

高等学校教学用书

物理实验

第一册

В. И. 伊維羅諾娃主編

高等教育出版社

高等学校教学用书



物 理 实 验

第一册

В. И. 伊維羅諾娃主編
蔡 陞 星 等 譯

高等教育出版社



本書系根据苏联技術理論書籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的伊維羅諾娃 (В. И. Иверопова) 教授主編, 別拉恩肯 (А. Г. Белякин)、切特威瑞可娃 (Е. С. Четверикова)、亞可夫列夫 (П. А. Яковлев) 合著“物理實驗”(Физический практикум) 1951 年版譯出。原書經苏联高等教育部審定為國立綜合大學與師範學院物理系及物理數學系教學參考書。

全書分四編: 第一編力學, 第二編分子物理, 第三編電學, 第四編光學。

中譯本分三冊出版: 第一冊內容為原序、緒論、第一編力學及第二編分子物理, 第二冊內容為第三編電學, 第三冊內容為第四編光學及附錄。

第一冊中譯本系集體翻譯, 參加翻譯及全部校訂工作者有蔡陸星、張厚攻、蔣智三同志, 參加部分翻譯工作者有趙祖森、項志遠、錢尙武、高伯龍等同志。參加校閱全部初稿者有秦祝浩同志。

本書原由商務印書館出版, 自 1956 年 4 月起改由本社出版。

物 理 實 驗

第 一 冊

В. И. 伊維羅諾娃主編

蔡陸星等譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

商務印書館上海廠印刷 新華書店總經售

書號 13010-171 開本 850×1168 1/32 印張 5 15/16 字數 151,000

一九五六年四月上海新一版

一九五七年一月上海第四次印刷

印數 4,501—8,000

定價 (8) 洋 0.70

原 序

以羅蒙諾索夫命名的國立莫斯科大學物理系、數學力學系、化學系及其他自然科學學系的同學們的物理實驗訓練，頭兩年裏是在學生物理實驗室——普通物理實驗室中進行的。本書就是在該實驗室中作實驗的同學們的學習參考書。它也可以供其他大學或師範學院的物理系和數學力學系的學生們使用。

莫斯科大學出版這類參考書並非初次了。第一本這樣的參考書是在 1906 年由現在用着的實驗室的最初組織者 А. П. Соколов 教授及實驗室全體工作人員共同編著和出版的，那本書適應着當時的水平和四十年前對同學學習所提出的要求。

後來，隨着物理學本身及測量技術的發展，隨着教學大綱的改變及祖國儀器製造業的巨大發展，實驗室的性質也改變了。

1926 年 Соколов 教授和 К. П. Яковлев 教授出版了新的參考書。這部新書充分估計到在偉大的十月社會主義革命後最初幾年裏物理實驗的發展。當時實驗室的全體工作同志都參加了實驗的革新工作。再版序言的結尾中，著者曾向 В. И. Баранов; С. И. Вавилов; И. И. Васильев; Б. А. Введенский; А. П. Величковская; А. С. Предводителей; С. Н. Ржевский; Ю. П. Симанов 等人致謝，因為他們參加了該書的出版準備工作。

到 1937 年產生了進一步革新這部參考書的必要；於是本書就由 В. Г. Корицкий; Е. С. Четверикова 及 Е. С. Щепотьева 等人作了重大的補充和修改。這次在書中加進了所有對於當時新裝置的實驗問題的描敘；而一些陳舊的，實驗室中早已不再作的實驗則被刪去了。對一些實驗問題的描敘也作了許多改變，而對其實習的部分則沒有加以修改。當時提出新實驗的人，除了直接參與出版該書的諸位同志之外，還有

В. И. Блинов; М. И. Квасов; М. А. Леонтович; Л. Н. Лошаков; Н. С. Хлебников; И. А. Яковаев 等人, 他們提供了他們所寫的對實驗問題的描敘供本書發表。

