

H. J. 巴茨 著

# 数学公式手册

科学出版社

# 数学公式手册

H. J. 巴茨 著  
陆启韶 黄立民 译  
李心灿 校

科学出版社

1987

## 内 容 简 介

本书是一本很有特色的数学公式手册,是根据德文第九版的英译本翻译的。本书取材相当广泛,不仅包括初等数学、解析几何、微积分、傅里叶级数以及概率运算基础等内容,而且安排了矩阵、统计学、线性优化、布尔代数和拉普拉斯变换等专题性内容。本书的主要特点是:一、内容安排合理、系统性强。本书从中学的数学内容讲起,逐步深入到近代数学的主要领域,并附有详细的名词索引,便于读者使用。二、书中给出大量的例题,以帮助读者理解那些抽象的数学公式。三、本书对数学的基本概念和公式做了简要的说明和小结,可以使读者不仅了解数学的公式,并且真正掌握数学的本质。

本书第一章至第四章由陆启韶同志翻译,第五章至第十二章由黄立民同志翻译。

读者对象为:理工科大学学生、研究生、教师以及广大科学工作者和工程技术人员。

H. J. Bartsch

HANDBOOK OF MATHEMATICAL FORMULAS

Academic Press, 1974

## 数 学 公 式 手 册

H. J. 巴茨 著

陆启韶 黄立民 译

李心灿 校

责任编辑 吕虹 张鸿林

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

\*

1987年4月第一版 开本:787×1092 1/32

1987年4月第一次印刷 印张:17 1/2

印数:0001—22,500 字数:394,000

统一书号:13031·3515

本社书号:5039·13—1

定价:4.40元

## 译 者 的 话

本书根据 H. J. 巴茨 (Bartsch) 所著的《数学公式手册》(Mathematische Formeln) 第九版的英译本 (1974 年) 译出。本书是一本著名的数学手册, 内容丰富, 系统性强, 尤其注重对数学基础知识的阐述。在主要公式或方法中, 作者给出简要的说明、例题和小结, 有助于读者学习和使用。本书对于大专院校的广大师生、科研人员和技术人员, 是一本很有用的数学参考书。

为了便于我国读者使用, 我们在译本中对书首的数学符号表做了少量更动, 还将书末的索引重新整理, 按中文笔划顺序编排。此外, 我们还对原书的个别地方作了订正或补充。

由于我们的水平有限, 译本中难免有错误或不妥之处, 请读者批评指正。

译 者  
1986 年 6 月

## 序 言

在科学技术大规模发展的今天,无怪乎人们越来越迫切需要科技专业技能方面的教育和训练.这种需求首先体现在数学上,因为数学是一门最严密、最精确的科学.对于工程师、技术员、设计师以及技术工人来说,只有当他们具备足够扎实的数学基础知识时,才能跟上技术的迅速发展,才能适应工作中对数学精确性的要求.这就要求在一切有关的学校中设置足够的数学基础课.我们编辑这本数学公式手册正是为了满足这种教学需要.本书从中学的数学内容讲起,它主要是打算给技术学校和理工科大学的学生使用的.显然,本书不可能涉及数学的所有专门领域,但是它取材相当广泛,包括从算术的基本法则、解析几何、微积分,直到傅里叶级数以及概率运算基础等内容;此外,还有诸如矩阵、统计学、线性优化、布尔代数和拉普拉斯变换等专题性内容.为了便于读者使用本书,我们特别注意对内容的妥善安排,并附有详细的主题索引.

本书给出大量的例题,用以帮助读者理解那些抽象的数学公式.书中的说明可以使读者不仅学会数学公式,而且能够真正掌握数学的本质;因为这些说明能够启迪读者对数学问题进行透彻的推理,并且创造性地把数学用于实践.

在本书的新版问世之际,作者和出版者都希望它能满足广大读者的要求,并诚挚地欢迎他们对本书提出改进的建议.

