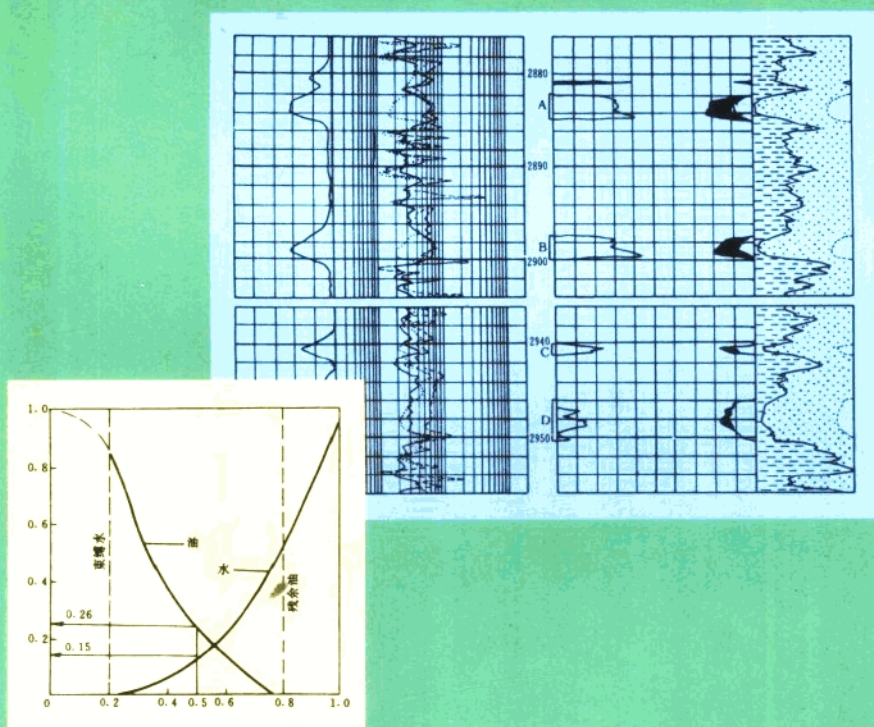


误差理论及其在石油测井中的应用

朱国钦 王天波 编著



石油工业出版社

误差理论及其在石油测井中的应用

朱国钦 王天波编著

石油工业出版社

内 容 提 要

本书系统论述了误差理论和实验(测量)数据处理的方法原理,及其在石油测井中的应用,共分12章。本书理论结合实践、内容丰富、深入浅出,条理清晰,可作为石油测井工程师的进修用书,也可供大专院校应用地球物理专业师生、石油地质、油气田开发等科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

误差理论及其在石油测井中的应用/朱国钦,王天波编著.
北京:石油工业出版社,2000.9
ISBN 7-5021-3109-4

I. 误…

II. ①朱…②王…

III. 误差理论-应用-采油井-测井

IV. TE 151

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第70277号

石油工业出版社出版
(100011 北京安定门外安华里二区一号楼)
河北省徐水县印刷厂排版印刷
新华书店北京发行所发行

*

787×1092毫米 16开本 14.375印张 350千字 印1—1200

2000年9月北京第1版 2000年9月河北第1次印刷

ISBN 7-5021-3109-4/TE·2377

定价:35.00元

前 言

科学实验和生产实践告诉我们：测量与实验是人类认识和改造客观世界的重要手段，可以说，没有测量与实验就没有自然科学。而几乎一切测量与实验都受着误差的影响，误差是普遍的、客观存在的。误差理论与实验（测量）数据处理历来是实验科学与工程测量技术的重要内容之一。随着社会生产力的迅速发展和科学技术水平的不断提高，许多测量与实验从简单的直接测量到复杂的间接测量，从近测到遥测，从宏观世界的测量到微观世界的测量，从静态实验与测量到动态实验与测量，从在地球上的实验与测量到在宇宙中的实验与测量，都实现了数字化、自动化、实时化，有了长足的进展。误差与数据处理的重要性日益突出，误差理论的应用越来越广泛。

人类进入信息时代，科技数据多如海洋。它们来自实验室中的实验，工程技术现场的测量，以及众多的计算机模拟。大量数据的统计处理、函数拟合和误差评估，是科技人员特别是自然科学领域中的科学研究人员与工程技术人员必须具备的基本功。石油测井科学研究和工程技术的突飞猛进，对其实验与测量结果的误差或不确定度的要求越来越高，广大石油测井科技人员和管理工作人员希望有一本通俗易懂、能满足石油测井科研与生产所需的误差理论及其应用方面的书，以供需要时阅读参考。为此，作者在从事 30 多年科研与教学的基础上，编著了本书。

本书理论联系实践，力求深入浅出，简明扼要，使读者易于接受。为注重应用，减少篇幅，略去了一些详细的证明，谨请读者需要时参考有关文献。

误差与数据处理的内容丰富，涉及的知识面较广。为了使读者较全面系统掌握误差的基本理论与实验（测量）数据处理的方法、原理，第一部分介绍了误差基本理论与实验（测量）数据处理。第二部分介绍了误差理论在石油测井中的应用，强调应用、结合石油测井的实践。本书的第二章 随机误差，第三章 系统误差，第五章 误差的传递和第七章 实验（测量）数据处理基础由南阳测井公司王天波高级工程师编写；其余各章由朱国钦高级工程师编写。