自該參考書最末一版出版以後, 十四年來, 學生實驗室的設備又有了重大的改進; 對於在實驗室工作的同學們的要求也提高了。特別是戰後幾年來, 物理實驗室的重新裝備是與祖國儀器製造業的蓬勃發展密切關連着的。由於普通物理教研組、物理實驗教研組及其他教研組工作人員共同的努力, 為物理系添置了新設備, 實驗就大大地擴充與革新了。

本書是在莫斯科大學遷往根據斯大林同志建議而蓋起來的新廈的前夕出版的。在新廈裏, 物理實驗室將有新的、無限的可能性來更進一步的改進。

本書內容是物理系全體同人們多年來工作的總結。本書是完全按照實驗室的現況及 1950 年批准的物理系同學實驗教學大綱而寫成的。

現在我們來大概的說一下本參考書與 1937 年出版的所不同的地方。

首先本書列入了對於 1937 年後新設立的一切實驗的描敘。其中大多數是在電學部份中, 這部份已由我國工業生產的新的現代化的設備充實起來了。此外, 對所有經過加以現代化的實驗, 及許多舊有實驗的描敘, 都以適應它們目前的技術狀況, 以及已經改變了的對於描敘性質的要求, 而差不多重新編寫過了。

實驗描敘性質上的改變是依照下列幾個方向來作的: (1) 注意把實驗中所研究的物理問題本身盡可能清楚地提出。(2) 在可能的時候, 把我們所用的測量物理量的方法, 與現有的測量該物理量的其他方法進行比較, 並研究一下實驗中所用方法的缺陷; 這樣就能幫助同學們擴大實驗的眼界。(3) 刪節了關於實驗室工作規程的部份, 而以較一般的操作要點說明代之。這樣作的目的, 是發揮同學在作實驗中更大

的主動性。

在本書中提出新的實驗問題並多半編寫了實驗問題描敘的初稿的有下列各位物理系的同人們：А. Г. Белякин; Е. Н. Волкова; М. В. Дехтяр; О. И. Замша; В. Г. Зубов; Л. М. Иванцов; В. П. Ионов; Н. А. Пенин; А. И. Пильчиков; А. А. Самарский; Н. Н. Соболев; С. П. Стрелков; Е. Г. Швидковский; В. И. Шестаков; Е. С. Четверикова; И. А. Яковлев。參加新實驗的佈置的人還有下列物理系的同學：М. Герциштейн; Н. Горюнов; А. Гурвин; И. Каневский; В. Картанов; Л. Лепёшкин; Ю. Лотачёв; В. Матдев; Б. неупокоев; Н. Паномова; Е. Рейзина; Н. Русанова; С. Русаков; А. Сидоров; Г. Шипулло; В. Югов; А. Юницкий 及其他人等。

我們請求讀者們，把對本書的一切意見，都寄到國立莫斯科大學物理系普通物理教研組來。

В. И. Иверонова

1951年6月20日

第一冊目錄

原序

緒論	1
測量概說	4
關於測量的誤差	5
測量結果的整理	14
關於測量的誤差和儀器的準確度	16
實驗結果的圖解表示法	16
測量的最有利條件之確定	17
提議與指示	18
關於測量的記錄與作實驗工作報告	20

第一篇 力學 21

1. 游標的研究	21
2. 用球徑計測定板片的厚度及透鏡的曲率半徑	30
3. 以阿特伍德機研究落體定律	33
4. 用擺測定重力加速度	37
5. 精密秤衡	42
6. 用比重瓶和流體靜力秤衡法測定固體的密度	53
7. 用比重瓶和流體靜力秤衡法測定液體的密度	56
8. 用瀉流法測定氣體密度	60
9. 以伸長和彎曲測定彈性模量	65
10. 以扭轉測定切變模量	76
11. 用扭擺法測定轉動慣量並驗證轉動慣量的移軸定理	79
12. 用衝擊電流計測定兩球彈性碰撞相接觸的時間	84