作者和出版者

# 数学符号表

## 0.1. 一般数学符号

### 1. 有序符号

$a_1, a_2, \dots, a_n$

数列；序列

### 2. 等号和不等号

=

等于

≡

恒等于

≠

不等于

≢

不恒等于

~、∞

正比于

≈

近似等于

⊆

对应于

<

小于

>

大于

⩽

不大于

⩾

不小于

≪

远小于

≫

远大于

### 3. 基本算术运算符号

+ 加

- 减

· 乘

÷、/、:、÷ 除

: 比例

% 百分比

‰ 千分比

( ) 圆括号

[ ] 方括号

{ }	花括号	< >	角括号
4. 几何符号			
//	平行于	⊥	不平行于
↑↑	同向平行	↕	反向平行
⊥	垂直于		
△	三角形		
≅	全等	~	相似
∠	角		
$\overline{AB}$	直线段	$\widehat{AB}$	弧段
5. 代数和初等分析符号			
sgn	符号函数	z	z 的绝对值(模)
argz	z 的辐角		
n!	n 阶乘	$\binom{n}{p}$	组合数
∑	和式	∏	连乘积
$\sqrt{\quad}$	平方根	$\sqrt[n]{\quad}$	n 次方根
i (或 j)	虚数单位	π	圆周率
( )	矩阵	(或 det)	行列式
f(x)	函数		
6. 极限和区间			
∞	无穷大	lim	极限
→	趋于		
(a, b)	开区间	[a, b]	闭区间
7. 微分学符号			
Δf	增量		
$f'(x), f''(x), \dots, f^{(n)}(x), \dots$		}	导数和高阶导数
$\dot{\varphi}(t), \ddot{\varphi}(t), \dots$			
$y', y'', \dots, y^{(n)}, \dots$			





$\text{arc ctg}$ (或 $\cot^{-1}$ , $\text{ctg}^{-1}$ )	反余切
$\sinh$ (或 $\text{sh}$ )	双曲正弦
$\tanh$ (或 $\text{th}$ )	双曲正切
$\text{arsinh}$ (或 $\sinh^{-1}$ , $\text{sh}^{-1}$ )	反双曲正弦
$\text{arcosh}$ (或 $\cosh^{-1}$ , $\text{ch}^{-1}$ )	反双曲余弦
$\text{artanh}$ (或 $\tanh^{-1}$ , $\text{th}^{-1}$ )	反双曲正切
$\text{arcoth}$ (或 $\coth^{-1}$ , $\text{cth}^{-1}$ )	反双曲余切

## 0.2. 集论符号

$$A = \{a_k\} = \{a_1; a_2; a_3; \dots\}$$

由元素  $a_1; a_2; a_3; \dots$  组成的集  $A$

$\{a_k\}$  对应于自然数列的有序集

$\in$  属于

$\notin$  不属于

$=$  等于

$\{ \}$  或  $\emptyset$  空集

$\subset$  是…的子集;包含于

$\cup$  并集;和集

$\cap$  交集;通集

$\setminus$  差集

$\rightarrow$  映射到…

$\times$  笛卡儿积集;叉积集

$N$  自然数集,即  $\{1, 2, \dots\}$

$I$  整数集,  $N \subset I$

$K$  有理数域,  $I \subset K$

$R$  实数域,  $K \subset R$

$C$  复数域,  $R \subset C$

$S$  解集

## 0.3. 逻辑符号

$A_1 \Rightarrow A_2$	由 $A_1$ 得到 $A_2$
$A_1 \Leftrightarrow A_2$	$A_1$ 和 $A_2$ 等价
$\vee, +, \cup$	逻辑或; 逻辑加
$\wedge, \cdot, \cap, \&$	逻辑与; 逻辑积
$\bar{x}$	逻辑非; 逻辑否

# 目 录

<b>数学符号表</b> .....	xi
0.1. 一般数学符号 .....	xi
0.2. 集论符号 .....	xiv
0.3. 逻辑符号 .....	xiv
<b>第一章 算术和代数</b> .....	1
1.1. 集论 .....	1
1.1.1. 基本概念 .....	1
1.1.2. 集的运算 .....	2
1.1.3. 映射、基数 .....	3
1.2. 实数 .....	3
1.2.1. 概述 .....	3
1.2.2. 无理数 .....	4
1.2.3. 二项式系数、二项式定理 .....	5
1.3. 虚数或复数 .....	8
1.3.1. 虚数 .....	8
1.3.2. 复数的算术式 .....	9
1.3.3. 复数的三角式 .....	12
1.3.4. 复数的指数式 .....	14
1.3.5. 复数和负数的自然对数 .....	16
1.3.6. 图解法 .....	17
1.4. 比例 .....	21
1.5. 对数 .....	24
1.5.1. 概述 .....	24
1.5.2. 对数计算法则 .....	25
1.5.3. 利用对数表求常用对数 .....	26

