

粉碎理论概要

李启衡 编著

冶金工业出版社



粉碎理论概要

李启衡 编著

冶金工业出版社

前 言

粉碎工作的研究内容，包括工艺过程研究及所用设备研究两方面。工艺过程和设备二者密切相关。预期的工艺过程须用合适的设备来实现，而指定的设备就规定了可能有的工艺过程。丢开设备来谈工艺过程，会失掉根据；只讲设备而不涉及工艺过程，就难以深入理解工作的目的、特点和效果。但是，有时为了解决某种具体问题，必然侧重某一方面。粉碎工作者的主要任务和经常性的工作，是用已有的设备进行生产，分析其特点，评断其效果，研究生产中的实际问题及有关理论，从而谋求改进。因此，在熟悉所用设备的基础上，研究粉碎的工艺过程，极为重要。

粉碎生产是多种技术的综合，即使只研究工艺过程，要涉及的项目也相当多，不可能逐一研讨，只能将注意力集中于关键的内容。这些内容，可以说是粉碎理论的核心。它们从根本上规定了粉碎工作的特点，大致有以下五个方面：

(1) 测定粒度，分析结果。粉碎是使物料粒度变细的工作，所以需要经常测定粒度，并分析测定结果。

(2) 研究物料的抗破碎能力。物料强度及其他机械性质决定所需的破碎条件、能耗和可能达到的生产能力。

(3) 粉碎过程热力学。粉碎是能耗高而效率低的作业，必须讲究效率。只要涉及效率，就进入热力学的范畴。运用热力学理论处理问题，既可从根本上找到能耗高而效率低的原因，也可以将种种提高效率的研究及可能的途径作系统的及深入的探讨。

(4) 磨矿动力学。工艺过程的进行速度应当重视，因而要研究它的动力学，才能够辨明过程是以什么样的速度进行的和受哪些因素影响。

(5) 粉碎过程数学模型。粉碎生产要求连续稳定及最佳化，因此需要及时观测和控制。这些工作皆依靠计算机，而建造数学模型，并根据它编制程序，却是必不可少的。

目 录

前 言

1 粒度分析和粒度测定法原理	1
1.1 单颗粒子的直径和形状	1
1.1.1 单颗粒子直径的确定法	1
1.1.2 单颗粒子形状确定法	4
1.2 混合粒群的平均直径和标准差的算法	5
1.2.1 粒度分布及其统计特征数	5
1.2.2 粒度分布中的变量变换法	8
1.2.3 计算平均直径的方法	11
1.2.4 粒度分布中的标准差和均匀度算法	19
1.3 粒度特性方程式	20
1.3.1 粒度特性方程式与珀尔桑微分方程的关系	20
1.3.2 高丁-舒曼方程式	26
1.3.3 罗辛-拉姆勒尔方程式	30
1.3.4 对数正态分布	34
1.3.5 高丁-梅洛伊方程式	43
1.4 粒度测定法原理	46
1.4.1 各种测定法适用的粒度范围	46
1.4.2 筛分法	46
1.4.3 显微镜和电子显微镜法	50
1.4.4 沉积和淘析法	54
1.4.5 测定表面积的气体渗透法和气体吸附法	61
1.4.6 在线粒度分析法	69
1.4.7 几种方法测量结果的比较和划一	74
2 岩矿的抗破碎能力	79
2.1 固体的变形和破坏机理	79
2.1.1 强度	79
2.1.2 弹性	80

2.1.3	塑性	82
2.1.4	粘性	84
2.1.5	流变学和固体的流变模型	85
2.1.6	断裂	85
2.2	测定岩矿抗破碎能力的材料试验	89
2.2.1	各种应力状态的岩矿强度	90
2.2.2	应力-应变关系	93
2.2.3	硬度	96
2.3	测定岩矿抗破碎能力的工艺试验	99
2.3.1	落重仪法和摆式仪法	99
2.3.2	磨矿机测可磨性法	102
2.4	测定结果的应用	106
2.4.1	可碎性和可磨性分类	106
2.4.2	碎矿机设计	108
2.4.3	估计破碎的能量消耗和产物的粒度特性	110
2.5	尺寸效应	111
2.5.1	A.A.格里弗斯学说	111
2.5.2	韦布尔对格里弗斯学说的统计推论	113
2.5.3	尺寸效应的研究成果和异议	116
2.6	冲击	119
2.6.1	波在弹性固体中的传播	119
2.6.2	冲击作用的特点	122
2.6.3	赫茨理论的概况	125
2.6.4	冲击碎矿和磨矿	128
2.7	单粒破碎试验和研究	131
2.7.1	概况	131
2.7.2	吉尔瓦里-伯格斯特龙的研究	133
2.7.3	朗夫-舍纳特的研究	137
3	粉碎过程热力学	142
3.1	粉碎耗功原理	142
3.1.1	热力学分析的目的和意义	142
3.1.2	固体的比表面能	144