13. 用扭擺研究共振現象·····	89
14. 關聯系振動的研究·····	93
15. 用共振法研究弦的本徵振動·····	96
16. 用干涉法及駐波法測定氣體中的聲速·····	100
17. 迴轉儀的研究·····	105

第二篇 分子物理 ····· 111

18. 用氣體溫度計測定氣體的熱壓力係數·····	111
19. 測定液態氧的汽化熱·····	116
20. 測定氣體比熱之比·····	119
21. 用電流量熱器測定液體的比熱·····	123
22. 用冷卻法測定金屬的比熱·····	125
23. 金屬導熱係數的測定·····	127
24. 測定空氣的絕對濕度和相對濕度與乾濕球濕度計的常數·····	132
25. 熱功當量的測定·····	136
26. 高度真空的獲得及測量·····	139
27. 根據液體在毛細管中上升的高度來測定表面張力係數·····	148
28. 用水平毛細管來測量表面張力係數·····	158
29. 用氣泡中最大壓力的方法來研究溶液的表面張力係數與其濃度和溫度的關係·····	160
30. 以毛細管黏滯計測定液體內摩擦係數·····	163
31. 用斯特克斯方法測定液體的內摩擦係數·····	167
32. 由觀察阻尼振動的方法測定液體的內摩擦係數·····	170
33. 研究布朗運動定律及測定懸浮微粒的大小·····	174

緒 論

“科學的原理向來都是由實踐、由經驗來考驗的。如果科學和實踐斷絕了關係，和經驗斷絕了關係，那它還算是什麼科學呢？”

斯大林 ①

物理學是自然科學最重要的部門之一，是實驗的科學。

爲了確定物理現象的規律性，第一步就是要觀察。但是，科學的觀察遠非簡單問題。爲了闡明任何物理現象的規律性，必須善於分析出它的首要因素，並儘可能地變換現象進行時所處的條件，也就是由簡單的觀察轉變到實驗。因此，最重要的就是要發現現象之可測定的數量上的特性。又應當確定，我們將以什麼方法用什麼儀器來測定各種特性並且確定出數量上的定律來。數量的定律，說明所測諸量中之一如何隨其他諸量而變化，它的確立是最重要的問題之一。由上所述，顯然可見實驗對物理科學有着如何的意義。

當實驗剛被引入科學創造的過程中時，物理學的蓬勃而非常有成效的發展，曾在許多學者中引起了對於單純經驗主義的迷戀，而完全否定了理論的作用。

十八世紀最偉大的學者羅蒙諾索夫瞭解這種觀點的不正確性，和理論與實際結合的必要。在“關於海程的高度準確性之論文”中，羅蒙諾索夫着重地指出這一個原則。他寫道：“由觀測而建立理論，由理論而改正觀測，是發現真理的最好方法。”因爲在那時候，“我不作假說”

① 在第一次全蘇聯斯達漢諾夫工作者會議上的演說（1935年11月17日），見“列寧主義問題”（外國文書籍出版局印行），第664頁。

的說法得到了廣泛的傳播，羅蒙諾索夫捍衛着假說的方法，使它與“由個人頭腦中產生的臆說與空談”區分開；他又寫道：真正科學的“想像上之論斷是由可靠的並多次反覆的實驗中產生的”。

辯證唯物主義認為實驗只是科學認識過程中的一個必須的部分，而整個的認識過程概括地可視為由三個基本部分所組成：

1. 感知，也就是藉助於觀察對所研究的現象作初步考查。
2. 概括，也就是作出關於建立各別觀測結果間及與已知事實間的相互連繫，並且確立其間的一定關係（在物理學中，主要的是數量上的關係）的假說。同時，要儘可能地完全排除所有附屬的、偶然的情況，以便由所研究的現象中分析出它的本質來。