1.6. 组合分析 .....	28
1.6.1. 排列 .....	28
1.6.2. 选排列 .....	29
1.6.3. 组合 .....	30
1.7. 百分率计算、利息计算 .....	31
1.7.1. 百分率(或千分率)的计算 .....	31
1.7.2. 利息计算 .....	32
1.8. 数列和级数 .....	33
1.8.1. 概述 .....	33
1.8.2. 算术数列和算术级数 .....	35
1.8.3. 几何数列和几何级数 .....	37
1.8.4. 复利计算 .....	38
1.8.5. 年金 .....	40
1.9. 行列式 .....	42
1.9.1. 概述 .....	42
1.9.2. 行列式定理 .....	45
1.9.3. 行列式的应用 .....	49
1.10. 矩阵 .....	52
1.10.1. 概述 .....	52
1.10.2. 矩阵的定理 .....	56
1.10.3. 应用 .....	64
<b>第二章 方程、函数、向量 .....</b>	<b>66</b>
2.1. 方程 .....	66
2.1.1. 概述 .....	66
2.1.2. 单变量的代数方程 .....	68
2.1.2.1. 线性方程 .....	68
2.1.2.2. 二次方程 .....	69
2.1.2.3. 三次方程 .....	71
2.1.2.4. $n$ 次一般方程 .....	74
2.1.3. 超越方程 .....	75

2.1.3.1. 指数方程 .....	75
2.1.3.2. 对数方程 .....	76
2.1.4. 方程的近似求根法 .....	77
2.1.4.1. 位差法(线性插值法) .....	77
2.1.4.2. 牛顿近似法 .....	78
2.1.4.3. 迭代法 .....	79
2.1.4.4. 方程的图解法 .....	80
2.1.5. 方程组 .....	81
2.1.5.1. 两个变量的线性方程组 .....	81
2.1.5.2. 三个变量的线性方程组 .....	83
2.1.5.3. 高斯算法 .....	85
2.1.5.4. 两个变量的二次方程组 .....	86
2.1.5.5. 两个变量的方程组的图解法 .....	89
2.2. 不等式 .....	90
2.3. 函数 .....	91
2.3.1. 概述 .....	91
2.3.2. 解析表示的其他方法 .....	96
2.3.3. 函数的图象 .....	100
2.4. 向量计算 .....	105
2.4.1. 概述 .....	105
2.4.2. 向量的乘法 .....	109
2.4.3. 向量计算的几何应用 .....	113
2.5. 对圆的反射、反演 .....	118
<b>第三章 几何</b> .....	<b>123</b>
3.1. 概述 .....	123
3.2. 平面几何 .....	129
3.2.1. 三角形 $ABC$ .....	129
3.2.2. 四边形 .....	136
3.2.3. 多边形 ( $n$ 边形) .....	139
3.2.4. 圆 .....	144

3.3. 立体几何 .....	146
3.3.1. 一般定理 .....	146
3.3.2. 由平面围成的立体形 .....	148
3.3.3. 由曲面围成的立体 .....	153
3.4. 三角学、平面三角、双曲函数 .....	161
3.4.1. 三角学 .....	161
3.4.2. 斜三角形的三角公式 .....	176
3.4.3. 三角方程 .....	181
3.4.4. 反三角函数 .....	185
3.4.5. 双曲函数 .....	188
3.4.6. 反双曲函数 .....	194
3.5. 球面三角 .....	196
3.5.1. 概述 .....	196
3.5.2. 球面直角三角形 .....	197
3.5.3. 球面斜三角形 .....	198
3.5.4. 数学在地理学中的应用 .....	204
<b>第四章 解析几何</b> .....	<b>207</b>
4.1. 平面解析几何 .....	207
4.1.1. 各种坐标系 .....	207
4.1.2. 点和线段 .....	209
4.1.3. 直线 .....	211
4.1.4. 圆 .....	216
4.1.5. 抛物线 .....	220
4.1.6. 椭圆 .....	228
4.1.7. 双曲线 .....	238
4.1.8. $x$ 和 $y$ 的一般二次方程 .....	248
4.2. 空间解析几何 .....	254
4.2.1. 各种坐标系 .....	254
4.2.2. 空间中的点和线段 .....	257
4.2.3. 空间中的平面 .....	260