3.1.3	固体的比断裂表面能	149
3.2	粉碎耗功分析和粉碎效率	152
3.2.1	粉碎过程的能量平衡	152
3.2.2	磨矿过程的热力学效率	155
3.2.3	功耗分析和粉碎效率	160
3.2.4	比较粉碎设备效率的标准	163
3.3	粉碎耗功的理论	168
3.3.1	传统的三个粉碎耗功学说及其评价	168
3.3.2	对功耗学说作的修改	174
3.3.3	粉碎所需能量与产品粒度特性的关系	180
3.4	助磨剂及机械化学	188
3.4.1	概述	183
3.4.2	吸附降低硬度学说及其在磨矿中的应用	190
3.4.3	矿浆流变学及其在磨矿中的应用	194
3.4.4	机械化学	203
3.5	热力破碎	207
4	磨矿动力学	213
4.1	零级、一级和二级磨矿动力学	213
4.1.1	概述	213
4.1.2	零级磨矿动力学	214
4.1.3	一级磨矿动力学	217
4.1.4	二级磨矿动力学	217
4.2	一级磨矿动力学公式的导出及验证	218
4.2.1	E.W.戴维斯-A.W.范伦沃尔德的推证	218
4.2.2	C.E.安德列夫等的推证	220
4.2.3	K.A.拉苏莫夫等的推证	226
4.3	磨矿动力学方程与粒度特性方程的关系	230
4.3.1	B.A.别洛夫的论证	230
4.3.2	A.E.扎古斯廷-O.H.季霍诺夫的论证	232
4.3.3	新表面积产生的动力学及算法	235
4.4	选择性磨细	238
4.4.1	选择性磨细现象及其原因	238

4.4.2 选择磨细时的磨矿动力学	241
4.5 磨矿动力学在生产中的应用	245
4.5.1 工业磨机的技术评价	245
4.5.2 循环负荷、分级效率和磨机生产率的关系	248
4.5.3 缩小碎矿产物粒度与磨机比能耗的关系	253
4.5.4 自磨机的磨矿动力学	254
4.5.5 用磨矿动力学决定磨机的操作条件	259
5 粉碎过程的数学模型	261
5.1 概述	261
5.1.1 数学模型的意义和重要性	261
5.1.2 模拟的方法和模型的分 类	262
5.1.3 制模步骤	264
5.2 粉碎过程的数学模型	265
5.2.1 解离的数学模型	265
5.2.2 粉碎过程的数学模型的要素	269
5.2.3 粉碎过程的三种基本模型	274
5.3 数字仿真概况	282
5.3.1 数字仿真的意义和方法	282
5.3.2 数字仿真在碎矿和磨矿中的应 用	284
编后记	288
参考文献	291

1 粒度分析和粒度测定法原理

1.1 单颗粒子的直径和形状

1.1.1 单颗粒子直径的确定法

“粒度”是粒子大小的量度，通常借用“直径”一词来表示。测定方法不同，计算直径的公式也就不同，所得结果的含义当然各异。测定粒子直径的方法很多，可以归纳为直接测定法和间接测定法两大类。用尺、筛子或显微镜测定粒子的直线量度，然后按某种公式计算它们的平均值，这就是直接测定法。根据某种物理规律，测定粒子在某些因素影响下所具有的某一物理量，再换算成具有相同数值的同一物理量的球体的直径，用它代表粒子的大小，这就是间接测定法。例如测定粒子在介质中的沉降末速，根据牛顿定律或斯托克斯定律换算成具有相同沉降末速的球体的直径，用它表示粒子的大小，就是间接法。各种测定方法和它的计算公式以及所得直径的意义及用途，下面分别说明。