在這種概括過程中常有引用補充數據的需要，爲了獲得這些數據，就要進行新的觀測或作出專門的實驗。

3. 以在實際條件下的實踐或實驗，檢驗假說的真實性，也就是把前所排除的次要情況也估計在內。如果檢驗結果所得的是肯定的回答，這個檢驗就把這個假說提昇到理論之列，而且把這個假說所確定的關係提昇到定律之列。

列寧曾寫道：“對於唯物論者，人的實踐的‘效果’證明着我們的表象與我們所感知的物底客觀本性之符合……”^①。

但是決不可認為對於這個現象的科學認識過程，就以假說受實驗的驗證而終結了。經過某一段時間之後，新的觀測、新的實驗與它們發現前所創立的理論相矛盾，迫使我們要以新的觀點重新審查所有的事實之總和。這時在科學發展的一定階段上就產生了新的較完全的理論，而這個理論隨着時間的前進，又被更完全的理論所代替，如此前進不停。認識過程是無窮地延續下去的。

列寧曾寫道：“科學發展底每一階段，在這絕對真理底總和中添加了新的幾粒，可是每一科學原理底真理界限是相對的，它們是隨着知識

① 列寧：“唯物論與經驗批判論”，曹葆華譯，博古校，解放社版，167頁。

底往前發展，時而擴張、時而縮小的……”^①。

由此可見，實驗雖然不是科學研究的唯一方法，但是它的作用，尤其是作為真理的來源和判斷，是有決定意義的。所以，顯然地在實驗家的肩上（不論是作那種實驗的），永遠都擔負着重大的責任，因為他們的成績不僅要關連到與之相對應的理論之命運，而且，在或長或短的時期內，關連到科學發展的總方向（正如在物理學史中已然發生過多次的）。這種責任不僅與他們所得結果的正確性有關，而且尤其重要的是與實驗本身的詮釋有關。

實驗，應當儘可能地作到使它不僅不許可有錯誤，並且也不許可使其結果有意義分歧的解釋。

這樣，我們認清了物理實驗的作用是科學認識的方法之一。但是這樣決沒有終結了它在人類實踐中的應用。

我們已經指出，物理學的發展完全決定於技術的發展。但是反過來，技術也只有在發展着的各種精確科學（包括物理學）的基礎上才可能發展。瓦維洛夫寫道：“任何科學成果，即使它只是部分地正確，也可以而且應當得到實際上的應用”^②。實際上，許多技術部門的創立，一般地只是物理學某一部分發展的結果。全部的電工技術就可以作為這樣的一個例子，在十九世紀中葉，它簡直是跟着物理學中電學部分的基本發現而發展起來的。在物理學滲透到技術中去的過程中，物理實驗也佔着極端重要的地位；在把所研究的物理現象應用到實際中去以前，應當把它們在具體條件之下（就是現象進行所將要處在其中的條件之下）加以檢驗，以便考慮到通常極多附屬因素的可能影響。這種檢驗在大多數情形下是靠適當的物理實驗來進行的。

此外，知曉表出物質不同的特性的各種物理常數，對技術有着重大的意義。用計算來確定這些常數遠非經常地可能或合算，甚至只就所

① 同前書，162 頁。

② 瓦維洛夫：《斯大林時代的科學》，蘇聯科學院出版，莫斯科，1950，第 76 頁。

費時間而言。所以在絕大多數的情形下，這些常數也由適當的物理實驗來測出。

最後，應當指出，物理實驗作為研究許多與物理相近的自然規律的工具，特別是作為研究力學、化學、生物學等的工具，也有重大的意義。

測量概說 對初學者的物理實驗課程要注意兩個目的：首先，使實習者能夠認識最重要的儀器，並通曉精密的物理學測量的基本方法；其次，使實習者能夠更詳細地熟知某些自然現象和定律，對於這些現象和定律單靠物理講課時的表演通常是不足以完全了解的。第二種任務的首要之點雖然不是測量，而是研究現象的本身；但是也有測量的性質。屬於這類的實驗可舉出：用阿特武德機研究落體定律，光譜分析的某些實習，光的偏振現象的研究等等。

