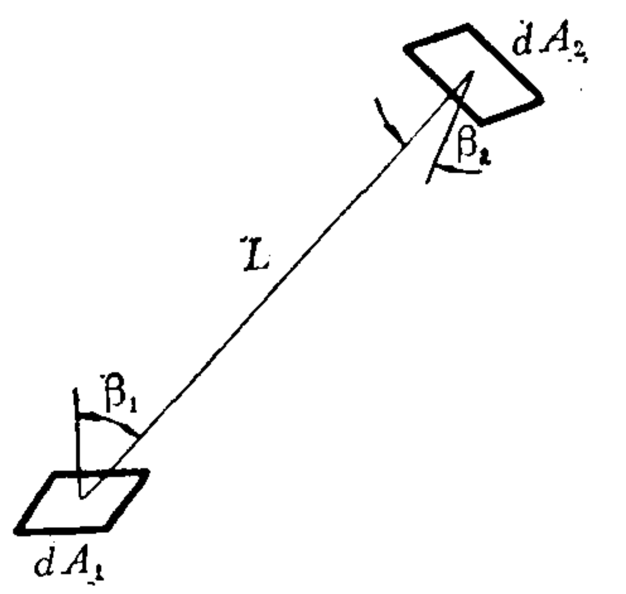

图1-6 两个黑体微元面间的辐射换热

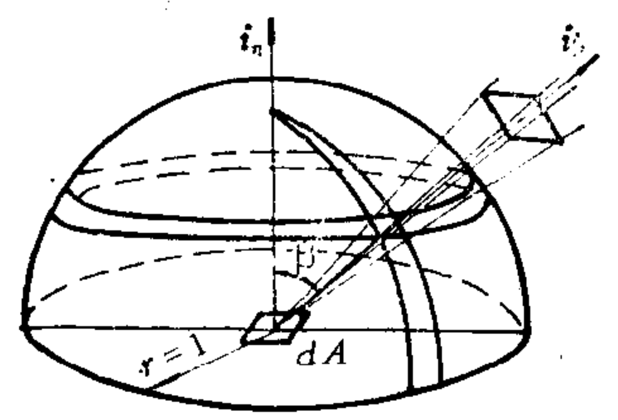

图1-7 沿各方向的辐射

的面元具有与立体角 $d\omega$ 数值相同的面积，根据朗伯定律，dA 的辐射强度可以写成

$$E_b=\int i_{b,\beta}d\omega=2\pi i_{b,n}\int_0^{2\pi}\cos\beta\sin\beta d\beta=\pi i_{b,n} \tag{1-13}$$

从 dA_1 观看 dA_2 的立体角里，每单位时间内，从表面 dA_1 辐射出的热量为（参见图 1-6）

$$d^2Q_{b,1}=i_{b,n,1}\cos\beta_1 d\omega_1 dA_1 \tag{1-14}$$

式中 $d\omega_1$ 是从 dA_1 观看 dA_2 的立体角

$$d\omega_1=\frac{dA_2\cos\beta_2}{L^2} \tag{1-15}$$

将式（1-15）代入式（1-14）后得到

$$d^2Q_{b,1}=i_{b,n,1}\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{L^2}dA_1dA_2 \tag{1-16}$$

这些热量被微元面 dA_2 所吸收。同理，从 dA_2 辐射到 dA_1 的热量为

$$d^2Q_{b,2}=i_{b,n,2}\cos\beta_2 d\omega_2 dA_2=i_{b,n,2}\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{L^2}dA_1dA_2 \tag{1-17}$$

两个微元面间的净辐射换热量是

$$d^2Q_b=d^2Q_{b,1}-d^2Q_{b,2}=(i_{b,n,1}-i_{b,n,2})\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{L^2}dA_1dA_2 \tag{1-18}$$