4.2.4. 空间中的直线 .....	264
4.2.5. 二次曲面 .....	269
4.2.6. $x, y$ 和 $z$ 的一般二次方程 .....	276
<b>第五章 微分学</b> .....	<b>278</b>
5.1. 极限 .....	278
5.2. 差商、微商、微分 .....	281
5.3. 微分法则 .....	283
5.4. 初等函数的导数 .....	289
5.5. 向量函数的微分法 .....	292
5.6. 图解微分法 .....	293
5.7. 函数的极值(极大值与极小值) .....	293
5.8. 中值定理 .....	298
5.9. 不定式 .....	300
<b>第六章 微分几何</b> .....	<b>304</b>
6.1. 平面曲线 .....	304
6.1.1. 平面曲线的要素 .....	304
6.1.2. 几条重要的平面曲线 .....	312
6.2. 空间曲线 .....	323
6.3. 曲面 .....	332
<b>第七章 积分学</b> .....	<b>333</b>
7.1. 不定积分的定义 .....	333
7.2. 基本积分公式 .....	333
7.3. 积分法则 .....	335
7.4. 一些特殊的积分 .....	346
7.4.1. 有理函数的积分 .....	346
7.4.2. 无理函数的积分 .....	349
7.4.3. 三角函数的积分 .....	352
7.4.4. 双曲函数的积分 .....	359
7.4.5. 指数函数的积分 .....	362
7.4.6. 对数函数的积分 .....	363

7.4.7. 反三角函数的积分 .....	365
7.4.8. 反双曲函数的积分 .....	366
<b>7.5. 定积分 .....</b>	<b>367</b>
7.5.1. 概述 .....	367
7.5.2. 积分中值定理 .....	368
7.5.3. 定积分的几何解释 .....	369
7.5.4. 定积分的近似计算 .....	369
7.5.5. 图解积分法 .....	372
7.5.6. 广义积分 .....	372
7.5.7. 几个定积分 .....	374
7.5.8. 定积分的应用 .....	376
<b>7.6. 线积分 .....</b>	<b>384</b>
7.6.1. 平面线积分 .....	384
7.6.2. 空间线积分 .....	386
7.6.3. 向量的线积分 .....	387
<b>7.7. 重积分 .....</b>	<b>388</b>
7.7.1. 二重积分 .....	388
7.7.2. 三重积分 .....	394
<b>第八章 微分方程 .....</b>	<b>397</b>
8.1. 概述 .....	397
8.2. 一阶常微分方程 .....	401
8.2.1. 分离变量 .....	401
8.2.2. 一阶齐次微分方程 .....	402
8.2.3. 一阶非齐次微分方程 .....	403
8.2.4. 一阶全(恰当)微分方程 .....	405
8.2.5. 积分因子 .....	407
8.2.6. 贝努利微分方程 .....	408
8.2.7. 克雷罗微分方程 .....	409
8.2.8. 黎卡提微分方程 .....	409
8.3. 二阶常微分方程 .....	410



8.3.1. 特殊情形 .....	410
8.3.2. 二阶常系数齐次线性方程 .....	414
8.3.3. 二阶变系数齐次线性方程 .....	415
8.3.4. 欧拉微分方程 .....	416
8.3.5. 二阶常系数非齐次线性方程 .....	420
8.3.6. 二阶变系数非齐次线性微分方程 .....	423
8.4. 三阶常微分方程 .....	426
8.4.1. 三阶常系数齐次线性微分方程 .....	426
8.4.2. 三阶常系数非齐次线性微分方程 .....	427
8.5. 利用幂级数求微分方程的解 .....	428
8.6. 偏微分方程 .....	429
8.6.1. 简单的偏微分方程 .....	429
8.6.2. 对 $z = f(x, y)$ 的一阶线性偏微分方程 .....	430
<b>第九章 无穷级数、傅里叶级数、拉普拉斯变换、傅里叶</b>	
<b>积分</b> .....	<b>433</b>
9.1. 无穷级数 .....	433
9.1.1. 概述 .....	433
9.1.2. 收敛准则 .....	434
9.1.3. 几个无穷收敛级数 .....	436
9.1.4. 幂级数 .....	438
9.1.5. 近似公式 .....	445
9.2. 傅里叶级数、傅里叶积分与拉普拉斯变换概述 .....	446
9.3. 傅里叶级数 .....	449
9.4. 傅里叶积分、计算例子 .....	462
9.5. 拉普拉斯变换 .....	463
9.6. 拉普拉斯变换的应用、微分方程求解 .....	467
9.7. 几个有理函数的拉普拉斯变换对照表 .....	472
<b>第十章 概率论、统计、误差计算、观察的数学分析</b> .....	<b>475</b>
10.1. 概率论 .....	475
10.2. 统计 .....	481