1.1.1.1 直接测定法

A 筛分

当用筛子鉴定粒子的大小时，如果粒子恰好能通过的筛孔宽是 B ，则粒子的直径 d_1 就是

$$d_1 = B \quad (1-1)$$

B 尺测

用尺、测微尺或标定圆目镜片测粒子的大小。

a 测粒子的长、宽和厚再计算直径

假定粒子有三根互相垂直的轴。将粒子最稳定地放置，沿最长的一根轴测得长度（ l ），沿次长轴测得宽度（ b ），沿最短的轴测得厚度（ t ），然后用下面几种方法计算它的直径：

$$d_2 = \frac{l+b}{2} \quad (1-2)$$

此式用来描述粒子的条形。

$$d_3 = \sqrt{lb} \quad (1-3)$$

此式用来说明直径与面积为 lb 的正方形的边长相当。

$$d_4 = \frac{l+b+t}{3} \quad (1-4)$$

此式用来描述粒子的片状。

$$d_5 = \sqrt[3]{lbt} \quad (1-5)$$

此式表示直径与体积为 lbt 的正立方体的边长相当。

$$d_6 = \sqrt{\frac{lb+lt+bt}{3}} \quad (1-6)$$

此式表示正立方体的粒子，其表面积（ $6d_6^2$ ）与体积为 lbt 的长方体的表面积相当。

$$d_7 = \frac{3lbt}{lb+lt+bt} \quad (1-7)$$

由长方体粒子的单位体积的表面积（即比表面积）求它的直径时，假定直径 d_7 构成的正立方体的比表面积与此长方体的相等，即得此式。

b 测粒子的投影直径和统计直径

在显微镜下测定粒子时，测出它的投影面积（ A ），再换算成面积与它相等的圆的直径，名为投影直径（ d_p ）。

$$d_p = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} \quad (1-8)$$

测定时可用显微镜中附设的标定圆目镜片。统计直径有两种，即G.马廷（Martin）直径和L.R.弗里特（Ferét）直径。马廷直径（ d_M ）是平行于选定轴而将投影面积约等分为二的割线的长度；弗里特直径（ d_F ）是平行于选定轴的在投影面积两对边的切线之间的距离。 d_p 、 d_M 和 d_F 的比较如图1-1。

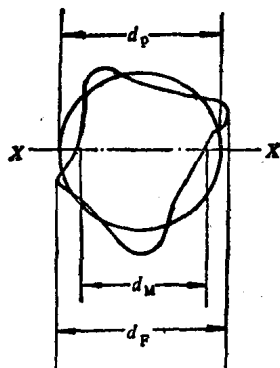


图 1-1 d_p 、 d_F 和 d_M 的比较

1.1.1.2 间接测定法

间接测定法中，最重要的是与重力有关的方法。测定粒子的重量 (G) 和密度 (ρ)，求出它的体积 (V)，再换算成同体积的球体的直径，称为当量直径 (d_e)。

$$d_e = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}} = 1.24 \sqrt[3]{\frac{G}{\rho}} \quad (1-9)$$

在粘度 (η) 及密度 (ρ') 为已知的介质中，测定密度为 ρ 的粒子的沉落末速 (v)，按斯托克斯定律或牛顿定律算出的直径，与密度相同及沉落末速相等的球体的直径相当，名为斯托克斯直径 (d_{st}) 或牛顿直径 (d_N)。

$$d_{st} = \sqrt{\frac{18v\eta}{g(\rho - \rho')}} \quad (1-10)$$

$$d_N = \frac{v^2 \rho}{K(\rho - \rho')} \quad (1-11)$$

式中 K ——常数。

以上各法测得的直径，相互间有以下一些经验关系^[1~3]：

(1) 对于各向相同的粒子，马廷统计直径 (d_M) 极为接近当量直径 (d_e)。如果是不规则形状的粒子，由于它趋向于以最大面安稳地放置，故 d_M 比 d_e 大 1.05 倍 (圆形砂粒) 到 1.30 ~

1.45倍（多角形粒子或破碎过的石灰石）。

（2）除特别扁的和特别长的外，一般形状的粒子，它的 d_e 值与筛孔宽度及 d_{st} 值相近似，通常约大5~15%。

（3）标定圆目镜片测得的投影直径（ d_p ）与统计直径相比较， $d_F > d_p > d_M$ 。 d_F/d_M 之比值，对于波特兰水泥约为1.2，对于磨细的石英和玻璃约为1.3。