本书是在中国石油天然气集团公司测井重点实验室江汉石油学院测井重点研究室和江汉石油学院地球物理勘探系领导的关照与支持下完成编著的；在写作过程中，特别得到郭海敏教授、朱广生教授、钱勇先教授、张超谟教授、徐绍新书记、黄文新高级实验师及广大同仁的鼓励与支持。书中的全部图件是由郑仁淑工程师精心绘制的。在此，谨向以上单位和个人表示衷心的感谢，并致以诚挚的敬意！

由于编著者水平有限，时间紧迫，难免有许多不妥与错漏之处，切盼读者批评指正。

朱国钦 王天波
2000 年 5 月 21 日
于湖北省荆州市

目 录

第一章 基本概念——误差、精度(准确度)、不确定度	(1)
第一节 研究误差的目的与任务	(1)
第二节 误差的定义、分类及表示方法	(3)
第三节 误差的来源	(11)
第四节 精度(准确度)	(14)
第五节 不确定度	(16)
第二章 随机误差	(19)
第一节 随机变量的概率分布和数字特征	(19)
第二节 随机误差特性及理论分布规律	(23)
第三节 正态分布和正态性检验	(26)
第四节 统计量和三种重要的统计量分布	(35)
第五节 随机误差概率分布的其他形式	(40)
第六节 随机误差的评定指标	(43)
第三章 系统误差	(47)
第一节 系统误差的特性及一般处理原则	(47)
第二节 发现系统误差的方法	(48)
第三节 减小和消除系统误差的方法	(54)
第四章 简单实验(测量)的误差估计	(60)
第一节 概述	(60)
第二节 重复测量数据的最佳处理	(61)
第三节 量的稳定度与测量结果的精密度	(62)
第四节 标准差的几种不同算法及其精密度	(64)
第五节 被测量真值的区间估计和标准差的区间估计	(67)
第六节 不确定度估计中置信系数的算法	(71)
第七节 权与不等精度测量	(75)
第五章 误差的传递	(81)
第一节 问题的提出	(81)
第二节 几个简单关系的传递公式	(82)
第三节 线性关系的误差传递	(84)
第四节 非线性函数的误差传递	(85)
第五节 方差(标准差)传递公式的一般应用	(87)
第六章 误差或不确定度的合成与分配	(93)
第一节 概述	(93)
第二节 随机误差的合成	(95)
第三节 系统误差的合成	(100)

第四节	系统误差与随机误差的合成	(103)
第五节	均匀分布误差的合成	(105)
第六节	间接测量中误差的合成与分配	(109)
第七章	实验(测量)数据处理基础	(113)
第一节	数据精度	(113)
第二节	异常值及其剔除	(115)
第三节	实验数据表示法	(124)
第四节	数据的内 extrapolation 外推法	(134)
第五节	列表及图解的微分法与积分法	(137)
第八章	静态实验(测量)数据处理及其误差评估	(140)
第一节	静态实验(测量)数据处理的基本概念	(140)
第二节	最小二乘法	(141)
第三节	用最小二乘法估计观测值的方差	(147)
第四节	最小二乘直线及其稳定性	(150)
第五节	直线拟合——一元线性回归	(152)
第六节	可化为线性回归方程的回归分析方法	(164)
第九章	石油测井中的误差	(168)
第一节	石油测井及其误差	(168)
第二节	石油测井误差的来源	(170)
第三节	石油测井误差视为静态测量误差的思考	(177)
第十章	地球物理测井实验的误差估计	(179)
第一节	电法测井实验中应用阿尔奇公式的误差简介	(179)
第二节	声波测井中岩石纵波声速实验误差估计	(180)
第三节	自然伽马放射性测量的误差估计	(183)
第四节	密度测井基本公式的误差估计	(186)
第十一章	测井曲线误差分析评估的通用方法	(189)
第一节	概述	(189)
第二节	单条测井曲线的误差分析	(189)
第三节	多条测井曲线的误差分析	(200)
第十二章	测井曲线误差的回归分析与评估	(201)
第一节	测井曲线误差回归分析的理论依据和方法步骤	(201)
第二节	声波全波测井纵、横波时差曲线误差的回归分析与评估	(203)
参考文献		(224)

第一章 基本概念——误差、精度（准确度）、不确定度

第一节 研究误差的目的与任务

一、误差的必然性和误差公理

人类在科学研究、生产实践及日常生活中，经常需要进行实验与测量。由于实验方法和实验设备的不完善，测量条件（含环境因素）的不理想，以及实验与测量操作者和对实验与测量数据进行处理者的能力所限，加上被测对象有时不稳定等原因，致使实验与测量所得数值与真值之间存在一定的差异，在数值上表现为误差。这是普遍的、必然的现象，可以说，没有误差的实验与测量是不存在的。

实验与测量结果都具有误差，且误差自始至终存在于一切科学实验和实际测量过程中，这就是误差公理。

二、研究误差的目的和意义

在自然界中，一个量依赖于另外一个或若干个量的情况是普遍的、客观存在的，数学上称这个量是另一个量或若干个量的函数，要研究这个函数关系，需要用数学物理方法或数理统计方法进行分析评估，而此分析评估的基础和必要的手段是科学实验与实际测量，依靠取得的准确数据来验证某种函数关系或进一步发现新规律，从而推动科学向前发展。

