

光学系统自动设计中的数值方法

光学系统 自动设计中的 数值方法

7
3
84

國防工業出版社

光学系统自动设计中的 数值方法

南京大学数学系计算数学专业 编

国防工业出版社

内 容 简 介

本书目的是给从事光学系统自动设计的同志介绍有关的最优化方法及其数学基础。第一章阐明了光学系统自动设计是一种最优化问题；第二章至第五章介绍了所需要的数学基础，其中包括极值理论、矩阵和向量以及线代数方程组的数值方法；第六章介绍了化导数为差商时对步长的选择方法及常用的一维寻查方法。以后各章分别阐述了目前常用的一些最优化方法，其中包括阻尼最小二乘法、共轭斜量法、变尺度方法、单纯形法、共轭方向法、不等式法、适应法以及直交化方法等。

本书对于从事光学系统设计的人员及有关专业的教学人员均有参考价值。

光学系统自动设计中的 数值方法

南京大学数学系计算数学专业 编

国防工业出版社出版

北京市书刊出版业营业登记证出字第074号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装

787×1092 $\frac{1}{16}$ 印张10 $\frac{1}{2}$ 237千字

1976年5月第一版 1976年5月第一次印刷 印数：0,001—9,000册

统一书号：15034·1453 定价：1.10元

目 录

第一章 光学系统自动设计问题的数学描述

§1 衡量光学系统好坏的标准	9
1.1 象差与成像质量	9
1.2 光学系统的结构参数和象差	9
§2 评价函数及其构成	9
2.1 评价函数的概念	9
2.2 评价函数的构成	10
§3 光学系统自动设计问题的数学描述	13
3.1 约束条件	13
3.2 光学系统自动设计问题的数学描述	13

第二章 极值理论基础

§1 多元函数的可微性、方向导数及斜量	14
1.1 引言	14
1.2 多元函数的可微性	14
1.3 方向导数及斜量	16
§2 多元函数的泰勒公式	18
2.1 多元函数的高阶偏导数	18
2.2 复合函数的偏导数	20
2.3 泰勒公式	22
§3 多元函数的极值	23
3.1 引言	23
3.2 极值存在的必要条件	23
3.3 极值存在的充分条件	25
3.4 二次型正(负)定性与极值	28
§4 条件极值	32
4.1 引言	32
4.2 不定乘数法(约束极值存在的必要条件)	33
4.3 条件极值存在的充分条件	35

第三章 向量和矩阵的基本运算

§1 向量及其运算	37
1.1 向量概念	37
1.2 向量的运算	37
1.3 高维空间的向量	38
§2 内积与直交性	39
2.1 内积概念	39
2.2 直交性概念	40
2.3 标准直交基底	40
§3 线性相关性	41
3.1 线性相关的概念	41
3.2 向量线性独立的充分必要条件	42
3.3 线性相关的充要条件(续)	44
3.4 施密特直交化方法	45
3.5 N 维直交关系	46

§ 4 矩阵及其运算	47
4.1 线性变换和矩阵概念	47
4.2 矩阵和向量的乘法	47
4.3 常数与矩阵的乘法	49
4.4 矩阵的加法	50
4.5 矩阵的乘法	51
4.6 转置和对称矩阵	53
§ 5 $M \times N$ 阶矩阵及二次型	54
5.1 $M \times N$ 阶矩阵	54
5.2 乘法法则	55
5.3 向量及矩阵的运算及二次型的表示	55
5.4 乘积转置规则	56
5.5 A 共轭向量	57
5.6 矩阵和向量的分块乘法	57
§ 6 逆矩阵	58
6.1 逆矩阵的定义	58
6.2 乘积的逆矩阵	59
6.3 逆矩阵的 1 秩修正	59
§ 7 投影算子及其性质	60
7.1 子空间及直交子空间	60
7.2 N 维空间的直交分解	62
7.3 投影算子及其性质	63
7.4 投影算子的表示	64
7.5 补投影算子	64
7.6 矩阵 $A^T A$ 及矩阵的秩	65

第四章 矩阵的特征值、特征向量和二次型

§ 1 矩阵的特征值与特征向量	66
1.1 特征值问题与特征多项式	66
1.2 凯莱-哈密顿定理	67
1.3 特征值和特征向量的性质	68
§ 2 特征值的极性及估计	70
2.1 二次型的值域	70
2.2 特征值的极性	70
2.3 正定矩阵	71
2.4 椭球面的主轴	71
2.5 盖尔斯果林圆	72
2.6 盖尔斯果林圆的应用	72
§ 3 一些特殊类型的矩阵	75
3.1 对角矩阵	75
3.2 三角矩阵	76
3.3 相似矩阵	77
3.4 化矩阵为对角型	78
3.5 直交矩阵	79
§ 4 向量和矩阵的范数	80
4.1 向量的范数	80
4.2 范数的等价性	82
4.3 矩阵的范数	83
4.4 $M \times N$ 阶矩阵的范数	85
4.5 F 范数	86

