21世纪高职高专信息类专业系列教材

高等应用数学

（上册·基础部分）

主　编　何良材

副主编　王正均　叶仲泉

主　审　段虞荣　安志鹏

重庆大学出版社

21 世纪高职高专信息类专业系列教材

高等应用数学

（上册·基础部分）

主　编　何良材
副主编　王正均　叶仲泉
主　审　段虞荣　安志鹏

重庆大学出版社

· 内 容 提 要 ·

本教材系高等职业技术教育信息类系列教材之一，分上、下两册共计十章. 主要内容包含：微积分；矩阵方法及其应用；应用概率统计方法与数学实验.

本教材在强调实际应用的基础上，着重介绍高等数学有关基本概念、理论与方法. 特别注重对基本内容的实质意义、来源背景、作法步骤以及应用去向进行详尽阐述. 同时还注重培养学生的抽象思维、逻辑推理、观察综合、应用计算与分析、解决问题的素质与能力.

本教材适用于高职、高专，成教各相关专业.

图书在版编目(CIP)数据

高等应用数学/何良材主编. —重庆：重庆大学出版社，2000. 8

21 世纪高职高专信息类专业系列教材

ISBN 7-5624-2159-5

Ⅰ. 高... Ⅱ. 何... Ⅲ. 高等数学：应用数学-高等学校：技术学校-教材 Ⅳ. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 38638 号

21 世纪高职高专信息类专业系列教材

高等应用数学

（上册 · 基础部分）

主 编 何良材

副主编 王正均 叶仲泉

主 审 段虞荣 安志鹏

责任编辑 肖顺杰 杨永发

*

重庆大学出版社出版发行

新 华 书 店 经 销

重庆科情印务有限公司印刷

*

开本：787 × 960 1/16 印张：15.75 字数：336 千

2000 年 8 月第 1 版 2000 年 8 月第 1 次印刷

印数：1 ~ 5 000

ISBN 7-5624-2159-5/O · 181 定价：（上、下册）43.00 元 上册：21.00 元

·系列教材参编学校(排名不分先后)·

武汉职业技术学院
重庆电子职业技术学院
陕西工业职业技术学院
邢台职业技术学院
贵州大学职业技术学院
河南职业技术学院
三门峡职业技术学院
湖南工业职业技术学院
昆明大学
广西机电职业技术学院
成都电子机械高等专科学校
昆明冶金高等专科学校
珠海职业培训学院
广东交通职业技术学院
浙江省树人大学
江西工业职业技术学院
成都航空职业技术学院
辽宁仪器仪表工业学校
北京信息职业技术学院
徐州交通职业技术学院
重庆大学职业技术学院
重庆邮电学院
重庆工业高等专科学校
重庆石油高等专科学校
重庆职工大学
西南农业大学
长沙航空职业技术学院
番禺职业技术学院

总序

当今世界，科学技术的发展日新月异。在这空前的技术发展进程中，电子信息技术以其独特的渗透力和亲和力，正在迅速地改变着我们周围的一切。利用现代电子信息技术来改变我们的生活与学习，改造传统的各行各业，已成为当今社会人们的共识。

教育在我国社会主义建设发展进程中所具有的战略地位和基础作用已被越来越多的人所认识。职业技术教育、特别是高等职业技术教育在近二十年来得到了长足的发展，“高等教育法”、“职业教育法”的颁布与实施，使我国高等职业教育步入了法制轨道，国家与社会的进步与发展，需要高等职业教育，技术的进步与发展，也需要高等职业教育，高等职业教育成为世界教育发展的共同趋势。

在我们国内，高等职业教育毕竟是一种新型的教育类型，发展历史还不太长，在教育观念、教育体制、教育结构、人才培养模式、教育内容、教学方法、教材、教法诸方面，有不少问题需要研究与探索。重庆大学出版社从促进高等职业教育发展战略的角度，于 1999 年邀请国内三十余所长期开办电子信息类专业的学校，开展对电子信息类高职、高专教材的开发研讨。与会学校有独立设置的职业技术学院、高等专科学校、职业大学、普通高校中的职业技术学院、多年试办高职班的重点中专学校。大家一致认为，我国高等职业教育的教材建设非常薄弱，基本上没有自己的教材，从而导致针对性、适应性差。从电子信息类专业角度看，缺乏成体系的系统教材，从而导致不同层次教材的交叉重复现象严重；再者，现行教材中缺乏对新技术、新工艺、新产品相关内容的介绍。因此，开发适应新世纪高等职业技术教育的教材就成为当务之急，它的总的原则应是：根据培养应用型、技能型人才的目标，从职业岗位对专业知识的需要来确定教材的知识深度及范围，坚持“必须、够用”的原则；同时注意知识的应用价值在教材中的科学体现，力求构筑具有高职特色的理论知识体系； 基本概念、基本原理以讲明为