由于误差在一定程度上会偏离真值，甚至歪曲客观事物的规律，所以总希望得到没有误差的实验与测量结果，然而这是不可能的，但随着科学技术的发展，人们认识水平的提高、专业知识的充实和实践经验的丰富，实验与测量的误差可以控制得越来越小，但是不能使测量误差降低为零，我们对误差的研究与对含有误差的实验或测量数据的处理，目的是为了进一步减小误差，提高准确度，使实验或测量等给出值更加接近真值。

门捷列夫说：“科学始于测量”。要得到准确的测量结果，既要研究实验与测量的原理方法和技术，也要研究实验与测量中误差的来源、性质及其规律性，尽可能地减小甚至消除误差（只可消除部分系统误差），以得到准确的实验与测量结果。这些对于科学技术的产生与发展是极为重要的。一个国家的科技越发达，它的误差理论就越完善，误差应用就越广泛，科技工作者就越重视误差，世界著名的科学家都高度重视误差，如物理学家伽利略最早开始研究提高物理实验的准确性（精度）；法国数学家列朗德尔和德国数学家、测量学家高斯，在天体运动轨道的理论研究中，提出了用最小二乘法来处理观测结果，高斯还归纳总结出了正态（高斯）分布，从而奠定了误差理论的基础。

尽管误差值通常比被测量的真值或给出值小很多，科技工作者对测量结果及其误差同等重视，一个没有标明误差的测量结果，几乎会成为无用的数据，人们随时可以对它持怀疑或否定的态度。任何论文引用了实验与测量数据，原则上都应该同时标明该数据的误差，否则势必贬低论文的价值。

随着科学技术的进步,误差理论及其应用得到了迅速的发展,已延伸到国民经济和国防建设各个部门,例如天气预报、水文预报、地震预报、产品抽样检验及质量控制,火箭发射、卫星上天,以电脑为核心的高科技开发等。不但涉及到机械、电子、石油、化工、地质、煤炭、冶金、航天等工业领域,而且还涉及到农业、医学、人文及社会科学等各个领域。事实告诉我们,误差理论,已广泛地应用到科学实验、工程测量、产品设计、制造工艺中,渗透到所有产品质量检验、计量检定、产品的使用维修以及日常生活等各个方面。误差理论在各个领域中的应用效果及其经验总结,反过来又进一步推动了误差理论的完善与发展。

误差之所以上升到理论研究,主要原因是:

(1) 认识与改造客观世界的需要。人们进行实验与测量,目的在于研究自然界中所发生的量变现象,借以认识我们周围所发生的客观过程,从而能动地改造客观世界,而误差常常会歪曲这些客观现象。要正确认识不以人们意志为转移的客观规律,就必须分析实验、测量时产生误差的原因和性质,采取有效措施,以减弱、抵偿或消除误差。

(2) 评价与确保质量的要求。在计量科学和实验工作中,为保证量值的统一和准确传递,需要提供物理量单位的计量基准或标准,对计量器具进行检定或校验,对试验设备进行检验,符合要求后才可说它们的质量是过硬的,这些还取决于实验研究的理论和误差分析是否正确。

(3) 经济、正确地组织实验必须考虑误差。误差理论可以帮助我们正确地组织实验,合理地设计仪器,科学地选择测量方法,从而能以最经济的方式获得最有效的结果。

(4) 科学理论的发展与技术水平的提高有赖于误差的减小。近代,由于测量和计量仪器准确度的提高,使许多理论得到验证,例如爱因斯坦相对论——处于高速运动的时钟走慢了,这一理论是将几十万年不会相差一秒的原子钟放在高速飞行器上,且不断与地面相对静止的时间标准比对而得到验证的。这是时间频率领域中量子计量的成功,它体现了从宏观的实物计量基准过渡到微量量子计量基准,这本身就是大大减小误差的过程。误差分析应用于科学理论检验的最有名的例子是光线行进太阳邻近时弯曲的测量:爱因斯坦于1916年发表广义相对论时指出,当光线行进太阳附近时其弯曲的角度预计为 $\alpha = 1.8''$ 。光线弯曲的测量是极其困难的,且仅在日蚀时才有可能对准太阳的边缘。在1919年有人成功地进行了测量,最佳估计 $\alpha = 2''$,以95%的置信水平落在 $1.7''$ 和 $2.3''$ 之中,这一结果给予爱因斯坦的广义相对论以强有力的支持。

在实验与测量中如何控制才能得到误差较小的数据,选用何种方法与数学公式处理数据才能确保误差最小?在实验与测量数据运算中,采用几位有效数字来表示才符合误差的要求,根据数字舍入规则引进的舍入误差有多大?在设计过程中一切经过量化而引起的所谓设计误差应如何考虑?在生产过程中各种实物的加工产生的偏差即加工误差该控制在多大范围内,亦即制造公差和加工精度多大?在产品检验和验收过程中按什么标准,如何随机抽样才能满足精度要求以确保质量等等,都是与误差有关的值得不断研究的问题。总之,在不同的科学领域、生产实践以及日常工作与生活中,尽管名词术语不同,提法有别,但都不同程度地应用到误差。

误差理论的建立和发展同样服从实践论和认识论的规律,实验与测量工作是在不断发展的,是永无止境的,误差理论的发展亦即如此,科技工作者务必要高度重视误差理论及其应用。

三、研究误差和实验数据处理的主要任务

(1) 研究误差的来源, 分析产生各种误差的原因, 认识误差的性质, 对误差进行科学的分类, 以减小或消除误差, 或把误差限制在允许范围之内。

(2) 正确处理实验数据, 合理评价测量结果。充分利用数据信息, 科学计算所得结果, 力争在一定实验与测量条件下, 得到更接近于真值的数据。给出可信赖的误差, 既不能人为地将误差算得太小而危害科研与生产, 也不能将误差算得过大而造成浪费。