第五章 解线代数方程组及计算逆矩阵的方法

§ 1 线代数方程组的解法	87
---------------------	----

1.1	消去法的基本思想	87
1.2	主元素消去法	88
1.3	主元素消去法 (续)	89
1.4	逆矩阵的求法	89
§ 2	具对称正定矩阵的线性方程组的解法	89
2.1	问题的提出	89
2.2	求 L 的方法 (乔累斯基法)	90
2.3	改进的乔累斯基分解	91
2.4	行列式的计算	92
2.5	方程组的解法	92
2.6	求逆矩阵的方法	93
2.7	迭代校正方法	93
§ 3	用消元法求正定矩阵的逆矩阵	94
3.1	引言	94
3.2	算法	94
§ 4	方程组的条件数	95
4.1	引言	95
4.2	方程组的条件数	96

第六章 化导数为差商的方法以及常用的一维寻查方法

§ 1	化导数为差商的方法	97
1.1	引言	97
1.2	导数的精确逼近	97
§ 2	一维寻查方法	102
2.1	引言	102
2.2	寻查区间的确定	103
2.3	直接寻查法	104
2.4	插值方法	104

第七章 处理约束条件的方法

§ 1	等式约束条件的处理方法	107
1.1	引言	107
1.2	直接代入法	107
1.3	约束变分法	107
1.4	制约函数法	108
1.5	逐次复归法	109
§ 2	不等式约束的处理方法	110
2.1	允许点的求法	110
2.2	制约函数法	110

第八章 最小二乘法

§ 1	最小二乘法	112
1.1	引言	112
1.2	最小二乘法	112
1.3	化导数为差商时步长的选择	113
1.4	最小二乘法的向量-矩阵表示	114
§ 2	阻尼最小二乘法	114
2.1	引言	114
2.2	阻尼最小二乘法	115
2.3	阻尼因子的选择	115
§ 3	其它改进方法	117
3.1	引言	117
3.2	改进的最小二乘法	117

3.3 改进的阻尼最小二乘法	118
3.4 阻尼因子的另一选法	118

第九章 共轭斜量法

§1 最速下降方向和最速下降法	119
1.1 引言	119
1.2 最速下降方向和最速下降法	120
§2 二阶收敛性的迭代方法	120
2.1 二次函数与极小化问题之间的关系	120
2.2 二阶收敛性	121
§3 共轭斜量法	122
3.1 A 共轭条件	122
3.2 寻查方向的确定	123
3.3 几何意义	126
§4 共轭斜量法对二次函数和光学自动设计中的应用	126
4.1 用共轭斜量法解线性方程组	126
4.2 用共轭斜量法求评价函数的极小点	127

第十章 变尺度方法

§1 牛顿方法及 D. F. P. 条件	129
1.1 引言	129
1.2 牛顿方法的思想及 D. F. P. 条件	129
§2 变尺度方法	130
2.1 迭代矩阵 H_i 的构成	130
2.2 变尺度方法小结	131
2.3 在光学系统自动设计中应用的情况	131
§3 H_i 的正定性及变尺度方法的二阶收敛性	132
3.1 H_i 的正定性定理	132
3.2 变尺度方法的二阶收敛性	132
3.3 线性寻查	134

第十一章 解约束极值问题的逐次回归斜量投影法

§1 算法的基本思想	135
1.1 引言	135
1.2 使用记号说明	135
§2 斜量相的算法	136
2.1 普通斜量法	136
2.2 共轭斜量投影法	138
2.3 共轭斜量投影法的二阶收敛性	140
§3 非二次函数或约束为非线性的情形	141
3.1 斜量相的算法	141
3.2 回归相的算法	141

第十二章 直接寻查方法

§1 引言	143
§2 共轭方向法及其改进	143
2.1 共轭方向法的基本思想	143
2.2 共轭方向法	143
2.3 共轭方向法的改进	144
2.4 寻查方向的线性独立性	145
§3 单纯形法	145
3.1 单纯形法的基本思想	146
3.2 单纯形法的步骤	146