度，同时将一些内容相近的部分进行合并。另外，针对高职教育培养技能型、现场型人才的目标，把训练职业能力的实践技能体系方面的内容，与理论知识体系有机地结合起来，力求在这方面有所突破。根据教育部在高职、高专教材建设方面采用先解决有无问题，再解决提高与系统性问题的原则，我们在一开始就力求站在一个较高起点上，先从电子信息类教材开发做起，然后再进一步开发其他专业大类的应用型高职教材。

经过近一年的努力，电子信息类高职、高专系列教材就要与大家见面了。本系列教材的编写原则、编写体例均是根据教育部高职、高专培养目标并由参与系列教材编写的全国三十余所相关院校经过数次研讨、反复论证确定的。尽管我们对它报有较高的期望，但这毕竟是一个新生事物，是一种尝试，成功与否，还需要经过教学实践来检验。无论如何，既然已经起步，这条路我们会一直走下去。为了我们共同的高职教育事业，欢迎大家在使用过程中，指出它的不足，以利于我们今后的工作。

编 委 会

2000 年 7 月

前　言

本教材是21世纪高职高专信息类专业系列教材之一，根据教育部高职高专培养目标和对本课程的基本要求，结合全国高等职业技术教育信息类专业系列教材研讨会精神编写而成，经系列教材编委会审定。

为适应当前高等职业技术教育的需要，作为基础学科——《高等应用数学》教材的编写工作就迫在眉睫.我们联合了国内32所有关院校，本着教材是科学论著与教学经验相结合的产物，突出“以应用为目的，必须、够用为尺度”的指导思想，力图构筑以“掌握基本概念、理论、方法和实用技能，强化实际应用”为重点，把编写教材的立足点放在培养高级技术应用型人才的技术教育为主的目标上。

本教材分上、下两册共十章，上册建议80～90学时，下册建议70～80学时，共计150～170学时.讲课与实训比例建议为3∶1.带“*”号内容根据具体情况可酌情讲否。

本教材经过拟纲定纲，分工编写、相互传审、主编统改、主审审阅、集体评稿、主编定稿等七个环节编写而成。

上册：第一章　函数与极限　何良材教授（重庆大学）
　　第二章　微分学及其应用　黄丽华副教授（广西机电职业技术学院）
　　第三章　积分学及其应用　王正均副教授（重庆电子职业技术学院）
　　第四章　二重积分与对坐标的曲线积分　陈迪祥副教授（重庆邮电学院）
　　第五章　无穷级数与拉普拉斯变换　叶仲泉副教授（重庆大学）
下册：第一章　矩阵与行列式　田玉芳讲师（重庆大学）
　　第二章　矩阵的应用　王跃副教授（昆明冶金高等专科学校）
　　第三章　应用概率基础　徐子珊副教授（重庆市职工大学）
　　第四章　统计分析方法　何良材教授（重庆大学）
　　　　程民益讲师（贵州省遵义农业学校）
　　第五章　数学实验　颜文勇副教授（成都电子机械高等专科学校）

本教材具有以下特色：

1. 力图以实例列出问题、用分析、解决问题的思路为引线，进行数学基本概念，

理论、方法、应用等内容的介绍与阐述。

2. 在不失教材内容科学性与系统性的前提下,不片面追求完整性与严密性,尽力以图像、数据直观地讲解概念和数学证明思路。

3. 突出实际应用,密切联系专业,尽力采用电子、信息类等专业知识,讲解应用实例。

4. 对基本知识充分阐明其实质意义,来源背景,作法步骤及应用去向。在内容选取、论述与处理上力创新意,把现代计算工具——计算机运用到数学中来。专编有《数学实验》一章。