(3) 研究评估误差的合理方法与原则 (误差合成与分配的原则与方法等), 探讨误差传递、转化和相互作用的规律, 研究实验与测量的精度, 预测产品的精度。

(4) 综合评价实验方法或测量仪器设备的准确性与可靠性; 根据被测参数或被检仪器的精度, 合理选择测量仪器或检测仪器的精度; 根据测量总的精度要求, 正确组织科学实验, 优化实验设计, 提高测量技术水平。

第二节 误差的定义、分类及表示方法

一、误差的定义

某量值的误差 Δx 定义为该量的给出值 x (测量值、实验值、标称值、示值、近似计算值等) 与其客观真值 A_0 之差, 即

误差 = 给出值 - 真值

$$\text{数学式为 } \Delta x = X - A_0 \quad (1-2-1)$$

误差乘以 (-1) , 称为修正量或修正值 C , 即

$$C = -\Delta x = A_0 - X \quad (1-2-2)$$

经整理后得

$$A_0 = X + C = X - \Delta x \quad (1-2-3)$$

什么是真值? 自然界中一切物体或物质均处于永恒的运动之中, 而被测量的真值的确定, 是假设在一定时间与空间内, 可认为实际上不变的被测量的真正大小。此外, 还有一些人为的规定, 例如, 量块两平行端面间的几何长度表征量块的长度, 但在精密测量中发现, 无论量块的端面研磨得如何精细, 也不能保证端面没有起伏或两端面绝对平行。因此, 量块两端面间的距离各处就不相等, 这时, 人们又规定量块两端面对角线中心的连线 (或其他规定) 之长度表征量块的长度, 在某一极短的时间间隔内, 量块具有稳定的、实际的长度, 就是该瞬间量块的真值。所以, 真值具有时间和空间的含义。因此, 可定义如下:

在某一时刻和某一位置或状态下, 某量的效应体现出的客观值或实际值, 称之为真值。计量名词及定义中描述真值如下: 当某量能被完善地确定并能排除所有测量上的缺陷时, 通过测量所得的量值称为量的真值, 简称真值。真值是测不到的, 真值仅是一个理想的概念。

前述误差的定义是一个广义的定义, 定义中选择真值作为唯一的客观标准, 就使得该定义不具有多义性, 且误差是指给出值的真误差, 亦即绝对误差。

如定义中的给出值是用测量方式获得的被测量的测量结果，则得到测量误差的定义为：

$$\text{测量误差} = \text{测量结果} - \text{真值}$$

若给出值是计量仪器的示值，则得到计量仪器的示值误差的定义为

$$\text{示值误差} = \text{示值} - \text{真值}$$

以此类推。可见公式(1-2-1)具有广义的意义。其中给出值包括了测得值、实验值、示值、标称值、计算近似值等，这些值都是我们要研究的对象。我们所谈的误差不是被测量的误差，因为被测量是一个客观存在，而是谈及它的给出值的误差。如果一个客观量没有给出值，也就无法谈及它的误差的大小。

例如：真值为 100.024mm 的量块，测得值 100.030mm，则测得值 100.030mm 的误差为 +0.006mm，真值为 6.40μA 的电流，在微安表上的示值为 6.35μA，则微安表的示值 6.35μA 的误差为 -0.05μA；标称值为 100kHz 的晶体振荡器，其实际输出的真实频率值为 99.999kHz，则标称值 100kHz 的误差为 +0.001kHz = +1Hz，电阻箱预置的电阻值为 100Ω，其真值为 105Ω，则预置值的误差为 -5Ω；π 的近似值取 3.14，其误差约为 -0.0016，等等。

一般来说，真值是未知的，因此误差也就未知，但绝不意味真值一定不知道，有些情况真值是可以知道的，还有些情况从相对意义上来讲也是知道的。真值可知的情況有下列几种：

(一) 理论真值

例如，平面三角形三内角之和恒为 180°；一个圆周的圆心角为 2π 个弧度；同一量值自身之差为零，而自身之比为 1；理想电容和电感上，其电压与电流的相位差为 90°；此外，还有理论设计值和理论公式表达值等等。

(二) 计量学约定真值

对于给定的目的而言，被认为充分接近于真值，可用以替代真值的量值，称为量的约定真值，简称约定真值。

国际计量大会于 1960 年创建了国际单位制 (SI)，经过 40 多年来不断地充实和发展，至今基本完善，使近 200 年来多种单位制并存的局面得以统一。它科学地选择了七个基本单位，且给出了严格的定义，这七个定义可以作为标准定义使用，也可作为约定真值。

(1) 长度单位，名称米，符号 m。

米是光在真空中 $\frac{1}{299792458}$ 秒的时间间隔内所经过的距离。其复现准确度为 10^{-9} 。

(2) 质量单位，名称千克，符号 kg。

千克等于国际千克原器（保存在法国巴黎国际计量局的铂—铱合金圆柱体）的质量。其复现准确度为 10^{-8} 。

(3) 时间单位，名称秒，符号 s。

秒是 ^{133}Se 原子处于特定状态（原子基态的两个超精细能级之间的跃迁时）时，辐射出 9192631770 个周期的电磁波所对应的持续时间。其复现准确度为 10^{-13} 。