3.3 单纯形法的框图	148
3.4 几点说明	148

第十三章 不等式法

§1 引言	149
§2 不等式法的基本思想	149
2.1 问题的提法和有关概念	149
2.2 不等式组的线性逼近	150
2.3 解法的思想	150
§3 解线性不等式组的迭代法	150
3.1 记号和一些基本概念	150
3.2 迭代序列的构成	152
3.3 解非线性不等式的迭代方法	152
3.4 对非线性不等式及变量的处理	153

第十四章 标准直交化方法

§1 引言	154
§2 标准直交化方法	155
§3 算法	156
§4 框图	159

第十五章 适应法

§1 方法基础	160
1.1 数学公式	160
1.2 三种循环	161
1.3 二个适应控制内容	161
1.4 举例说明	162
§2 算法综述	164
2.1 框图	164
2.2 具体算法	165
2.3 几点说明	167
§3 特点对比	167
3.1 与阻尼最小二乘法的比较	167
3.2 适应法的优缺点	167

光学系统自动设计中的 数值方法

南京大学数学系计算数学专业 编

国防工业出版社

内 容 简 介

本书目的是给从事光学系统自动设计的同志介绍有关的最优化方法及其数学基础。第一章阐明了光学系统自动设计是一种最优化问题；第二章至第五章介绍了所需要的数学基础，其中包括极值理论、矩阵和向量以及线代数方程组的数值方法；第六章介绍了化导数为差商时对步长的选择方法及常用的一维寻查方法。以后各章分别阐述了目前常用的一些最优化方法，其中包括阻尼最小二乘法、共轭斜量法、变尺度方法、单纯形法、共轭方向法、不等式法、适应法以及直交化方法等。

本书对于从事光学系统设计的人员及有关专业的教学人员均有参考价值。

光学系统自动设计中的 数值方法

南京大学数学系计算数学专业 编

国防工业出版社出版

北京市书刊出版业营业许可出字第074号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装

787×1092 $1/16$ 印张10 $1/2$ 237千字

1976年5月第一版 1976年5月第一次印刷 印数：0,001—9,000册

统一书号：15034·1453 定价：1.10元

目 录

第一章 光学系统自动设计问题的数学描述

§ 1 衡量光学系统好坏的标准	9
1.1 象差与成像质量	9
1.2 光学系统的结构参数和象差	9
§ 2 评价函数及其构成	9
2.1 评价函数的概念	9
2.2 评价函数的构成	10
§ 3 光学系统自动设计问题的数学描述	13
3.1 约束条件	13
3.2 光学系统自动设计问题的数学描述	13

第二章 极值理论基础

§ 1 多元函数的可微性、方向导数及斜量	14
1.1 引言	14
1.2 多元函数的可微性	14
1.3 方向导数及斜量	16
§ 2 多元函数的泰勒公式	18
2.1 多元函数的高阶偏导数	18
2.2 复合函数的偏导数	20
2.3 泰勒公式	22
§ 3 多元函数的极值	23
3.1 引言	23
3.2 极值存在的必要条件	23
3.3 极值存在的充分条件	25
3.4 二次型正(负)定性与极值	28
§ 4 条件极值	32
4.1 引言	32
4.2 不定乘数法(约束极值存在的必要条件)	33
4.3 条件极值存在的充分条件	35

第三章 向量和矩阵的基本运算

§ 1 向量及其运算	37
1.1 向量概念	37
1.2 向量的运算	37
1.3 高维空间的向量	38
§ 2 内积与直交性	39
2.1 内积概念	39
2.2 直交性概念	40
2.3 标准直交基底	40
§ 3 线性相关性	41
3.1 线性相关的概念	41
3.2 向量线性独立的充分必要条件	42
3.3 线性相关的充要条件(续)	44
3.4 斯米特直交化方法	45
3.5 N 维直交关系	46

§ 4 矩阵及其运算	47
4.1 线性变换和矩阵概念	47
4.2 矩阵和向量的乘法	47
4.3 常数与矩阵的乘法	49
4.4 矩阵的加法	50
4.5 矩阵的乘法	51
4.6 转置和对称矩阵	53
§ 5 $M \times N$ 阶矩阵及二次型	54
5.1 $M \times N$ 阶矩阵	54
5.2 乘法法则	55
5.3 向量及矩阵的运算及二次型的表示	55
5.4 乘积转置规则	56
5.5 A 共轭向量	57
5.6 矩阵和向量的分块乘法	57
§ 6 逆矩阵	58
6.1 逆矩阵的定义	58
6.2 乘积的逆矩阵	59
6.3 逆矩阵的 1 秩修正	59
§ 7 投影算子及其性质	60
7.1 子空间及直交子空间	60
7.2 N 维空间的直交分解	62
7.3 投影算子及其性质	63
7.4 投影算子的表示	64
7.5 补投影算子	64
7.6 矩阵 $A^T A$ 及矩阵的秩	65

