

H. 魏尔 著

对称性

冯承天 陆继宗 译



上海翻译出版公司

对 称 性

H. 魏 尔 著

冯承天 陆继宗 译

HERMANN WEYL
SYMMETRY
PRINCETON UNIVERSITY PRESS
1982

对 称 性

H. 魏 尔 著

冯承天 陆继宗 译

上海 翻 译 出 版 公 司

(上海复兴中路597号 邮政编码200020)

新华书店上海发行所发行 上海市印刷十二厂印刷

开本787×1092 1/32 印张5.25 字数113,000

1991年3月第1版 1991年3月第1次印刷

印数 1—1,800

ISBN 7-80514-148-7/O·63 定价: 3.00 元

内 容 提 要

这是一本世界科普名著。二十世纪杰出的数学家魏尔在书中旁证博引、深入浅出地介绍了现代科学中的基本原理之一——对称性原理，并以娴熟的手法描绘了大自然所表现出来的种种对称性，以及对称性原理在雕塑、绘画、建筑、装饰和设计中的应用。著名物理学家、诺贝尔奖金获得者杨振宁教授对本书有很高的评价。书中还收进了杨振宁所著“魏尔对物理学的贡献”一文。

译者前言

赫尔曼·魏尔(Claus Hugo Hermann Weyl, 1885~1955)是当代的杰出的数学家。原籍德国,后移居美国。曾任美国普林斯顿高级研究所数学教授。在数学的许多领域,特别是积分方程的解析理论、黎曼面理论、相对论和联络空间微分几何学和群表示论及其在量子力学中的应用方面都有贡献。本书是根据他的1951年2月在普林斯顿大学的瓦尼克桑讲座中所作的几次讲演整理而成的。出版后,作为科技文献而被广泛引用,并被誉为一部通俗性的介绍对称性的世界名著。著名物理学家杨振宁教授,八年后在同一讲座中,盛赞本书“出色地解释了对称这个主题在艺术、自然界和数学中的意义。”(杨振宁《基本粒子发现简史》,杨振玉等译, p50, 上海科学技术出版社, 1963年)。本书于1952年初版,但三十年间多次重版,这足见国外同人对本书之重视。

魏尔虽说是一位数学家,但是他对艺术、宗教、建筑,甚至胚胎学等方面的例子也能信手拈来并运用自如,这实在令人不胜钦佩。正如美国一家著名杂志《科学美国人》所评介的:“魏尔博士以娴熟的手法给出了对称性原理在雕塑、绘画、建筑、装饰和设计中的应用的一个令人眼花缭乱的综述,以及它在有机界和无机界的种种表现与它的哲学的和数学的意义。”他的这种文理兼通的才能,正是我们所迫切需求的。正因为如此,我们才不揣简陋,将此书介绍给国内广大读者,以期搞社会科学和艺术的同志增加一些理科知识,搞自然科学的同志增加一些艺术、建筑和历史等方面的知识,提高艺术鉴赏水平。不过也正是由于本书文理兼通的特色,使翻译工作难了

许多。尽管我们查阅了不少文献,请教了有关专家,但是终因涉及面过广,水平有限,谬误难免,祈请读者不吝赐正。

为了帮助一般读者阅读本书,我们作了一些注释,增加了一些背景材料。我们相信,阅读本书不仅会增加许多艺术和自然界的知识,而且也是一种美的享受。

译者 1985年6月于上海师范大学

序 言

从对称性——各部分之和谐这一多少有点含糊的观念出发,我在本书的四讲中首先通过对称性的几种形式(双侧的、平移的、转动的、装饰的和结晶的等),逐步展示出它的几何概念,最后上升到作为所有这些特殊形式的一般观念:组元的一个构形在其自同构变换群作用下具有的不变性。我的目的有两个:一方面展示出对称性原则在艺术以及无机和有机界中的大量应用;另一方面我将逐步阐明对称性概念的哲理性的数学意义。为了达到后一目的,我们必须接触有关对称性和相对性的一些概念和理论;而使正文生色不少的大量插图将帮助我们达到前一目的。