1.1.2 单颗粒形状确定法

1.1.2.1 球形度

球形度即矿粒接近球形的程度。它的定义是，与矿粒体积相等的球体的表面积和矿粒的真实表面积之比。由于矿粒的真实表面积难以准确测定，故此定义不便应用，于是用下面的公式来定义球形度

$$\phi = \frac{d_p}{d_e} \quad (1-12)$$

式中 ϕ ——球形度；

d_p ——投影直径，见式（1-8）；

d_e ——矿粒的投影面积的最小外接圆的直径，可以近似地用恰好能让矿粒通过的圆筛孔的直径来表示。

A.M.高丁（Gaudin）曾测定几种规则形状的几何体的球形度，并指明选矿上常遇到的矿粒的球形度约为0.5~0.7。^{〔4〕}

同一物料，粗粒级的球形度与细粒级的不同，一般是细粒级更近于球形。C.E.安得列夫（Андреев）^{〔3〕}和B.П.罗马登（Ромашин）^{〔5〕}皆曾做过粒度与球形度的关系的测定，证明此点。

1.1.2.2 形状系数

形状系数有两种，即体积形状系数（ α_v ）和面积形状系数（ α_s ）。它们的定义如下：

$$\alpha_v = \frac{V}{d_p^3} \quad (1-13)$$

$$\alpha_s = \frac{S}{d_p^2} \quad (1-14)$$

表 1-1 某些物料的 α_v 和 α_s ^[1]

物 料	α_v		α_s		
破碎过的石英	0.27	0.28	2.0~2.5		
白 砂			2.1	2.6	2.7
过滤砂			2.7		2.9
方解石	0.135				
长 石	0.26				
角闪石	0.02				

式中 V ——不规则形状的粒子的平均体积；

S ——它的平均表面积；

d_p ——用式 (1-8) 计算的投影直径。

如果令 $d_{s..}$ 为按单位体积的表面积计算的直径,正立方体和球体的表面积都是 $6/d_{s..}$,因而它们的 α_s/α_v 的比值皆为6。对于其它形状的粒子, $\alpha_s/\alpha_v > 6$ 。破坏了的粒子的 α_s/α_v 约为6.4;尖锐粒子的是7.0;多角形粒子的为7.7;破碎过的石英的约为11^[1]。

某些研究者认为:测定不规则形状粒子的对边上两点间的距离,得到若干值。其中的最大值与最小值之比,如在4以下,就可以不考虑形状^[6]。

1.2 混合粒群的平均直径和标准差的算法

1.2.1 粒度分布及其统计特征数

粒度分析是一种统计工作。如果将粒度当作随机变量(X),当它所取的值小于任意指定数 x 这事件有一定的概率 $p\{X < x\}$,而且这个概率只与 x 的值有关,即它是 x 的函数 $F(x)$,于是可表示为

$$P\{X < x\} = F(x)$$

在间距 Δx 里,此函数的元差值为

$$\frac{[F(x) - F(x - \Delta x)]}{\Delta x}$$

当极限函数 $F(x)$ 有导函数 $F'(x) = \varphi(x)$ 时,则

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} = \frac{[F(x) - F(x - \Delta x)]}{\Delta x} = F'(x) = \varphi(x)$$

函数 $F(x)$ 称为随机变量 X 的累积分布函数 (简称分布函数), 而函数 $\varphi(x)$ 叫做微分分布函数 (简称分布密度), 它们都表示随机变量 X 的分布。在粒度分析中, 如令 x 为粒度, 习惯上以筛下累积重量百分率 $[W(x)]$ 代替 $F(x)$, 而以它的导函数 $W'(x)$ (即重量百分率) 代替 $\varphi(x)$ 。于是, 表示分布的两种函数有如下的关系,

$$\left. \begin{aligned} &F'(x) = \varphi(x); \\ \text{或 } W'(x) &= \frac{dW(x)}{dx}, \quad W(x) = -\frac{\int_0^x W'(x) dx}{\int_0^{x_{\max}} W'(x) dx} \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

此关系以后经常应用。

下面是一幅典型的粒度分析曲线图 (图1-2), 从其中和分布的两种函数的意义, 可知以下四点重要性质:

(1) 分布密度为非负数, 即

$$\varphi(x) \geq 0 \quad \text{或} \quad W'(x) \geq 0$$

(2) 如果 $x - \varphi(x)$ 曲线的上下限为 b 与 a , 因整个曲线下的面积表示全部频率, 故

$$\int_a^b \varphi(x) dx = 1 \quad \text{或} \quad \int_a^b W'(x) dx = 1$$

在 $x - \varphi(x)$ 曲线上任取两个随机变量的值 x_1 和 x_2 , 它们之间的面积

$$A = \int_{x_1}^{x_2} \varphi(x) dx$$

就是介于其间的随机变量值的频率。

(3) 正累积分布 $[F^*(x)]$ 曲线与负累积分布 $[F(x)]$ 曲线对称, 并在频率 50% 处相交, 因为

$$F(x) = 1 - F^*(x)$$

而且

$$\frac{dF(x)}{dx} = \varphi(x) \quad \text{及} \quad \frac{dF^*(x)}{dx} = -\varphi(x)$$