5. 文字叙述力求浅出深入、形象思维,注意培养学生的抽象思维、逻辑推理、观察综合、应用计算,以及分析、解决问题的素质和能力。

本教材由何良材教授担任主编,王正均、叶仲泉与王跃、颜文勇四位副教授分别担任上册与下册副主编。

本教材由知名数学家段虞荣教授(重庆大学)担任主审,副主审安志鹏副教授(武汉职业技术学院)

重庆大学职业技术学院领导对本教材的编写自始至终都十分关心、支持.王代先、刘琼荪两位副教授对本教材有关章节提出了一些宝贵意见。编者对他们深致谢意。

由于水平所限,本教材难免欠妥之处,恳请读者不吝赐教。

编 者

2000 年 6 月

目　录

引　言

数学是研究现实世界中的空间形式和数量关系的科学.初等数学是常量为主的数学,而高等数学则是变数为主的数学,其中最重要的核心部分是微积分.高等数学和其它科学一样,也是随着社会生产的不断发展而产生和发展起来的.它是人们认识世界、改造世界不可缺少的有力工具.为了帮助读者对高等数学有一粗略了解,先谈谈下面两个问题,或许多少有所帮助.

一、微积分的产生和发展

追溯历史,任何一门科学都是在社会生产的推动下产生和发展起来的.无论在我国和西方,事实证明,微积分的产生和发展也是以生产劳动实践为基础,且与科学地继承和发展数学上长期积累的研究成果是分不开的.

在我国古代,已孕育着微积分思想的萌芽.如西汉刘歆在《西京杂记》中提到的"记里车",东汉张衡制造的"浑天仪",蜀汉诸葛亮使用并改进的"木牛流马",都要设计制造圆形的物件,要求更精确的圆周率,从而产生了魏晋时刘徽提出的"割圆术".他从圆内接的正多边形作起,令边数成倍地增加,即从 6 而 12,而 24,而 48,……而 384,……而 3072.用这个正 3072 边形面积"近似代替"圆面积,就得 π 的更精确值 3.1416,"割之弥细,所失弥少;割之又割,以至于不可割,则与圆周合体而无所失矣".这里就已包含着微积分中"无限细分,无限求和"的思想方法.又如隋代建造的跨度达 37m 的大石拱桥——赵州桥,系用一条条长方形条石砌成,一段段直的条石却砌成了一整条弧形曲线的拱圈.这就是微积分中"以直代曲"(或"以常代变")这个基本思想的生动原型.

16 世纪的欧洲,处于资本主义萌芽时期,为适应资本积累的需要,生产力得到很大的发展.当时,生产和技术中的大量问题迫切要求力学、天文学等基础科学的发展,这些科学是离不开数学的,因而也就推动了数学的发展.航海事业(如美洲的发现)需要确定船只在海洋中的位置,这就要求精确地测定地球的经纬度和制造精确的时钟,于是促进了对天体运行的深入研究;船舶形体的研制改进,需要探讨流体及物体

在流体中运动的规律;战争中用枪炮发射弹丸,要求炮弹打得准确,导致对抛物体运动的研究.机械、建筑、水利等方面也都向数学提出了种种新课题.在实际需要的基础上,通过大量观察和系统实验,人们逐步用新的数学方法帮助总结事物的运动规律.例如,克卜莱根据长期天文观察资料运用数学推导,总结出行星三大运动规律;加俐略系统地研究了落体速度变化的规律,并提出了惯性定律,把物理实验与数学方法结合起来,精确地用数学公式描述了物理学规律.以机械运动中的基本问题之一的速度、路程和时间三者关系为例,若在等速运动的条件下,用初等数学方法立即可获得解决:速度 = 路程 ÷ 时间;路程 = 速度 × 时间.但是,在变速运动中,也就是在速度随时间变化的条件下,只用初等数学的方法就难以解决了.究其原因,是因为在变速运动的条件下,路程除以时间,只能得到在这段时间内的平均速度,而不能得出所要知道的每一瞬时的速度.同样地,由于速度随时间在变化,简单地用速度乘以时间也不能准确地计算出路程来.这就要求数学必须突破研究常数的范围,提供研究物体运动及变化过程的新工具——变数数学.微积分作为变数数学的主要部分,正是适应当时客观现实的需要,在有了变数的基础上产生的.正如恩格斯所指出的:"数学的转折点是笛卡尔的变数;有了变数,运动进入了数学;有了变数,辩证法进入了数学,有了变数,微分和积分也就立刻成为必要的了.而它们也就立刻产生,并且是由牛顿和莱布尼兹大体上完成的,但不是由他们发明的."