本书不只是为学者和专家们写的,我所考虑的读者面要广泛得多。虽然我并不回避数学(否则就达不到我们的目的),但是为了不超过本书的预定的深度,我对书中论述的大多数问题并不作详细的处理,尤其是完整的数学处理。1951年2月,我在普林斯顿大学的瓦尼克桑讲座(Louis Clark Vanuxem Lectures)中作了几次讲演。本书就是把这些讲演稍作修改,再加上给出了一些数学证明的两个附录而成的。

这一领域中的其他一些书,例如耶格(F. M. Jaeger)的经典著作《关于对称原理及其在自然科学中的一些应用》(*Lectures on the Principle of Symmetry and its Applications in Natural Science*, Amsterdam and London, 1917),或者更近一些的由尼科尔(Jacque Nicolle)撰写的篇幅小得多的小册子《对称性及其应用》(*La symetrie et ses applications*, Paris, Albin Michel, 1950),虽然涉及到的内容方面都更

为详尽一些，但大多只论述了部分题材。在汤普森(D'Arcy Thompson)的优秀著作《论生长与形式》(*On Growth and Form*, New Edition Cambridge Engl, and New York, 1948)中,对称性只不过是一个枝节问题。施派泽尔(Andreas Speiser)的专著《有限阶群论》(*Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung*, 3. Aufl. Berlin, 1937)以及他的其他一些论著,给出了这一课题中有关美学方面和数学方面的重要梗概。汉比奇(Jay Hambidge)的《动力对称性》(*Dynamic Symmetry*, Yale University Press, 1920)只是在书名上与本书相同而已。在内容上与本书最为接近的也许是德文期刊 *Studium Generale* 1949年7月号论述对称性的那一期(Vol. 2, pp203~278, 今后引作 *Studium Generale*)。

关于书中插图来源的完整清单,你们可在本书的书末找到。

我极其感谢普林斯顿大学出版社及其编辑们,感谢他们对出版本书所给予的里里外外的极大关切,我也同样感谢普林斯顿大学校方,使我在从普林斯顿高级研究所退休前夕有幸能作这最后一次的讲演。

H.魏尔

苏黎世

1951年12月

目 录

译者前言	(iii)
序言	(v)
双侧对称性	(1)
平移、转动和有关的对称性	(34)
装饰对称性	(72)
晶体和对称性的一般数学概念	(102)
附录A 确定三维空间中由真转动构成的所有有 限群	(126)
附录B 计入非真转动	(132)
志谢	(134)
杨振宁 魏尔对物理学的贡献	(137)

双侧对称性

如果我没有搞错的话，“对称性”一词在日常用语中恐有两种含义(1)。一种含义是，对称的即意味着是非常匀称和协调的；而对称性则表示结合成整体的好几部分之间所具有的那种和谐性。优美是与对称性密切相关的，例如波利克拉托斯(2)（写过一本论述匀称的书，其雕塑作品之和谐完美也深为古希腊人所称颂）就用过这一字眼，而后来丢勒(3)仿效他为人体形态的比例制定了一套标准(4)。就此意义来说，对称性涉及的范围决不只限于空间中的物体。当用于声学 and 音乐，而不是几

-
- (1) 这里是指 Symmetry (对称性) 一词在英语中的含义而言。——译者注。
 - (2) Polykleitos, 公元前五世纪的古希腊雕塑家。他对理想的男性古典美制定了一套标准。——译者注
 - (3) Albrecht Dürer (1471~1528), 德国油画家、版画家、雕塑家和建筑师。——译者注
 - (4) 见丢勒《人体比例研究》四卷 (*Vier Bücher von menschlicher Proportion*, 1528)。更确切地说，丢勒本人没有用过“对称性”一词，而是他的朋友卡梅拉里厄斯 (Joachim Camerarius) 在 1532 年出版的，经丢勒同意的拉丁语译本《论分成若干部分的对称性》 (*De symmetria partium*) 的书名中采用了此词。据信波利克拉托斯 (πείβελοποιῆκῶν, IV, 2) 说过这样一句话：“使用大量的数差不多就能造成雕塑术中的正确性”。也请参阅 Herbert Senk 在 *Chronique d’Egypte* 26 (1951) pp. 63~66 中的一篇文章，*Au sujet de l’expression συμμετρία dans Diodore I*, 98, 5—9, 维脱鲁维 (Vitruvius) [公元前一世纪古罗马建筑师, 译者注] 解释道：“对称性起因于匀称……匀称是各组成部分与整体之间的相称”。沿着同一方向的更精心的近代研究可参阅 George David Birkhoff, *Aesthetic measure*, Cambridge Mass., Harvard University Press 1933, 以及同一作者的讲演 “A mathematical theory of aesthetics and its applications to poetry and music,” *Rice Institute Pamphlet*, Vol. 19 (July, 1932), pp. 189~342.