要測量某一量，這就是說要知道它是定作單位的同類量的多少倍。直接測定某一量，例如以直尺測長度、用天平測質量等，通常是很少遇見的；在大多數的情形中，直接測出的不是所求的量，而是若干個與它有着已知關係的其他的量，這些關係是由所測現象中的定律決定的。所求的量由直接測出各量來算出，這些量是出現在現象的定律或表出各量與所求量間關係的公式中的。例如，根據熟知的擺的公式，由擺長和擺動週期可以測定重力加速度；使一定量的蒸汽在定量的水中凝結由水的溫度升高計算出蒸汽的潛熱等等。這樣要測定所求的量，通常需要直接測量若干輔助量，這些輔助量是與所求量同時出現在所觀測的物理現象中的。在這種情形下，所有必需的測量應當按書中所指示的一定順序進行。

在大多數的情形下，作物理測量時，必須從事於三個順序的工作：安裝儀器、觀測和讀數。

儀器的安裝要求它們的正確的安置。這時應當注意各種外部與內部的情況及測量的條件；例如，很常見的，儀器的安置要使其一定的方向是鉛直的或一定的平面是水平的，或者儀器的某些部分要在電路中

正確地安排等等。在安裝儀器時，必須判斷各種外界因素對儀器的影響，例如，溫度、壓力等等；如果影響很顯著時，那就應當加以消除或注意。

在後一種情形中，所觀測的量要換算成在一定外界條件下的，例如，溫度 0° 、正常大氣壓力或真空等等。爲了能作出此種換算，應當在作實驗時確定進行測量所處的外界條件，否則所作測量就失去意義了。例如，常遇到的，必須確定進行測量時的溫度與大氣壓力。

第二個手續是觀測，就它的性質而言，觀測是很多種多樣的；例如，有時要求測定某一物理現象（在電路中的電流、聲音的感覺等等）消失的時刻，或者要測定某一體系中溫度達到最高點的時刻；或者要尋出一個距離，在這樣距離的情形下，望遠鏡中視場之兩半的照度相同；或者使兩點、兩線等，儘可能地達到重合。

當這些已經作完之後就應當讀數。最常遇到的是用某種標尺——直尺或曲尺，來讀出長度或角度。最後由讀數的結果確定所測之量。

關於測量的誤差 由於我們所使用的測量儀器的缺憾，和我們感覺器官的不完善，所有的測量只可能作到一定的準確程度；因此測量結果所給與我們的，不是所測之量的真實數值，而只是近似值。例如，測定物體重量時準確度達到 0.1 毫克力，這就是說，所求出的物體重量與其真值之差小於 0.1 毫克力。

測量的準確度決定於測量單位的最小部分，這個最小部分是進行測量在結果的正確性中有把握能達到的。測量的準確程度要看測量所用的儀器和全部測量方法如何而定；企圖在已定條件下使測量超過其準確度的限度是完全無理由地浪費時間。通常，準確度要達到所測量的 0.1%。在某些情形中，達到極高的準確度是可能的，例如用好天平來秤約爲 200 克重的物體，準確度不難到 0.1 毫克，即 0.00005% 的準確度。在另外某些情形中幾乎不能達到 0.1% 的準確度；這種情形，例如，普通溫度計來測量溫度和溫度的變化，常用溫度計只能讀到 0.1° ，

有時到 0.05° 的準確度；因此，如果所測溫度的變化約為 5° ，那麼準確度就不能超過所測之量的 1—2% 了。

由此可見，在着手測量之前，必須先確定，用所給的這些儀器測量時能達到的準確度之限度。這是可以由仔細研究這些儀器，分別地確定其中每個的準確度，和確定本測量方法的總準確度來達到的。如果在一個實驗中有幾個不同的量要測定，而且每個所測之量的可能的準確度之限度是不相同的；那麼在分別測定各量時，就不必過份地超過各量中準確度最低的那一準確度之限度。例如，在熱量測定中，水及量熱器的質量由秤衡測定，如前所述，準確度可達到 0.0001% 左右；但在該情形中，不必作這樣準確的測量，只須用較粗簡的天平來秤衡，例如準確度達到 0.1% 的就行了。因為，量熱器溫度的測定，如前所述，只能達到 1—2% 的準確度。