二、微积分如何解决实际问题

这里我们来分析微积分中的两个典型问题,从中可以大致了解微积分解决实际问题的基本思想和求解方法.

问题一 自由落体的速度问题.

由物理学可知,自由落体的运动规律为

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

式中 s——路程;

t——时间;$g = 9.8\text{m/s}^2$ 是重力加速度,从而上述问题成为:$s = 4.9t^2$,求 $t = t_0$ s 时的瞬时速度.为方便直观起见,不妨设 $t_0 = 1$ 来进行讨论.

解 第一步 分析问题 提出矛盾

若物体作等速直线运动.显然,速度 = 路程/时间,记为

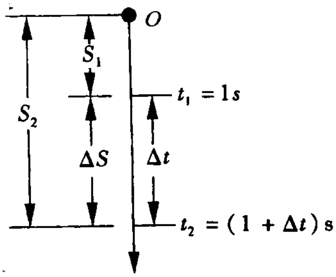
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}.$$

但对于自由落体来说,情况就大不相同了.由于自由落体的速度是随时间的变化而改变的,用上述公式只能得到落体在一段时间间隔内的平均速度,而不是物体的瞬时速

度. 因此,若要以计算等速运动速度的方法为基础,来解决变速运动的速度问题,这里就遇到速度的"变"与"不变"(即"变"与"常")的矛盾.

第二步 寻求作法 解决问题

从自由落体运动的整个过程来看,速度的变化是显著的,但若在时刻 $t=1\text{s}$ 邻近很短一段时间内,比如 $t=1\text{s}$ 到 $t=1.1\text{s}$ 这段时间内,其速度变化的差异不大,因此在这段很短的时间内,可以把变速运动近似地视为等速运动,从而可得出落体在 $t=1\text{s}$ 到 $t=1.1\text{s}$ 这段时间内的平均速度.



0-1

$$\bar{v}_1=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{4.9\times(1.1)^2-4.9\times(1)^2}{1.1-1}=\frac{1.029}{0.1}=10.29\ \text{m/s}$$

若再将时间间隔缩短一些,落体速度的变化就更小,从而求得的平均速度就更接近于落体在时刻 $t=1\text{s}$ 的瞬时速度. 比如时刻 $t=1\text{s}$ 到 $t=1.01\text{s}$ 这段时间内落体的平均速度

$$\bar{v}_2=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{4.9\times(1.01)^2-4.9\times(1)^2}{1.01-1}=9.849\ \text{m/s}$$

$\bar{v}_2$ 就比 $\bar{v}_1$ 更接近于落体在时刻 $t=1\text{s}$ 时的瞬时速度. 如此继续将时间间隔缩短下去,一般地,落体在 $t=1\text{s}$ 到 $t=(1+\Delta t)$ s 这段时间内的平均速度为

$$\bar{v}=\frac{4.9\times(1+\Delta t)^2-4.9\times(1)^2}{(1+\Delta t)-1}=9.8+4.9\times\Delta t\ \text{m/s}$$

但无论这段时间的长度 Δt 多么短,总不是落体在时刻 $t=1\text{s}$ 的瞬时速度,而只是落体的平均速度,即 $\bar{v}\approx v$. 于是又产生了"近似"与"精确"的矛盾. 但是我们已经看到这样一个事实:Δt 越小,平均速度就越接近于瞬时速度;当 Δt 无限变小时,平均速度就无限地接近于瞬时速度. 这就是说:在时间间隔 Δt 无限变小的过程中,平均速度就向瞬时速度转化. 这里,转化的条件是 Δt"无限变小". 因此,可以从 Δt"无限变小"的过程中,考察平均速度 $\bar{v}$ 的"变化趋势",来寻求瞬时速度 v.

从平均速度的数学表达式

$$\bar{v}=9.8+4.9\times\Delta t$$

可以看出,当 Δt 无限变小时,$\bar{v}$ 就"无限接近"于常数值 9.8,因此,自由落体在 $t=1\text{s}$ 时的瞬时速度为 9.8 m/ s,即 $v=9.8$ m/ s.