(4) 电流单位，名称安（安培），符号 A。

安也叫电流强度单位。若保持在真空中相距 1 米的两根无限长而圆截面可忽略的平行导线内，通过一恒定电流，致使两导线之间产生的力在每米长度的导线上为 $2 \times 10^{-7}\text{N}$ ，其流过的电流即为 1A。其复现准确度为 10^{-6} 。

(5) 热力学温度单位, 名称开 [尔文], 符号 K。

开是水三相点热力学温度的 $1/273.16$ 。零开的温度称绝对零度, 它等于 -273.16°C , 1K 温度的间隔等于 1°C 的间隔。开的复现准确度为 10^{-6} 。

(6) 物质的量单位, 名称摩 [尔], 称号 mol。

过去曾译为克分子、克原子等, 含义不完全相同。

摩尔是物质的量的单位。它是从粒子数这一角度来描述物质多少的单位, 而不是从质量或其他角度来描述物质的多少。摩尔是一系统的物质的量, 该系统中所包含的基本单元数与 0.012 千克 ^{12}C 个原子数目相等时为 1mol 。

在使用摩时应指明基本单元, 它可以是原子、分子、离子、电子或其他粒子, 或是这些粒子的特定组合。摩 [尔] 的复现准确度为 10^{-5} 。

(7) 发光强度单位, 名称坎 [德拉], 符号 cd。

坎是一个发射频率为 $540 \times 10^{12}\text{Hz}$ 的单色辐射光源在给定方向上的辐射强度为 $1/683\text{W}$ 每球面度时, 则光源在该方向上的发光强度为一坎 [德拉]。坎的复现准确度为 10^{-4} 。

凡满足以上条件复现出的量值都是真值。

在以上七个基本量中, 除质量单位目前仍为实物基准、尚未找到自然基准外, 其他六个基本量的基本单位都实现了自然基准。其定义都反映了当今科学的先进水平。

(三) 标准器相对真值

高一标准器的误差与低一级标准器或普通计量仪器的误差相比, 为其 $1/5$ (或 $1/3 \sim 1/20$) 时, 则可以订前者是后者的相对真值。例如, 一个高稳定度晶体振荡器输出的频率, 相对于普通频率计的频率而言是真值。铂电阻温度计复现的温度值相对于普通温度计指示的温度值而言是真值, 等等。

由此我们引出一个实际值的概念, 实际值定义为满足规定准确度, 用来代替真值使用的量值。实际值是一个在现实中可以知道并且可以应用的一个近似或相对的真值。

在进行误差计算时, 首先要搞清楚的问题是研究的对象, 亦即研究的表达哪个值的误差, 然后, 分析另一个与之相比的量值, 其误差是否更小以至相对可以忽略, 如果相对可以忽略, 那么, 后者可视为前者的相对真值。

加工部门从实际需要出发, 定义加工偏差如下:

$$\text{偏差 } \Delta = \text{实际值 } A - \text{标称值} \quad (1-2-4)$$

亦即加工实际值与其标称值之差为加工偏差。所谓偏差是指实际值而言的, 虽然该偏差与前述的修正值相等, 但修正值或误差都是对给出值而言的, 这是不可忽视的概念, 注意这两者的异同。

二、误差的分类

从不同的角度出发, 误差有多种分类方法。除了可按误差来源分类外, 为了便于对各种误差进行分析、计算和统计处理, 往往按误差的性质、误差间的独立性和被测量的时间特性等来进行分类。

(一) 按误差性质分类

1. 系统误差

定义: 在规定的测量条件下多次测量同一量时, 其误差的绝对值和符号 (方向) 保持恒

定；或在该测量条件改变时，按某一确定的规律变化的误差称为系统误差或确定性误差。

所谓确定的规律意思是这种误差可以归结为某一因素或几个因素的函数，这种函数一般可以用解析公式、曲线或数表来表达。例如，某脉冲电压是频率的函数，度盘偏心引起的角度测量误差按正弦规律变化，钢尺的长度是温度函数等等。由于变化规律的不同又可分为恒定系统误差和可变系统误差，恒定系统误差包括恒正系统误差和恒负系统误差，可变系统误差又可分为线性（或累进性）系统误差、周期性系统误差和复杂规律系统误差。

实验或测量条件一经确定，系统误差就获得一个客观上的恒定值，多次测量的平均值也不能减弱它的影响。改变实验条件，例如依次改变温度，就能发现系统误差随温度而变化的规律，这是用物理的方法发现系统误差的措施之一。实质上，在多种实验条件中系统误差就是这些实验条件因素的函数，是随着实验条件的改变而改变的误差，但变化具有确定性的规律性。

科研工作中，经常对主要的系统误差研究得比较深透，规律性掌握得比较好，而对于次要的系统误差，或者需要花费更高代价和更长时间研究的暂时为次要的系统误差，可能掌握得不好或未掌握其规律性，于是从对系统误差掌握的程度又可分为：已定系统误差和未定系统误差两种，而未定系统误差又包含定向系统误差和定值系统误差两个特例。

已定系统误差——误差的方向和绝对值均已知。

未定系统误差——误差的方向和绝对值二者中至少其一未知。通常可以估计其界限为 e ，则 e 称为系统误差限或系统不确定度（后面还要论述），而 $(-e, e)$ 或简写为 $\pm e$ ，称之为系统误差区间。