何对象时,它的同义词“和谐”更能说明情况。德语中的Ebenmass(5)一词很能表达希腊语中对称一词的意思。因为象后者一样,它也有“中庸程度”这一涵义,根据亚里士多德(6)的《伦理学》(Nicomachean Ethics),这是有贤德的人在其行动中应予追求之美德,而盖仑(7)在他的《论气质》(De temperamentis)一书中把它描述为一种与两个极端都等距的心灵境界(σὺνμμετρον ὑπερῆκατέρου τῶν ἄκρων ἀπέχει)。

天平的形象使我们能自然地联系到对称这一个词的第二种含义(这是近代使用对称这词所指的意思)。天平具有双侧对称性,即左和右的对称性。这种对称性在高等动物(尤其是在人体)中是很明显的,现在这一双侧对称性,不同于前面讨论过的那种模糊的对称观念,是一个很严格的和绝对精确的几何概念。一个物体,即一个空间构形,如果在关于给定平面

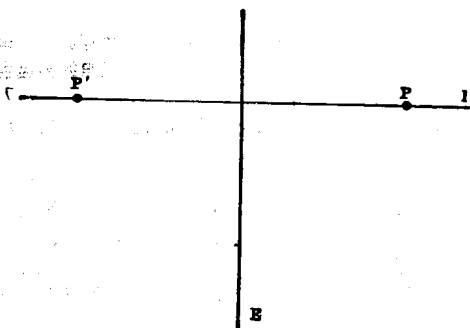


图1 关于E的反射

(5) 意为对称、匀称、和谐和正规性。——译者注

(6) Aristotle(公元前384~322),古希腊哲学家和科学家。——译者注

(7) Claudius Galen(约129~199),古希腊医师,自然科学家和哲学家。
——译者注

E 的一个反射下变为其自身,我们就说它关于 E 是对称的。取垂直于 E 的任意直线 l 以及 l 上的任意一点 p , 那末此时在 l 上(在 E 的另一边)就存在一点 p' (也只有这么一点 p') 与 E 有同样的距离。仅当 p 在 E 上, 点 p' 才与 p 重合。关于 E 的反射是空间到其自身上的映射 $S: p \rightarrow p'$, 这一映射把任意点 p 变为它关于 E 的镜像 p' 。每当确立了一个法则, 而由此法则每一点 p 都有一个像 p' 与之对应, 这就定义了一个映射, 再举一个例子: 例如绕一竖直轴转动 30° , 这一转动将空间的每一点 p 变为另一点 p' , 因此就定义了一个映射。如果图形在绕轴 l 的所有转动下, 仍变为其自身, 那末我们就称该图形关于轴 l 有转动对称性。与诸如反射或转动这些操作相关的是有关几何对称性的概念。于是我们就有了几何对称性的第一个实例——双侧对称性。毕达哥拉斯(8)学派认为, 平面中的圆周、空间中的球面是最完美的几何图形, 因为它们有着完全的转动对称性。而亚里士多德认为天体是球形的, 因为任何其他形状都会有损于它们为天国的完美性。正是承袭了这一传统, 在一首近代诗中(9), 上帝被赞誉为“汝, 伟大的对称”:

上帝, 伟大的对称,
汝激我以强烈之热欲,
因之悲哀油然而生。
对于我以失匀之方式,
而虚度之所有时光,
请赐我以完美之物。

(8) Pythagoras (约公元前580~500), 古希腊数学家和哲学家。在西方, 他首先提出了勾股定理。——译者注

(9) Anna Wickham, "Envoi," 引自 *The contemplative quarry* Harcourt, Brace and Co., 1921.