利用式（1-13）及式（1-6）可以推导出黑体沿法线方向的定向辐射强度

$$i_{b,n}=\frac{E_b}{\pi}=\frac{\sigma T^4}{\pi} \tag{1-19}$$

因此，式（1-18）可改写为：

$$d^2Q_b=\frac{\sigma}{\pi}(T_1^4-T_2^4)\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{L^2}dA_1dA_2 \tag{1-20}$$

利用此式可以计算两个任意位置黑体微元面间的辐射换热。

为了简化计算，引入角系数的概念：从表面1辐射出来到达表面2的能量与表面1辐射出来的全部能量之比值称为表面1对表面2的角系数，并以符号 F_{12} 表示。按此定义，微元面 dA_1 对微元面 dA_2 的角系数为

$$dF_{d1-d2}=\frac{d^2Q_{b,1}}{\sigma T_1^4dA_1}=\frac{i_{b,n,1}\cos\beta_1\cos\beta_2dA_1dA_2}{\sigma T_1^4dA_1L^2}$$

由（1-19）可将上式简化为

$$dF_{d1-d2}=\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{\pi L^2}dA_2 \tag{1-21}$$

方程（1-21）就是任意两个微元面间角系数的定义式。

三、辐射换热角系数的基本特性

（一）等值性

一些物体不论与 dA_1 的距离远或近，还是形状、方位不同，只要从 dA_1 看这些物体的轮廓构成同一个立体角，那么 dA_1 对这些物体的角系数是相等的。这种性质称为角系数的等值性。如图 1-8 所示，以 dA_1 为中心，面积 A_2 所对的立体角为