若系统误差区间已知为 (a, b) ， $a < b$ 且 a 、 b 同号，这时称为定向（定号）系统误差。仅知误差的绝对值，而不能确知其符号（正或负）的未定系统误差称之为定值系统误差。

只有已定系统误差能够修正，其余误差均不能修正。但有的误差可以在测量中设法抵消，如用对径读数取平均的方法可以消除度盘偏心引起的测角误差等等。

重要的是：系统误差的出现一般是有规律性的，其产生的原因往往是可知的，或能掌握的。一般地说，首先应尽可能设法预见到各种系统误差的具体来源，并且极力设法消除其影响；其次是设法确定或估计出未能消除的系统误差之值。

总而言之，系统误差是指服从某一函数规律的误差。这里将固定不变也理解为一种规律，因此，定值（也叫常值或恒值）误差也可视为系统误差的特例。

2. 随机误差

定义：当在同一条件下反复测量同一量时，在极力消除或改正了一切明显的系统误差之后，每次测量结果仍会出现一些无规律的随机性变化，其误差绝对值时大时小，符号时正时负，以不可预定方式变化着，这种随机性变化的误差称为随机误差。

任何一次测量中，随机误差都是不可避免的。随机误差的出现，从表面上是毫无规律的；但在同一条件下对同一量进行多次重复测量（即所谓进行一系列等精度测量）时，可以发现这列测量值中出现的随机误差，就其总体来说，却具有某些内在的共性，即具有一定的统计规律，利用概率论的一些理论和统计学的一些方法，就可以掌握随机误差的若干规律，确定随机误差对实验与测量结果的影响。总之，随机误差的处理主要是依靠概率统计方法（后面要进行讨论）。我们也可以说，随机误差是具有统计（或概率）规律的误差。

因随机误差的变化不能预先确定，而只能估计，也不能修正。

由于随机误差在各项测量中的单个无规律性，导致了众多随机误差之和有正负相消的机会，随着测量次数的增加，随机误差的个数也增加，而随机误差的平均值愈来愈小并以零为极限，因此，多次测量的平均值的随机误差比单个（次）测量值的随机误差小。这种性质称之为抵偿性。抵偿性只发生在本次实验过程中产生的许多随机误差之中，也称为本次随机误差。

3. 粗大误差

定义：超出在规定条件下测量预期结果的误差叫粗大误差。

粗大误差是一种明显歪曲测量结果的误差，或说它是一种与事实不相符合的误差。它主要是由于测试人员粗心大意、操作失误或仪器设备出故障等造成的。例如读错刻度值，将7读为1，或反读游标尺将2读成8；记录或计算中小数点打错位置等。此类误差无规则可寻，只要集中精力，细心操作，一般是可以避免的。

含有粗大误差的测得值称之为异常值或坏值，测量结果不应含有粗大误差，即所有的异常值都应剔除。所以在作误差分析时，要估计的误差通常只有系统误差和随机误差两类。

4. 随机误差与系统误差的辩证关系

在一定条件下，误差的性质是可以转化的。如尺子的分度误差，对于制造尺子来说是随机误差，但将它作为基准尺以检定成批尺子时，该分度误差使得测量结果始终长些或短些，这就成为系统误差了。这类来源于随机误差的系统误差，常称为双向系统误差、系统性随机误差或前次随机误差等。

实际上，常将某些掌握不到的具有复杂规律的系统误差当作随机误差，甚至把某些虽可以掌握但过于复杂的系统误差也当作随机误差来处理。此外，还有不少系统误差，它的出现也往往带有随机性，这种系统误差一般也当作随机误差来处理。例如，由于调谐不准确而致的误差是完全可以掌握的，但实际调谐时，即使是同一个人重复操作多次，也往往因每次调得不一样，而使误差表现出随机性。

对按精度划分等级的仪表来说，同一级别的仪表中每台仪表的具体系统误差彼此都不一样，或大或小，或正或负，也是随机的。在一个多级计量检定纲中，每一级所拥有的几个同类标准器，其系统误差的大小和符号不一致，在这方面也表现出随机性。就整个量值传递链来说，由于自上而下逐级传递的标准器，其系统误差的大小和符号不一致，因而总的系统误差也往往只好按随机误差的办法来处理。

有时，系统误差与随机误差的区分，也取决于时间因素，在短时间内（如在一次测量过程中）基本上不变的误差，虽然可视为一个系统误差，但时间一长（如在两次检定周期之间），该项误差则很可能出现随机的变化。

总之，系统误差与随机误差之间并不存在不可逾越的鸿沟。随着人们对误差来源及其变化规律认识的加深，就有可能把以往认识不到而归为随机误差的某项误差予以澄清而明确为系统误差，并加以技术上的适应处理，以减小或消除。反之，当认识不足时，也常把系统误差当作随机误差，并在数据的分析处理上进行统计分析处理。