爲了提高最後結果的準確度，任何物理實驗必須不止作一次而在相同的實驗條件下作若干次。事實上，前面已經指出在測量或讀數時，我們多少總要有些相當大的誤差（錯誤）；這些誤差可由兩種原因產生，因此可分成兩類：**系統誤差**和**偶然誤差**。系統誤差產生於測量儀器的不準確性、測法本身的錯誤、或觀測者方面的某種疏忽；當然，增加測量的次數並不能減少這種誤差的影響；它們能否被免避只與對測法本身的批判、儀器狀況的修正、是否嚴格遵守所製定的進行工作的實施規則等有關。至於偶然誤差是由於讀數不準確而產生的，這種不準確是任何實驗者都完全可能無意地引入的，其產生原因是我們的感官有缺點，還有許多隨着測量而來的不能預料的其他情況。偶然誤差服從或然率的定律，這就是說，如果在某次測量中得到的結果較其真值爲大，那麼在其後某次測量中就有同樣可能得到的結果較其真值爲小。在這樣情形下，完全可以看出，多次反復進行同一測量就可以減少這種偶然誤差的影響，因為我們沒有根據認爲測量結果對真值的偏差在某一方面比在另一方面更爲可能。所以無疑的，由多次測量結果而得的**算術平均**

值就比所有各次測量結果更接近於所測之量的真值。

由或然率理論可從各次測量對其平均值的偏差計算出平均結果的近真誤差。在或然率理論教程中可以詳細地介紹此種問題^①。本書的目的只是給出些實用上的指示，這些指示甚至只是對所得結果準確度之近似的確定，也就是對根據若干次反復測量來確定平均結果之誤差所必須的。

例如，設 $N_1, N_2, \dots, N_k$ 是各次測量的結果；此處 k 是各次測量的總次數。那麼：

$$N = \frac{N_1 + N_2 + \dots + N_k}{k} \quad (1)$$

就最接近於所測之量的真值。各次測量與這平均值之差 ΔN_i ，也就是諸量 $N - N_1 = \pm \Delta N_1, N - N_2 = \pm \Delta N_2, \dots$ ，稱作各次測量的絕對誤差。我們所注意的不是這些誤差的正負號，而只是它們的數值。

各次誤差數值之算術平均值，稱作結果的平均絕對誤差，以 ΔN 表之；

$$\Delta N = \frac{\Delta N_1 + \Delta N_2 + \dots + \Delta N_k}{k} \quad (2)$$

比值 $\frac{\Delta N_1}{N_1}, \frac{\Delta N_2}{N_2}, \dots$ 稱作各次測量的相對誤差，又最後，平均絕對誤差 ΔN 與所測之量的平均值 N 之比稱作結果的平均相對誤差 (E)；

$$\frac{\Delta N}{N} = \pm E \quad (3)$$

尋常以百分數表出相對誤差。

以前已經說過，實驗結果很少能由只測一個物理量而得到。在大多數的情形下，要得到結果必須進行許多測量，並要對所得各被測之量的數值進行各種數學計算。知道了測量這些量時結果中所含的誤差，就應當來確定總結果本身的誤差。

^① 參看關於這種問題的書籍，例如，К. П. Яковлева, математическая обработка результатов наблюдений гостехнадзат, М.—Л., 1950。