$$\omega=\frac{A_2\cos\beta_2}{L_2^2}$$

面积 A_3 所对的立体角为

$$\omega=\frac{A_3\cos\beta_3}{L_3^2}$$

显然两立体角相等

$$\frac{A_2\cos\beta_2}{L_2^2}=\frac{A_3\cos\beta_3}{L_3^2}$$

dA_1 辐射到面积 A_2 的能量为

$$dQ_{12}=F_{d1-2}E_1dA_1$$

dA_2 辐射到面积 A_3 的能量为

$$dQ_{13}=F_{d1-3}E_1dA_1$$

由于 $$dQ_{12}=dQ_{13}$$

所以
$$F_{d1-2}=F_{d1-3} \tag{1-22}$$

根据角系数的等值性，在计算角系数时，曲面可以用它的投影面来代替，使得问题得到简化。

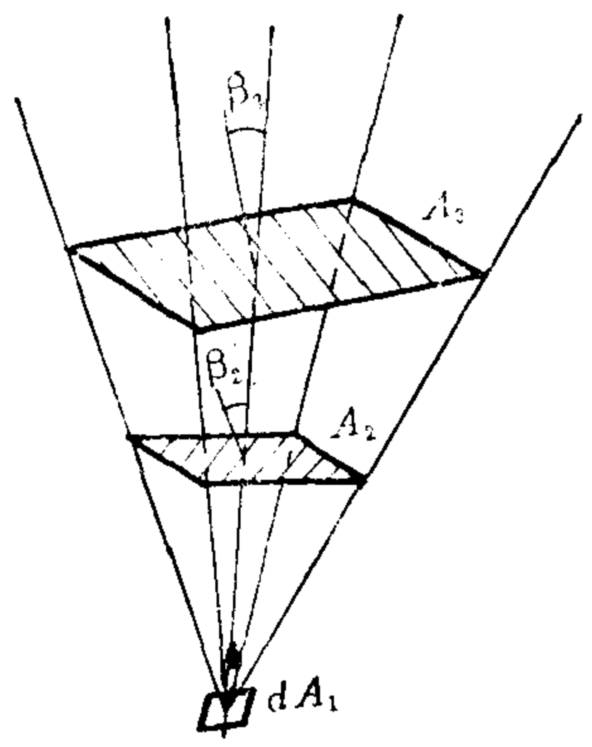

图1-8　角系数的等值性

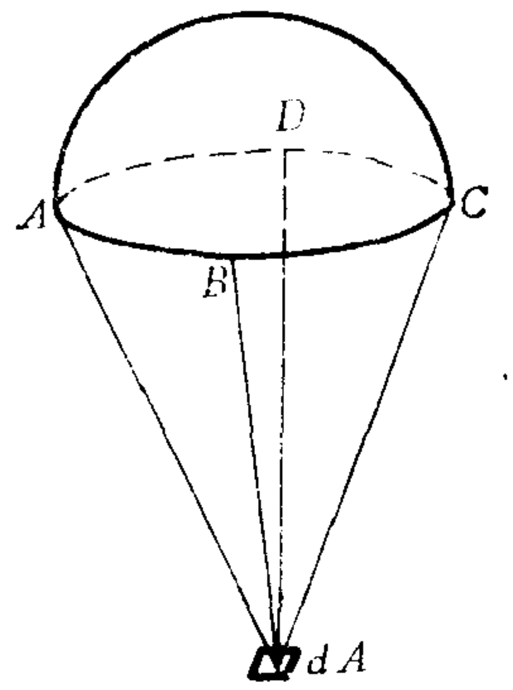

图1-9　微元面dA对半球面$ABCD$的角系数

例如，如图 1-9 所示，根据角系数的等值性微元面 dA 对半球面 $ABCD$ 的角系数等于 dA 对圆盘 $ABCD$ 的角系数。而后者的求解简便得多。

（二）互换性[1]

根据角系数的定义式（1-21），微元面 dA_2 对微元面 dA_1 的角系数 F_{d2-d1} 可表示为

$$dF_{d2-d1}=\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2 dA_1}{\pi L^2} \tag{1-23}$$

将式（1-21）乘以 dA_1，式（1-23）乘以 dA_2 可以得到

$$dF_{d1-d2}\cdot dA_1=\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{\pi L^2}dA_1dA_2$$

和
$$dF_{d2-d1}\cdot dA_2=\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{\pi L^2}dA_1dA_2$$

所以
$$dF_{d1-d2}\cdot dA_1=dF_{d2-d1}dA_2 \tag{1-24}$$

这就是微元面对微元面角系数的互换性关系式。

用类似方法可以推导出微元面对有限面角系数互换性关系式。dA_2 辐射到 dA_1 的能量可由式（1-17）表示

$$d^2Q_{b,2}=i_{b,n,2}\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{L^2}dA_1dA_2$$

有限面 A_2 辐射到 dA_1 的能量应为

$$=dA_1\int_{A_2}\sigma T_2^4\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{\pi L^2}dA_2$$

有限面 A_2 辐射出来的总能量是

$$Q_{b,2}=\int_{A_2}\sigma T_2^4\,dA_2$$

根据角系数的定义，有限面 A_2 对微元面 dA_1 的角系数为

[1] 有的书称为相对性。

$$dF_{2\text{-}d1}=\frac{dA_1\int_{A_2}\sigma T_2^4\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{\pi L^2}dA_2}{\int_{A_2}\sigma T_2^4 dA_2}$$

$$=\frac{dA_1}{A_2}\int_{A_2}\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{\pi L^2}dA_2=\frac{dA_1}{A_2}F_{d1\text{-}2}$$

即

$$A_2 dF_{2\text{-}d1}=dA_1F_{d1\text{-}2} \tag{1-25}$$

此式就是微元面与有限面间角系数的互换性关系式。

下面推导两个有限面间角系数的互换性关系式。dA_1 辐射到 dA_2 的能量为

$$d^2Q_{b,1}=\sigma T_1^4\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{\pi L^2}dA_1dA_2$$

此式积分后即可得到 A_1 面辐射到 A_2 面的能量 $Q_{b,1}$

$$Q_{b,1}=\int_{A_1}\int_{A_2}\frac{\sigma T_1^4\cos\beta_1\cos\beta_2}{\pi L^2}dA_1dA_2$$