第四章 矩阵的特征值、特征向量和二次型

§ 1 矩阵的特征值与特征向量	66
1.1 特征值问题与特征多项式	66
1.2 凯莱-哈密顿定理	67
1.3 特征值和特征向量的性质	68
§ 2 特征值的极性及估计	70
2.1 二次型的值域	70
2.2 特征值的极性	70
2.3 正定矩阵	71
2.4 椭球面的主轴	71
2.5 盖尔斯果林圆	72
2.6 盖尔斯果林圆的应用	72
§ 3 一些特殊类型的矩阵	75
3.1 对角矩阵	75
3.2 三角矩阵	76
3.3 相似矩阵	77
3.4 化矩阵为对角型	78
3.5 直交矩阵	79
§ 4 向量和矩阵的范数	80
4.1 向量的范数	80
4.2 范数的等价性	82
4.3 矩阵的范数	83
4.4 $M \times N$ 阶矩阵的范数	85
4.5 F 范数	86

第五章 解线性代数方程组及计算逆矩阵的方法

§ 1 线性代数方程组的解法	87
----------------------	----

1.1	消去法的基本思想	87
1.2	主元素消去法	88
1.3	主元素消去法 (续)	89
1.4	逆矩阵的求法	89
§ 2	具对称正定矩阵的线性方程组的解法	89
2.1	问题的提出	89
2.2	求 L 的方法 (乔累斯基法)	90
2.3	改进的乔累斯基分解	91
2.4	行列式的计算	92
2.5	方程组的解法	92
2.6	求逆矩阵的方法	93
2.7	迭代校正方法	93
§ 3	用消元法求正定矩阵的逆矩阵	94
3.1	引言	94
3.2	算法	94
§ 4	方程组的条件数	95
4.1	引言	95
4.2	方程组的条件数	96

第六章 化导数为差商的方法以及常用的一维寻查方法

§ 1	化导数为差商的方法	97
1.1	引言	97
1.2	导数的精确逼近	97
§ 2	一维寻查方法	102
2.1	引言	102
2.2	寻查区间的确定	103
2.3	直接寻查法	104
2.4	插值方法	104

第七章 处理约束条件的方法

§ 1	等式约束条件的处理方法	107
1.1	引言	107
1.2	直接代入法	107
1.3	约束变分法	107
1.4	制约函数法	108
1.5	逐次复归法	109
§ 2	不等式约束的处理方法	110
2.1	允许点的求法	110
2.2	制约函数法	110

第八章 最小二乘法

§ 1	最小二乘法	112
1.1	引言	112
1.2	最小二乘法	112
1.3	化导数为差商时步长的选择	113
1.4	最小二乘法的向量-矩阵表示	114
§ 2	阻尼最小二乘法	114
2.1	引言	114
2.2	阻尼最小二乘法	115
2.3	阻尼因子的选择	115
§ 3	其它改进方法	117
3.1	引言	117
3.2	改进的最小二乘法	117

3.3 改进的阻尼最小二乘法	118
3.4 阻尼因子的另一选法	118

第九章 共轭斜量法

§ 1 最速下降方向和最速下降法	119
1.1 引言	119
1.2 最速下降方向和最速下降法	120
§ 2 二阶收敛性的迭代方法	120
2.1 二次函数与极小化问题之间的关系	120
2.2 二阶收敛性	121
§ 3 共轭斜量法	122
3.1 A 共轭条件	122
3.2 寻查方向的确定	123
3.3 几何意义	126
§ 4 共轭斜量法对二次函数和光学自动设计中的应用	126
4.1 用共轭斜量法解线性方程组	126
4.2 用共轭斜量法求评价函数的极小点	127

第十章 变尺度方法

§ 1 牛顿方法及 D. F. P. 条件	129
1.1 引言	129
1.2 牛顿方法的思想及 D. F. P. 条件	129
§ 2 变尺度方法	130
2.1 迭代矩阵 H_i 的构成	130
2.2 变尺度方法小结	131
2.3 在光学系统自动设计中应用的情况	131
§ 3 H_i 的正定性及变尺度方法的二阶收敛性	132
3.1 H_i 的正定性定理	132
3.2 变尺度方法的二阶收敛性	132
3.3 线性寻查	134

第十一章 解约束极值问题的逐次复归斜量投影法

§ 1 算法的基本思想	135
1.1 引言	135
1.2 使用记号说明	135
§ 2 斜量相的算法	136
2.1 普通斜量法	136
2.2 共轭斜量投影法	138
2.3 共轭斜量投影法的二阶收敛性	140
§ 3 非二次函数或约束为非线性的情形	141
3.1 斜量相的算法	141
3.2 复归相的算法	141