(4) 在曲线上下限为 b 及 a 的区域内:

当 $x \leq b$ 时, $F^*(x) = 0, F(x) = 1$;

当 $x \geq a$ 时, $F^*(x) = 1, F(x) = 0$ 。

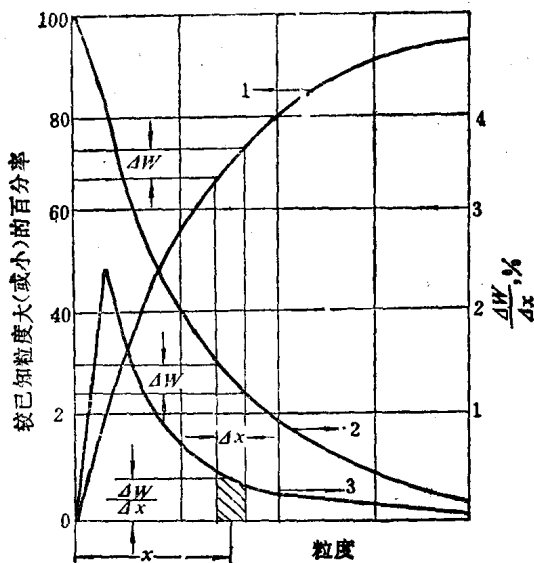


图 1-2 粒度分析曲线

1—筛下累积, 2—筛上累积, 3—频率

可以用两个指标来概括地描述随机变量的分布, 一为平均数, 另一为标准差。平均数是量度集中趋势的指标, 分布中的各随机变数皆环绕它分布着。求出它后, 分布的中心即为已知, 从而分布的位置 (或集中性质) 即属确定。标准差是描述离散性质的指标, 它反映各随机变数和分布中心的离散程度, 可定出分布的范围。有了这两种统计特征数, 分布的位置和分布的范围皆为已知, 分布即属确定。

平均数有种种算法, 但以算术平均数最为重要。因为数学期望是算术平均的推广, 故在大量的重复操作中, 算术平均最接近期望值。

矩是分布的另一数字特征。如果定义分布的 r 阶原点 ($X=0$) 矩为

$$\left. \begin{aligned} \text{或} \quad \nu_r &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K f_i X_i^r, \\ \nu_r &= \int_{-\infty}^{+\infty} X^r \varphi(X) dX \end{aligned} \right\} \quad (1-16)$$

则一阶 ($r=1$) 原点矩就是算术平均值

$$\left. \begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\sum X_i f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum X_i f_i}{N}, \\ \text{或} \quad \bar{X} &= \int_{-\infty}^{+\infty} X \varphi(X) dX \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

如果定义分布的 r 阶中心 ($X = \bar{X}$) 矩为

$$\left. \begin{aligned} \mu_r &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K f_i (X_i - \bar{X})^r, \\ \mu_r &= \int_{-\infty}^{+\infty} (X - \bar{X})^r \varphi(X) dX \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

则二阶 ($r=2$) 中心矩即均方差

$$\left. \begin{aligned} \sigma^2 = \mu_2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K f_i (X_i - \bar{X})^2, \\ \text{或} \quad \sigma^2 = \mu_2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} (X - \bar{X})^2 \varphi(X) dX \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

并且有

$$\sigma^2 = \mu_2 = \nu_2 - \nu_1^2 \quad (1-20)$$

统计学中的这些关系，在粒度分析的计算中常常用到。

1.2.2 粒度分布中的变量变换法

我们所研究的粒子，是形状不规则的有质量的三维固体。对它作统计分析时，随目的之不同，所选用的随机变量可以是直径、体积和表面积等等，而表达它们的频率可以用体积（或质量）、面积和颗数等等的百分率。倘若有一已知分布的粒度分析资料，本来是用直径一颗数百分率表示的，现因某种需要，须将它改为表面积—质量百分率来表示并求其分布，此两种变量有一定关系。怎样变换，这是概率论中的由随机变数 X 的分布推求随