不管你把对称性定义得是宽还是窄，它一直都是人们多少年来用以理解和建立次序、优美和无瑕的一种概念。

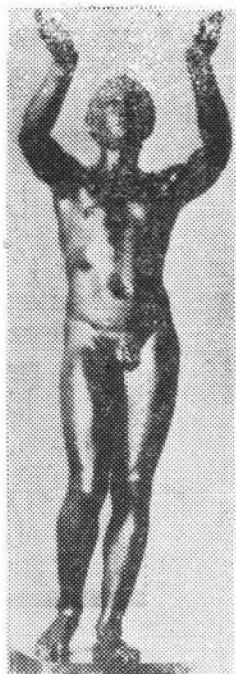
我的讲演安排如下：首先我将较为详尽地讨论双侧对称性和它在有机界和无机界以及艺术中的作用。然后将按转动对称性所表明的方向，逐渐推广这一概念。即首先局限在几何的范围中讨论，接着通过数学抽象超越这一界限，而最终使我们得到一个非常一般的数学概念，可以说这是在对称性的所有各别表现和应用背后的柏拉图⁽¹⁰⁾式的观念。在某种程度上来说，这种做法是所有理论认识的共有特征：我们从某个一般而又含糊的原则（第一种意义下的对称性）开始，然后去寻找一个重要的实例，在其中我们的概念会有一个具体而精确的意义（双侧对称性），并且由此出发，主要依靠数学构造和抽象（比受哲学幻想的指导要多得多），再逐渐地上升为一般性。而且，如果幸运的话，我们最终得到的概念的普适性将不会比我们原始的那个概念差。也许此时感情上的吸引力已丧失殆尽，但是这种概念在思维的领域中却具有同样的、甚至是更强的统一力量，而且它是精确无误的，而不是含糊不清的。

我们从欣赏“祈祷的男孩”（图2），一座公元前四世纪的高雅的希腊雕像，艺术上的上乘之作，开始来讨论双侧对称性在生命和艺术中所具有的巨大意义。人们可能会问对称性的美学价值是否是由其生命力价值所决定的？这位雕塑家是否发现了大自然根据某种内在的法则赋予其创造物以对称性，然后再复制和完美大自然以不完整的形式所呈现出来的那种对称性？抑或对称性的美学价值有其完全独立的根源？我和柏

(10) Plato(公元前427~347)，古希腊哲学家，苏格拉底的学生，亚里士多德的老师。他的哲学思想对西方哲学的影响极大。主要著作有《理想国》《法律篇》等。——译者注

拉图有同感，认为数学概念是上述两者的共同起源：支配着大自然的数学定律是自然界中对称性的起源，而这一概念在这位艺术家创造性的头脑中所形成的直觉形象是其艺术起源，虽说我也乐于承认，在艺术中人体外表所具有的那种双侧对称性已经起着一种附加的激励我们感情的作用。

在所有古代的种族中，似乎苏美尔(11)人特别酷爱严格的双侧对称性或纹章对称性。公元前2700年前后统治拉格什城(12)的恩泰梅内(Entemena)王有一只有名的银花瓶，上面镌刻有下列典型的图案：一只狮面鹰正面展开双翅，它的两只爪子都抓住一只侧面的牡鹿，而后者又各受到一只雄狮的正面攻击(图3，上图中的牡鹿，在下图中为山



羊所替代)。把鹰的精确对称性推广到图中别的四足兽，就迫使它们非得重复不可。不久之后，鹰有了两个头，各朝不同的方向。于是，形式上的对称性原则完全压倒了忠于自然的模仿原则。这种纹章设计随后由波斯、叙利亚仿效，后来又有拜占庭。而且凡是在第一次世界大战之前生活过的人都会记得沙皇俄国和奥匈帝国的盾形纹章上的双头鹰。

(11) Sumer, 美索不达米亚南部的一个古老区域, 包括一些城市和城国, 最早的一些约建于公元前五十世纪。据认为那里的文化在近东地区占主要地位达一千五百年之久, 称为苏美尔文化。