我們研究幾個基本例子。

1. 兩個所測之量的相加(或相減), $N = A \pm B$, 之結果的絕對誤差與相對誤差。

設量 A 的測量之絕對誤差是 ΔA ; 量 B 的測量之絕對誤差是 ΔB 。那麼顯然,

$$N \pm \Delta N = (A \pm \Delta A) \pm (B \pm \Delta B)。$$

誤差 ΔA 和 ΔB 是可正可負的, 但是應當考慮到最不好的情況來加以計算。在測兩量 A 與 B 之和時, 如果 A 與 B 的測量誤差是同號的, 我們就得到最大誤差; 在測兩量之差時, 如果誤差是異號的, 我們也能得到最大誤差。因此在兩種情形中, 所測之量 N 的絕對誤差 ΔN 都等於所測之量 A 與 B 各個的絕對誤差之和 ①:

$$\pm \Delta N = \pm (\Delta A + \Delta B)。 \quad (4)$$

測量的相對誤差可由下式表出:

$$\text{對兩量之和} \quad E = \frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta A + \Delta B}{A + B}, \quad (5)$$

$$\text{對兩量之差} \quad E = \frac{\Delta A + \Delta B}{A - B}。$$

因此, 如果我們測定某一量, 這量等於兩量之差, 那麼這兩量之值相離愈近, 測量的相對誤差就愈大。

2. 兩量之積或商, $N = AB$ 和 $N = \frac{A}{B}$, 的絕對誤差和相對誤差;

設測 A 時的誤差是 $\pm \Delta A$, 而測 B 時的誤差是 $\pm \Delta B$, 那麼顯然地,

$$(N \pm \Delta N) = (A \pm \Delta A) \cdot (B \pm \Delta B) = AB \pm A\Delta B \pm B\Delta A \pm \Delta A\Delta B。$$

因 ΔA 和 ΔB 兩量與 A, B 相比可視為很小, 所以 $\Delta A \cdot \Delta B$ 可以忽略; 因此,

$$\Delta N = A\Delta B + B\Delta A。 \quad (7)$$

我們仍然考慮到最不好的情形, 那時兩誤差的符號應當相同。因此, 相乘積的絕對誤差等於第一量的絕對誤差與第二量的相乘積加上第二量

① 這樣算出的結果中的誤差常稱作極限誤差。

的絕對誤差與第一量的相乘積。因此，

$$E = \frac{\Delta N}{N} = \frac{A\Delta B + B\Delta A}{AB} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}。 \quad (8)$$

即相乘積的相對誤差等於各乘數相對誤差之和。

同樣，如果 $N = \frac{A}{B}$ ，那麼，

$$N \pm \Delta N = \frac{A \pm \Delta A}{B \pm \Delta B} = \frac{(A \pm \Delta A)(B \pm \Delta B)}{B^2 - (\Delta B)^2} = \frac{AB \pm B\Delta A \pm A\Delta B}{B^2}。$$

我們仍然忽略誤差的平方與它們的相乘積，並考慮到最不好的情況，那時測量中分子與分母的誤差要用相反的符號。因此：

$$\Delta N = \frac{B\Delta A + A\Delta B}{B^2}， \quad (9)$$

即商的絕對誤差等於分子的絕對誤差與分母的相乘積加上分母的絕對誤差與分子的相乘積再除以分母的平方。顯然，商的相對誤差等於被除數與除數的相對誤差之和。實際上：

$$E = \frac{\Delta N}{N} = \frac{B}{A} \cdot \frac{B\Delta A + A\Delta B}{B^2} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}。 \quad (10)$$

在此處應當注意，在一些情況下，當所測之量在計算結果的公式中出現多次時，機械地應用這些規則可能發生錯誤。我們可以研究下面的例子。設

$$N = \frac{A+B}{B}。$$

這時可機械地應用所導出的公式，視 N 為兩量 $C = A+B$ 與 B 相除所得的商，那麼：

$$\Delta N = \frac{B\Delta C + C\Delta B}{B^2}，$$

但

$$\Delta C = \Delta A + \Delta B，$$

所以

$$\Delta N = \frac{B(\Delta A + \Delta B) + (A+B)\Delta B}{B^2} = \frac{B\Delta A + (A+2B)\Delta B}{B^2}。$$