第十二章 直接寻查方法

§ 1 引言	143
§ 2 共轭方向法及其改进	143
2.1 共轭方向法的基本思想	145
2.2 共轭方向法	143
2.3 共轭方向法的改进	144
2.4 寻查方向的线性独立性	145
§ 3 单纯形法	145
3.1 单纯形法的基本思想	146
3.2 单纯形法的步骤	146

3.3 单纯形法的框图	148
3.4 几点说明	148

第十三章 不 等 式 法

§1 引言	149
§2 不等式法的基本思想	149
2.1 问题的提法和有关概念	149
2.2 不等式组的线性逼近	150
2.3 解法的思想	150
§3 解线性不等式组的迭代法	150
3.1 记号和一些基本概念	150
3.2 迭代序列的构成	152
3.3 解非线性不等式的迭代方法	152
3.4 对非线性不等式及变量的处理	153

第十四章 标准直交化方法

§1 引言	154
§2 标准直交化方法	155
§3 算法	156
§4 框图	159

第十五章 适 应 法

§1 方法基础	160
1.1 数学公式	160
1.2 三种循环	161
1.3 二个适应控制内容	161
1.4 举例说明	162
§2 算法综述	164
2.1 框图	164
2.2 具体算法	165
2.3 几点说明	167
§3 特点对比	167
3.1 与阻尼最小二乘法的比较	167
3.2 适应法的优缺点	167

第一章 光学系统自动设计问题的数学描述

§ 1 衡量光学系统好坏的标准

1.1 象差与成象质量 光学系统的主要目的是成象, 一个系统成象好坏就是衡量此光学系统质量的主要问题。我们知道一个光学系统是由一组有共同光轴的透镜所组成, 一般说来, 构成系统的透镜是球面镜。制成各透镜的光学玻璃不一定相同, 所以各透镜的折射率也不一样, 由于种种原因, 例如, 透镜是球面镜, 各色光线在同一媒质中的传播速度不同等等, 从而使发自物点的一束光, 通过这个光学系统在象面上并不会聚于一点, 或者沿各个方向的放大率不同等, 这样就产生了球差, 彗差, 畸变, 色差, 场曲, 象散等所谓象差。当然也可以用其它方法衡量成象的缺欠程度, 如点列图, 波象差等。本书用“象差”一词表示衡量光学系统成象好坏的指标的统一定名词, 并不特指某一种类型的象差。象差的存在使得成象模糊不清或改变形状, 因而影响成象质量。在设计一个光学系统时就要设法把影响象质的主要象差降低到允许的程度, 以保证成象质量。

1.2 光学系统的结构参数和象差 在一个光学系统中各个透镜的曲率半径 (或曲率) 每片透镜的厚度, 空气间隔以及玻璃的折射率等等, 称为这个系统的结构参数。如果决定了这些结构参数的大小, 这个光学系统就被确定下来。今假定所考虑的光学系统共有 N 个结构参数, 把它们记作 $x_1, x_2, \dots, x_N$, 这个 N 元数组就表示该光学系统的一个设计方案。结构参数是决定光学系统的各种象差的因素。改变结构参数的大小, 系统的象差也随着改变, 从而在某种程度上反映出成象质量的优劣。换句话说, 象质依赖于象差, 而各种象差又是依赖于光学系统的结构参数, 从数学上来说, 象差是结构参数 $x_1, x_2, \dots, x_N$ 的函数, 象质是结构参数的复合函数。假定对某一光学系统要考虑的象差有 M 种: $f_1, f_2, \dots, f_M$, 则它与结构参数的关系可以写成:

$$\begin{aligned} f_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_N), \\ f_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_N), \\ &\dots\dots\dots \\ f_M &= f_M(x_1, x_2, \dots, x_N). \end{aligned} \quad (1)$$

应当指出, 结构参数 $x_1, x_2, \dots, x_N$, 一般来说不是互相独立的, 如每片玻璃的中心厚度与边缘厚度就与两面的曲率半径有关。此外各种象差之间也存在着依赖关系, 并非完全独立的量。在修改参数值以调整象差时, 一些象差改小了, 另一些象差反而可能变大。设计工作就在于根据需求和可能, 对各种象差综合平衡, 把象差校正到允许的限度之内, 以确定光学系统的“最优”结构参数, 使成象质量达到尽可能完美的程度。

§ 2 评价函数及其构成

2.1 评价函数的概念 传统的光学系统的设计方法是利用光路追迹以计算象差, 根据