根据角系数的定义

$$F_{12}=\frac{\int_{A_1}\int_{A_2}\frac{\sigma T_1^4\cos\beta_1\cos\beta_2}{\pi L^2}dA_1dA_2}{\sigma T_1^4A_1}$$

$$=\frac{1}{A_1}\int_{A_1}\int_{A_2}\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{\pi L^2}dA_1dA_2$$

同理可推出 F_{21}

$$F_{21}=\frac{1}{A_2}\int_{A_1}\int_{A_2}\frac{\cos\beta_1\cos\beta_2}{\pi L^2}dA_1dA_2$$

所以

$$A_1F_{12}=A_2F_{21} \tag{1-26}$$

这就是有限面之间角系数的互换性关系式。

利用角系数的互换性可以简化某些情况下的角系数计算，特别是对包壳内各面之间的角系数。例如，图 1-10 中球形包壳 A_1 内的小球 A_2，两物体均为黑体，它们的面积 A_1、A_2 均已知。根据角系数的互换性，包壳对小球的角系数应为

$$F_{12}=F_{21}\frac{A_2}{A_1}$$

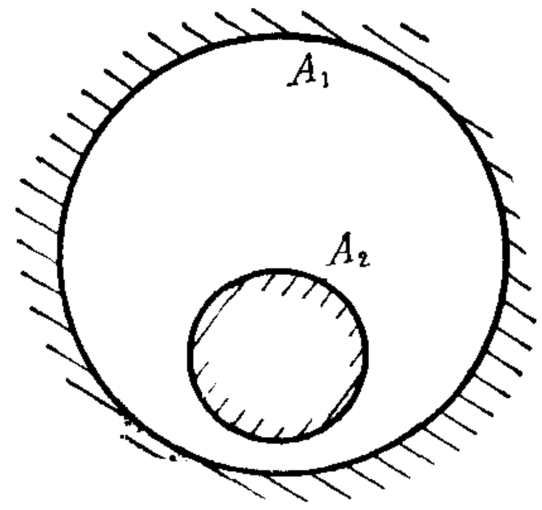

图1-10　包壳内物体的角系数

A_2 辐射出来的能量显然全部投射到A_1面上，所以，F_{21} 应等于 1，这样，F_{12} 即为A_2/A_1。如果从角系数的定义式出发，计算 F_{12} 将是十分繁难的。

（三）可加性

图 1-11 表示了两个有限黑体面 A_1与A_2 间的辐射换热。显然，A_1 辐射到 A_2 的能量等于 A_1 辐射到 A_2 各个部分能量的总和，若将 A_2 分为 A_3 和 A_4 两部分，则

$$Q_{12}=Q_{13}+Q_{14}$$

即

$$A_1F_{12}E_1=A_1F_{13}E_1+A_1F_{14}E_1$$

两边同除以 A_1E_1 后得到

$$F_{12}=F_{13}+F_{14} \tag{1-27}$$

公式（1-27）表示了角系数的可加性。

在某些情况下，应用可加性能够简化角系数计算。例如，在求解某一表面对另一复杂表面角系数时，将复杂表面分成几个较简单的表面，然后利用可加性计算复杂表面的角系数更为方便。此外，在计算不等温表面辐射换热时，也常常将不等温表面划分为若干小的等温区域，求出这些小的等温区域的角系数后，再应用角系数的可加性计算总的辐射换热量。