上面由平均速度向瞬时速度转化的分析,可图示如下

$\bar{v}$ ══════ $9.8 + 4.9 \times \Delta t$

当时间间隔无限缩短时（从物理上看） ↓ v　　　当 Δt 无限变小时（从数量上看） ↓ 9.8

$v = 9.8\ \mathrm{m/s}$

综合以上讨论,可得到求自由落体瞬时速度的方法如下:

第一步　以“不变代变”(或以常代变),求出 $t=1\mathrm{s}$ 到 $t=(1+\Delta t)\mathrm{s}$ 这段时间内的平均速度 $\bar{v}$.

第二步　在 Δt“无限变小”的过程中,考察平均速度 $\bar{v}$ 的变化趋势,从而得出自由落体在 $t=1\mathrm{s}$ 时的瞬时速度.

问题 2　曲边三角形面积问题

在生产实际中,往往需要求由曲线所围成的平面图形的面积.例如,为了控制流量,需要估算河道横断面面积;为了计算船舶的排水量,需要知道船体横截面面积等.关于计算曲线围成图形面积的一般讨论,将在第三章中去讨论,这里先看一简单例子.

计算由抛物线 $y=x^2$ 及直线 $x=1$,$y=0$ 所围成的曲边三角形的面积(图 0-2).

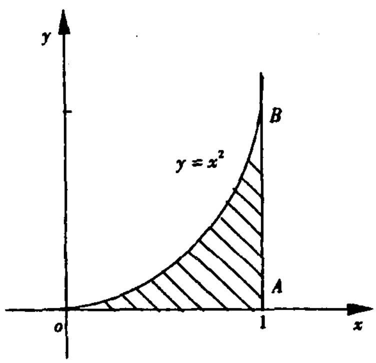


图 0-2

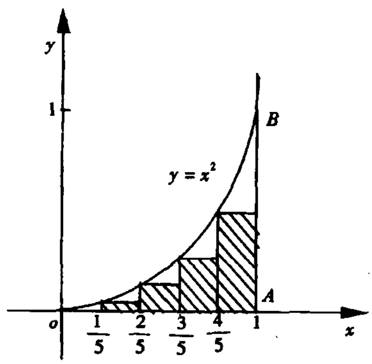


图 0-3

解　第一步　分析问题　提出矛盾

对于矩形来说,由于其底边上的各点处的高度始终保持不变,可由初等数学方法计算,即

$$\text{矩形面积} = \text{高} \times \text{底}$$

但对于曲边三角形来说,情况就不同了.它的底边上各点处的高度 $y=x^2$ 是变化的,故不能直接应用上面的公式来计算曲边三角形的面积;现在要以矩形面积的计算公式

来解决此曲边三角形面积的计算问题，就遇到高度“变”与“不变”的矛盾.

第二步 寻求作法，解决问题

若从整个底边上来看，曲边三角形 OAB 的高度变化的差异自然比较大，但从底边上很小的局部来看，高度的变化就较小，可以近似地看作不变，从而求出曲边三角形面积的近似值.

例如，我们把曲边三角形 OAB 底边分为五等分，过每个分点引平行于 y 轴的直线，曲边三角形就被分成五个窄条，由于每个窄条上的高度变化差异不大，就可以用“不变代变”的方法算出台阶形(图 0-3 阴影部分)的面积.

$$A_5=\left(\frac{0}{5}\right)^2\times\frac{1}{5}+\left(\frac{1}{5}\right)^2\times\frac{1}{5}+\left(\frac{2}{5}\right)^2\times\frac{1}{5}+\left(\frac{3}{5}\right)^2\times\frac{1}{5}+\left(\frac{4}{5}\right)^2\times\frac{1}{5}$$

$$=\left[\left(\frac{1}{5}\right)^2+\left(\frac{2}{5}\right)^2+\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2\right]\times\frac{1}{5}=0.24$$