应该强调的是，在任何一次测量中，系统误差与随机误差一般都是同时存在的。在具体处理时，常按其测量结果影响的程度分别对待，有以下三种情况：

（1）系统误差远大于随机误差的影响，相对地说，随机误差可以忽略不计，此时基本上按纯粹系统误差来处理。

（2）系统误差小得可略，或经技术上的处理已经修正，此时基本上可按纯粹随机误差来

处理。

(3) 系统误差与随机误差的影响差不多,二者均不可忽略,此时应分别按不同的方法来处理。

(二) 按误差独立性分类

1. 独立误差

它是一种原始的、彼此互相独立的误差。在此类误差间,其相关系数为零,可应用误差的独立作用原理进行处理。

2. 非独立误差

它是一种原始的、彼此不独立的、其相关系数不为零且介于-1和+1之间的误差。在对这类误差进行合成、估算总误差时,必须考虑各种误差间相关系数的影响。

(三) 按被测量的时间特性分类

1. 静态测量误差

测量期间被测量不随时间变化而改变,可认为是恒定的测量称为静态测量。其测量误差称为静态测量误差。这种误差通常视为随机误差,可按随机误差理论来处理。

2. 动态测量误差

测量期间被测量随时间变化而改变的测量称为动态测量。其测量误差称为动态测量误差。例如对卫星、火箭、导弹的跟踪观测,其观测距离显然是时间的函数,其动态观测误差显然是动态测量误差。这种动态测量误差,应当看成是一个随机过程,通常应用随机过程理论来处理。

请注意“静态”是指被测量不随时间变化,可认为是恒定的量;“动态”是指被测量随时间变化,可确定它的瞬时值。“静态”与“动态”均不指测量方法。

另外,根据测量方法不同,可分为直接测量和间接测量,相应直接测量误差和间接测量误差。根据测量条件相同与否,可分为等精度测量与不等精度测量,相应等精度测量误差与不等精度测量误差。

三、误差的表达式

(一) 绝对误差

公式(1-2-1)所示的误差就是绝对误差,用语言描述为:一个量的给出值的绝对误差定义为该量的给出值与其真值之差。绝对误差是正或负就决定了给出值是正或负偏离真值的方向。换言之,凡是以被测参数的量纲所表示的误差就是绝对误差。

(二) 相对误差

1. 百分相对误差

绝对误差与被测量的真值之比称为相对误差。即

$$\text{相对误差} = \text{绝对误差} \div \text{真值} \quad (1-2-5)$$

如用 δ 表示相对误差,则有

$$\delta = (\Delta x / A_0) \times 100\% \quad (1-2-6)$$

由于真值常是不可知的,所以当误差较小时常用实际值或给出值取代真值,从而有

$$\delta \doteq (\Delta x / A) 100\% \text{ 或 } \doteq (\Delta x / X) 100\% \quad (1-2-7)$$

为了区分式 (1-2-6) 与 (1-2-7) 两种情况, 把前者称为实际相对误差, 后者称为标称相对误差。用百分数表示的相对误差有人称其为标准相对误差, 简称相对误差, 已广泛应用。

例 1-2-1 用卷尺测量 100m 跑道得测量值为 101m, 测量 1000m 电缆得测量值为 1005m。则有前者的绝对误差 $101 - 100 = +1$ (m), 相对误差为 $+1\%$; 后者的绝对误差 $1005 - 1000 = +5$ (m), 相对误差为 $+5/1000 = +0.5\%$ 。虽绝对误差后者大于前者, 但相对误差后者小于前者, 说明后者精度高于前者。可见相对误差能很好描述测量精度。

2. 分贝误差

在无线电、声学等领域的计量中经常用分贝误差, 实际分贝误差是相对误差的另一种表达形式。

对应于四端网络, U_1 表输入信号, U_2 表输出信号。设两个电压的比值为

$$\alpha = U_2/U_1 \quad (1-2-8)$$

此电压比的另一表达式为

$$\beta = 201g\alpha \quad (\text{dB}) \quad (1-2-9)$$

这时 β 的单位就称之为分贝, 用符号 dB 表示。式 (1-2-9) 就是电压比的分贝定义式。若四端网络的 U_2 、 U_1 有变化, 则 α 、 β 相应变化 $\delta\alpha$ 、 $\delta\beta$ 。习惯上说, 四端网络变化了 $\delta\beta$ 则有

$$\beta + \delta\beta = 201g(\alpha + \delta\alpha) \quad (\text{dB}) \quad (1-2-10)$$

式 (1-2-10) 与式 (1-2-9) 之差为

$$\delta\beta = 201g(1 + \delta\alpha/\alpha) \quad (\text{dB}) \quad (1-2-11)$$

此式给出了比值的相对误差 $\delta\alpha/\alpha$ 与分贝误差 $\delta\beta$ 之间的关系。

如果 $\delta\beta$ 与 $\delta\alpha$ 较小, 则直接对式 (1-2-9) 微分可得到如下的近似表达式

$$\delta\beta = 20/\ln 10 \approx 8.69 (\delta\alpha/\alpha) \quad (1-2-12)$$

或

$$\delta\alpha/\alpha \approx 0.1151\delta\beta$$

对式 (1-2-8) 微分可得 (输入 U_1 不变时):

$$\delta\alpha = \delta U_2/U_1, \quad \frac{\delta\alpha}{\alpha} = \frac{\delta U_2/U_1}{U_2/U_1} = \frac{\delta U_2}{U_2}$$

从而 (1-2-12) 式可改写成 $\delta\beta \approx 8.69 (\delta\alpha/\alpha) = 8.69 (\delta U_2/U_2)$

可见电压比的相对误差就是输出电压的相对误差, 或者说, 由于网络衰减量的变化, 引起输出电压的相对变化和电压比的相对变化是一样的。

例 1-2-2 某电压表测得电压为 129V, 标准电压表测得为 127V, 求分贝误差。

解: 误差 $\Delta x = 129V - 127V = 2V$

相对误差 $\delta = 2V/127V = 1.6\%$, 分贝误差 $\delta\beta = 8.69 \times 1.6\% = 0.14\text{dB}$