下面举两个例子说明这个特性的具体应用。

首先，考虑图 1-12 中微元面 dA_1 对外半径为 r_0、内半径为 r_i 的环形面的角系数。我

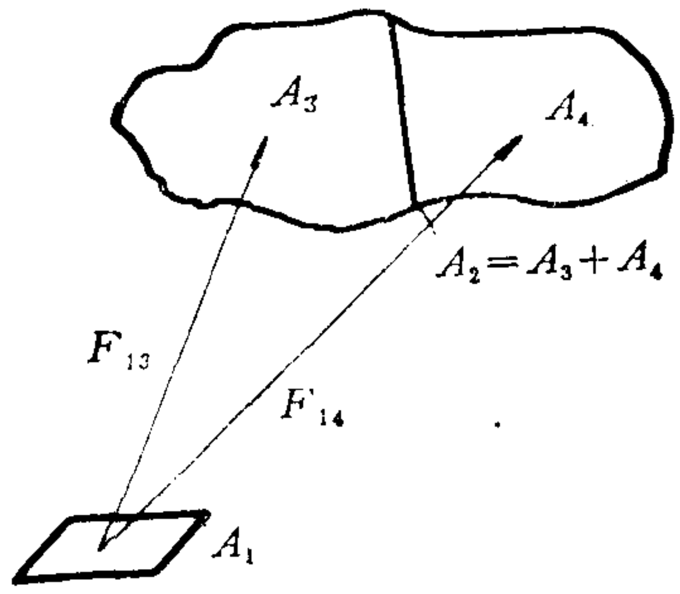

图1-11　有限面与分割面间的辐射换热

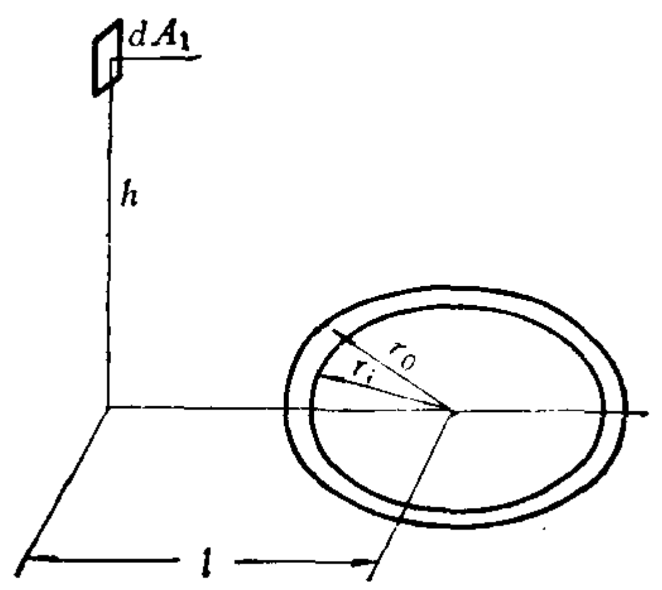

图1-12　微元面dA_1对环形面A_4的角系数

们分别以 A_1，A_2 和 A_3 表示半径为 r_i 的圆面，半径为 r_0 的圆面和环形面。利用角系数的定义式求解 $F_{d_1\text{-}3}$ 比较麻烦，可以应用角系数的可加性

$$F_{d_1\text{-}2}=F_{d_1\text{-}3}+F_{d_1\text{-}4}$$

分别求出 $F_{d_1\text{-}2}$ 和 $F_{d_1\text{-}3}$，便可得到 $F_{d_1\text{-}4}$。

微元面 dA_1 对与之垂直的圆盘 A_2 的角系数在第二章中介绍角系数计算方法时作详细推导（例 2-3），这里只写出其结果：

$$F_{d_1\text{-}2}=\frac{H}{2}\left\{\frac{H^2+R_0^2+1}{[(H^2+R_0^2+1)^2-4R_0^2]^{1/2}}-1\right\} \tag{1-28}$$

其中

$$H=\frac{h}{l}$$

$$R_0=\frac{r_0}{l}$$

同理

$$F_{d_1\text{-}3}=\frac{H}{2}\left\{\frac{H^2+R_i^2+1}{[(H^2+R_i^2+1)^2-4R_i^2]^{1/2}}-1\right\}$$