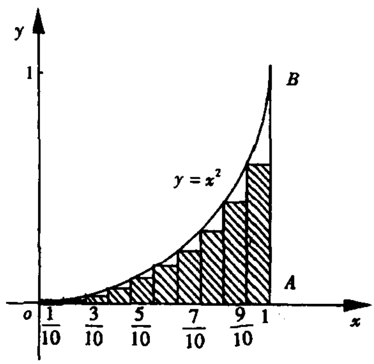


图 0-4

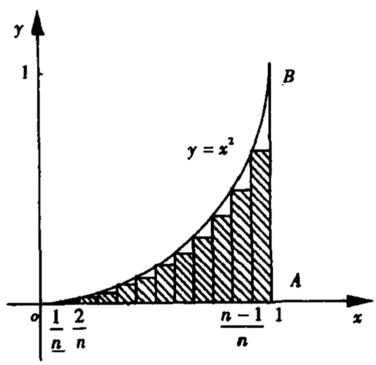


图 0-5

把 $A_5=0.24$ 作为曲边三角形面积 A 的近似值. 当分段的长度再短一些，高度的变化就更小，从而求得的台阶形面积更加接近于曲边三角形的面积. 例如，把曲边三角形底边十等分，相应台阶形(图 0-4 的阴影部分)的面积为

$$A_{10}=\left[\left(\frac{1}{10}\right)^2+\left(\frac{2}{10}\right)^2+\cdots+\left(\frac{9}{10}\right)^2\right]\times\frac{1}{10}=0.285$$

这里的 $A_{10}=0.285$ 比 $A_5=0.24$ 更接近于曲边三角形面积 A. 如此继续下去，一般地，把曲边三角形底边 n 等分，相应的台阶形(图 0-5 的阴影部分)的面积为

$$A_n=\left[\left(\frac{1}{n}\right)^2+\left(\frac{2}{n}\right)^2+\cdots+\left(\frac{n-1}{n}\right)^2\right]\times\frac{1}{n}=\frac{1}{6}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(2-\frac{1}{n}\right)$$

但无论分段的长度多么小，所求得的台阶形面积都只是曲边三角形面积的近似值，而不是它的精确值. 这就要求我们进一步解决“近似”与“精确”的矛盾.

把图 0-3、0-4、0-5 相比较，可直观看出：分段的个数 n 越多，台阶形的面积就越接近于曲边三角形的面积；在 n“无限增大”的过程中，台阶形的面积就“无限接近”曲边三角形面积. 这就是说，在 n“无限增大”(即分段长度“无限变小”)的过程中，台阶形面积就向曲边三角形面积转化. 因此，我们可以从 n 无限增大的过程中，考察台阶形面积 A_n 的变化趋势，来寻求曲边三角形的面积 A.

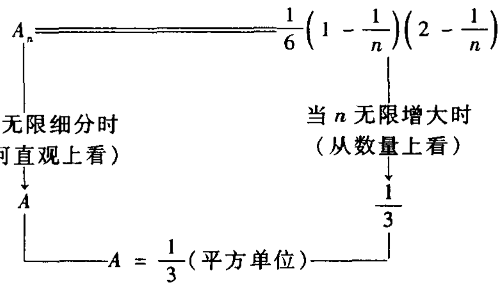
从 A_n 的数学表达式

$$A_n=\frac{1}{6}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(2-\frac{1}{n}\right)$$

中可以看出，在 n 无限增大的过程中，A_n“无限趋近”于一个确定常数 $\frac{1}{3}$，因此，可以认为曲边三角形 OAB 面积是 $\frac{1}{3}$，即

$$A=\frac{1}{3}(\text{平方单位})$$

以上关于台阶形面积向曲边三角形面积转化的分析，可图示如下：



综合以上讨论，可得求曲边三角形面积的步骤如下：

第一步　把曲边三角形分成底边相等的 n 个窄条曲边梯形，并对高度以“不变代变”，用窄矩形面积来近似代替相应窄条曲边梯形的面积，从而求得台阶形的面积 A_n.

第二步　在 n“无限增大”(在底边无限细分)的过程中，考察台阶形面积 A_n 的“变化趋势”，从而求得曲边三角形的面积 A.

问题 1 是求自由落体在某一时刻的速度，问题 2 是求曲边三角形的面积，尽管这两个问题的实际意义各不相同，但在解决问题的过程中，所遇到的矛盾和解决矛盾的方法却有共同之处：

(1)解决这两个问题所遇到的矛盾，都是有关量“变”与“不变”的矛盾.

(2)解决矛盾的方法都是通过在很小的局部上以“不变代变”，得出所求量的近似值，然后通过考察一系列近似值的“变化趋势”，得到所求量的精确值.

问题 1、问题 2 是微积分的两个典型问题，解决这两个问题的方法是微积分的基