例 1-2-3 已知某量的分贝误差为 0.35dB, 求相对误差。

解: 相对误差 $\approx 0.1151 \times 0.35 = 4.03\%$

应当注意: 由于功率比的分贝定为 $\alpha = 101gP_2/P_1$, 则相应式 (1-2-11) 和式 (1-2

-12) 中的系数有所不同,使用时应注意这一点。它们之间的换算关系列于表 1-2-1。

表 1-2-1 计算分贝误差时功率比与电压比(电流比)的系数换算表

dB	U_2/U_1 (I_2/I_1)	P_2/P_1
0.1	1.012	1.023
1	1.122	1.259
2	1.259	1.585
4	1.585	2.512
8	2.512	6.310
16	6.310	39.81
32	39.81	1585
64	1585	2.512×10^6

3. 引用误差

引用误差是一种简化的和实用方便的相对误差。常常在多挡和连续分度的仪器中应用,这类仪器可测范围不是一个点而是一个量程,各分度点的示值和其对应的真值都不一样,这时若按式(1-2-6)或式(1-2-7)计算相对误差,所用的分母数值也不一样,因此计算很麻烦。为了计算和划分准确度等级方便,一律取该仪器的量程或测量范围上限值为分母,而量程则指测量范围上限值与下限值之差。由此引出定义:

引用误差为仪器示值的绝对误差与测量范围上限或量程之比,以百分数表示。亦即

$$\text{引用误差} = \frac{\text{示值误差}}{\text{满量程(刻度)值}} \quad (1-2-13)$$

对于示值表示被测量大小的多挡仪表,通常按最大引用误差划分仪表的精度等级,其定义如下:

$$\text{最大引用误差} = \frac{\text{最大示值误差}}{\text{满量程(刻度)值}} \quad (1-2-14)$$

例 1-2-4 测量上限为 19613.3N(牛顿)的工作测力计(拉力表),在标定值(示值)为 14710N 的实际作用力为 14788N,则此测力计在这一点上的引用误差为

$$(14710 - 12788) \div 19613.3 = -0.4\%$$

例 1-2-5 检定 2.5 级、上限为 100V 的电压表,发现 50V 分度点的示值误差为 2V,并且较其他分度点的误差为大,所以该电压表的最大引用误差为 2%。2.5 级的含义是给出合格仪表的最大引用误差的界限为 2.5%,可见该电表合格。

电工仪表的准确度(精度)等级分别为 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.5, 5.0 七级,标明仪表的引用误差不能超过的界限。一般而言,若仪表为 S 级,则仅说明合格仪表最大引

用误差不会超过 $S\%$ ，而不能认为它在各刻度点上的示值误差都具有 $S\%$ 的准确度。设仪表的量为 $0 \sim X_n$ ，测量点为 X ，则该仪表在 X 点邻近处的示值误差应当为：

$$\text{绝对误差} \leq X_n \cdot S\%$$

$$\text{相对误差} \leq (X_n/X) \times S\% \quad (1-2-15)$$

一般 $X \leq X_n$ ，故当 X 越接近于 X_n 时，其准确度越高； X 越远离 X_n 时，其准确度越低，这就是为什么人们利用这类仪表测量时，尽可能在仪表的上限值处邻近或 $2/3$ 量程以上测量的原因所在。在分析此类仪表对测量值的影响时，需要按式 (1-2-13) 作换算，而不能直接采用对应于它的准确度等级的值。在选择仪表测量时，要注意这一情况。

例 1-2-6 某待测的电压约 100V，现有 0.5 级 $\sim 300V$ 和 1.0 $\sim 100V$ 电压表面两个，问用哪个电压表测量较好？

解：用 0.5 级 $0 \sim 300V$ 电压表测量 100V 电压时的最大相对误差为

$$\delta_1 = \frac{X_n}{X} S\% = \frac{300}{100} \times 0.5\% = 1.5\%$$

而使用 1.0 级 $0 \sim 100V$ 电压表测量 100V 电压时的最大相对误差为

$$\delta_2 = \frac{X_n}{X} S\% = \frac{100}{100} \times 1\% = 1.0\% < 1.5\%$$

可见使用 1.0 级 $0 \sim 100V$ 电压表测量较好。

此例说明，如果量程选择恰当，用 1.0 级仪表进行测量也会比用 0.5 级仪表测量时的最大相对误差还要小。因此，我们在选用仪表时，要纠正单纯追求仪表准确度等级“越高越好”的倾向，而应根据被测量的大小，兼顾仪表的等级和测量上限（或量程），合理地选择仪表。

第三节 误差的来源

误差从何而来？是分析误差时很关注的问题。产生误差的原因很多，我们从计量检定科学与实验测量科学的实际情况进行归纳，大致有以下几方面。

一、装置误差

此处所说的装置是指为确定被测量的值所必需的计量器具和辅助仪器设备的总体，装置误差来源于：

(一) 标准器误差

标准器是指提供标准量值的器具。例如标准电池、标准电阻、标准量块、标准放射源等，使用它们的量值和它们自身体现出来的客观量值之间有差异，或者，在没有满足约定真值所需要的条件下复现出某个与约定真值有差异的值。

(二) 仪器误差

仪器是指将被测的量转换成可直接观测的指示值或等效信息的计量器具，可分为转换系统、传输系统和指示系统等。如天平、电桥等比较仪器，测度计、毛发温度计、秒表、检流计等指示仪器，这些仪器都会引起误差。