其中

$$R_i=\frac{r_i}{l}$$

所以

$$F_{d1-4}=F_{d1-2}-F_{d1-3}$$

$$=\frac{H}{2}\left\{\frac{H^2+R_0^2+1}{[(H^2+R_0^2+1)^2-4R_0^2]^{1/2}}-\frac{H^2+R_i^2+1}{[(H^2+R_i^2+1)^2-4R_i^2]^{1/2}}\right\}$$

作为第二个例子，我们考虑图 1-13 的圆筒和圆盘，它们具有同一根轴线。设圆盘为 A_1，圆筒的下底，侧面和上底分别为 A_2、A_3 和 A_4。现在求解角系数 F_{13}。

按角系数的定义直接求解 F_{13} 是比较麻烦的，我们可以看出从 A_1 辐射到 A_2 的能量等于从 A_1 辐射到 A_3 和 A_4 的能量之和，亦即

$$F_{12}=F_{13}+F_{14}$$

因而

$$F_{13}=F_{12}-F_{14}$$

F_{12} 和 F_{14} 都是比较容易求得的。

（四）完整性

一个物体辐射出的能量全部投射到周围其它物体上，所以

$$Q_K=\sum_{i=1}^{n}Q_{Ki}=\sum_{i=1}^{n}F_{Ki}A_KE_K \tag{1-29}$$

式中 Q_K——物体K的总辐射热流；

Q_{Ki}——物体K辐射到物体 i 的辐射热流；

F_{Ki}——物体K对物体 i 的角系数；

A_K——物体K的表面积；

E_K——物体K的辐射强度。

对于封闭体系

$$\sum_{i=1}^{n}F_{Ki}=F_{K1}+F_{K2}+F_{K3}+\cdots\cdots+F_{Kn}=1 \tag{1-30}$$

如果物体K不是凸表面，则它辐射出的能量有一部分投射自身，式（1-30）中还应加上 F_{KK} 一项。

公式（1-30）表示了角系数的完整性。这个特性可以帮助我们求解角系数。

例如，如图 1-14 所示，包壳 A_1 内有一个凸形物体 A_2，求包壳 A_1 自身的角系数F_{11}。

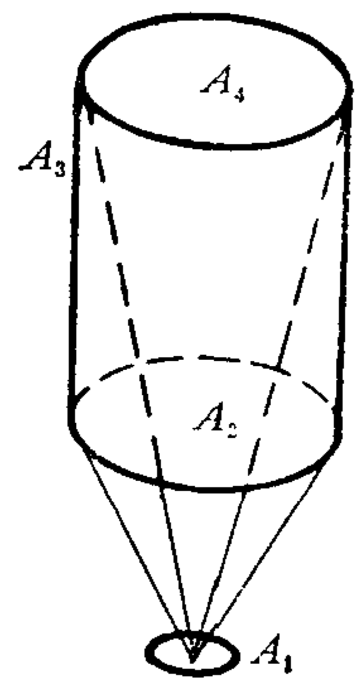

图1-13 圆盘与圆筒壁之间的角系数

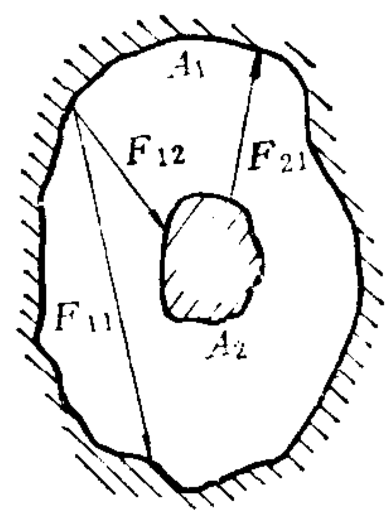

图1-14 包壳自身的角系数

A_2 辐射出的能量全部投射在表面 A_1 上，所以 $F_{21}=1$。利用互换性关系式

$$F_{21}A_2=F_{12}A_1$$