(12) Lagash, 苏美尔的古城, 在幼发拉底河和底格里斯河之间。即现在的伊拉克南部。

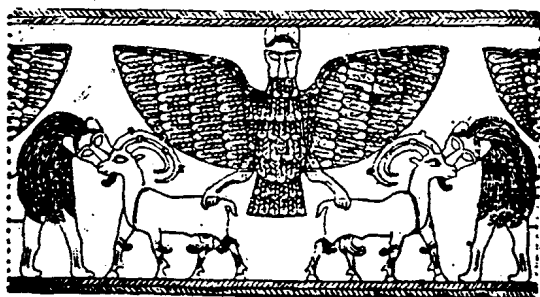
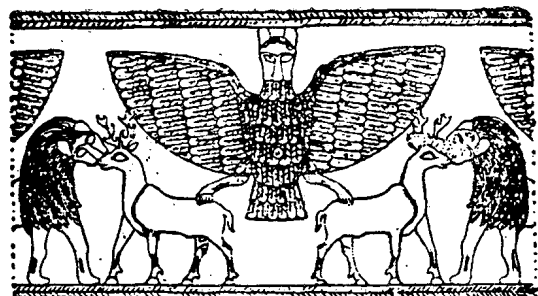


图 3

我们现在来看这一幅苏美尔人的图画(图 4)。其中的两个鹰头人几乎是对称的，但并不完全是这样。为什么并不完

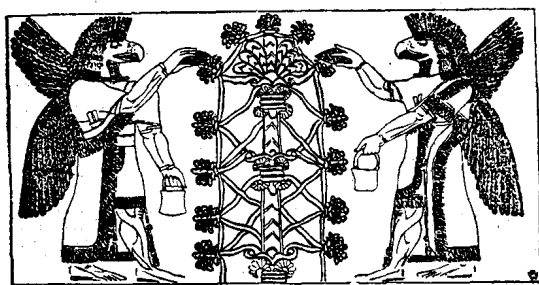


图 4

全对称呢?在平面几何中,关于一竖直线 l 的反射也可以通过把此平面绕轴 l 在空间中转动 180° 而得到。如果你们看这两个怪物的手臂,你们大概都会说,就是通过这一转动,使我们能从其中的任一个得到另一个的。然而,描述它们主体形象的那些重叠部分却使这一平面图形不具有双侧对称性。但是艺术家就是追求这一对称性,他使这两个怪物各朝着观察者转过了半圈,同时也在脚和翅膀的安排上玩了些花样:在左边的图案中下垂的一翼在右面,而在右边的图案中下垂的一翼在左面。



图 5

巴比伦的圆柱形印章石上的图案设计经常是采用纹章对称的。我记得在我以前的同事,已故的赫斯费尔德 (Ernst

Hersfeld)的收藏中曾看到过一些珍品,在其中为了符合对称性,(由侧面给出的)上帝的牛形身体的下半部(而不是上帝的头)有两个,因此有四只后腿,而不是两只。在基督时代,人们在表现圣餐的某些场面中也能看到类似的情况。例如在一只拜占庭的圣餐盘(图5)上就有两个面对着信徒的对称的基督。但是,这里的对称性是不完全的,而且显然要比其外形上上的意义还要深刻得多,因为一边的基督在分面包,而另一边的基督则在执壶斟酒。

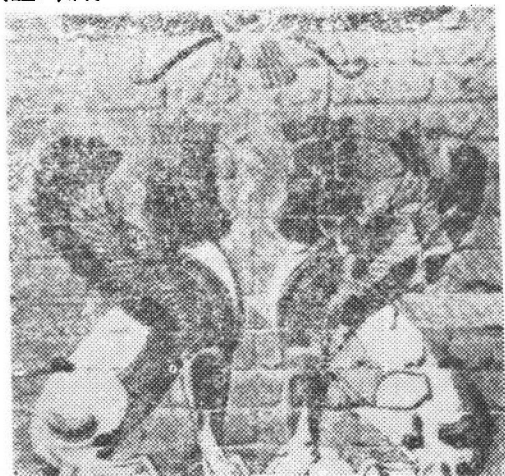


图6

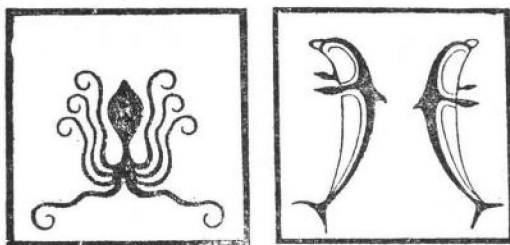


图7