机变量 Y 的分布的问题, Y 与 X 在此有一定的函数关系。

假定变量 x 与变量 y 有一定的函数关系, 即

$$y = g(x) \quad \text{或} \quad x = h(y)$$

如 x 的分布密度已知为 $\varphi(x)$, 试根据它求 y 的分布密度 $\varphi(y)$ 。因为随机变量在一定区间有一确定的概率, 表示方法虽有改变, 但此概率确属不变。即 X 在区间 x_1 与 x_2 的概率, 是和 Y 在区间 y_1 与 y_2 的概率相等, 即

$$\begin{aligned} P(x_1 \leq X < x_2) &= \int_{x_1}^{x_2} \varphi(x) dx = P(y_1 \leq Y < y_2) \\ &= \int_{y_1}^{y_2} \varphi[h(y)] h'(y) dy \end{aligned} \quad (1-21)$$

根据此原则, 用下面的例子〔7〕来说明具体用法。

已知直径-颗数的分布密度是

$$\varphi(d) = \frac{n}{N} = \frac{1}{100} e^{-\frac{d}{100}}$$

此处 n 为 $d \rightarrow d + d(d)$ 粒级的颗数, N 为总颗数。试将它转换为体积-质量百分率的分布密度。

先由题意找出 $y = g(x)$ 为

$$V = \alpha_v d^3 \quad \text{或} \quad d = \left(\frac{V}{\alpha_v} \right)^{\frac{1}{3}}$$

其次求 $\varphi[h(y)]h'(y)dy$, 得到

$$\begin{aligned} \varphi[h(y)]h'(y)dy &= \varphi \left[\left(\frac{V}{\alpha_v} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \times d \left[\left(\frac{V}{\alpha_v} \right)^{\frac{1}{3}} \right] / dV \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{V^{-\frac{2}{3}}}{\alpha_v^{1/3}} \times \varphi \left[\left(\frac{V}{\alpha_v} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \end{aligned}$$

接着确定 $\varphi \left[\left(\frac{V}{\alpha_v} \right)^{1/3} \right]$ 如下,

$$\varphi \left[\left(\frac{V}{\alpha_v} \right)^{1/3} \right] = \frac{d^3 \varphi(d)}{\int_{d_{\min}}^{d_{\max}} d^3 \varphi(d) d(d)}$$

今已知 $\varphi(d) = \frac{1}{100} e^{-\frac{d}{100}}$, 取 $d_{\max} = \infty$ 及 $d_{\min} = 0$, 上式分母为

$$\int_0^{\infty} d^3 \frac{1}{100} e^{-\frac{d}{100}} d(d)$$

将它与定积分公式表中的

$$\int_0^{\infty} e^{-kx} x^{n-1} dx = \frac{\Gamma(n)}{k^n}$$

相比较. $k = \frac{1}{100}$, $n = 4$, $\Gamma(n) = \frac{n!}{n} = 3!$

于是

$$\int_0^{\infty} d^3 \frac{1}{100} e^{-\frac{d}{100}} d(d) = 3! \times 100^4$$

最后求 $\varphi[h(y)]h'(y)dy$ 的最终形式, 得

$$\begin{aligned} \varphi[h(y)]h'(y)dy &= \frac{1}{3} \times \frac{V^{-\frac{2}{3}}}{\alpha_v^{1/3}} \times \varphi\left[\left(\frac{V}{\alpha_v}\right)^{1/3}\right] \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{V^{-2/3}}{\alpha_v^{1/3}} \times \frac{\frac{V}{\alpha_v} \cdot \frac{1}{100} \exp\left[-\frac{(V/\alpha_v)^{1/3}}{100}\right]}{3! \times 100^4} \\ &= \frac{(V/\alpha_v)^{1/3}}{18 \times 100^5 \alpha_v} \exp\left[-\frac{(V/\alpha_v)^{1/3}}{100}\right] \end{aligned}$$

以上是解决此种问题的基本原理和方法。遇此问题时, 并不需要这样复杂的推算, 因为已根据此原理和方法作过种种变换, 概括出用下面通式计算的简便办法〔7〕。

$$\varphi_q(\xi_K) = \frac{\xi_K^{\frac{q-m}{K}} \varphi_m(\xi_K)}{\int_{\xi_{K_{\min}}}^{\xi_{K_{\max}}} \xi_K^{\frac{q-m}{K}} \varphi_m(\xi_K) d\xi_K} \quad (1-22)$$

式中 ξ_K 为粒度变量, $\varphi_q(\xi_K)d(\xi_K)$ 为 $\xi_K \rightarrow \xi_K + d\xi_K$ 之间的粒级的产率, 脚码 $q \cdot m$ 和 K 的意义作如下规定:

q (或 m) 的值	0	1	2	3
总体的意义	颗数	长度	面积	体积(或质量)