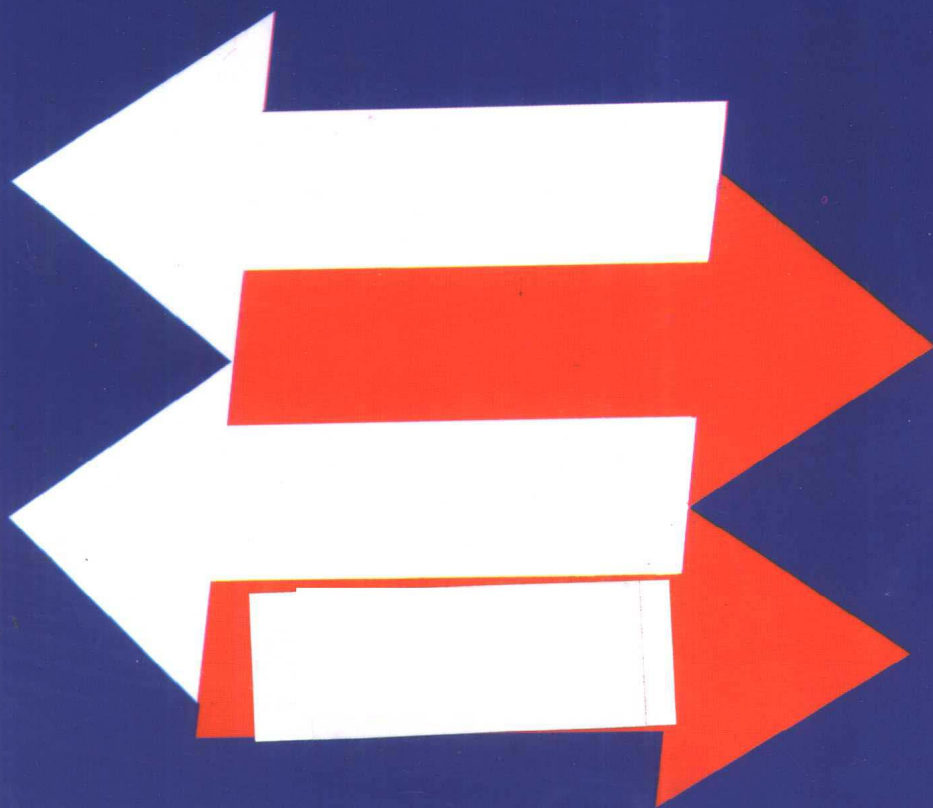


高等学校教学参考书

结构力学解题指导

戴贤扬 江素华 赵如骝 杜正国 主编



高等教育出版社



高等学校教学参考书

结构力学解题指导

戴贤扬 江素华 赵如骥 杜正国 主编



高等教育出版社

内 容 提 要

本书是参照国家教委颁发的高等学校工科本科“结构力学课程教学基本要求”(1995年修订版)编写成的。全书分为四章:第一章体系几何组成分析;第二章静定结构;第三章超静定结构;第四章专题部分(结构动力计算,结构稳定计算,结构极限荷载,能量原理)。各章共选择了203道富有启发性和代表性的分析计算题,并从解题思路、分析方法和计算技巧等方面,作出示范性的题解。本书可作为提高工科本科大学生的结构力学解题和计算能力的教学参考书,也可供有关专业大专生和工程技术人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学解题指导/戴贤扬等主编. —北京:高等教育出版社,1997(2001重印)
ISBN 7-04-005782-4

I. 结… II. 戴… III. 结构力学-解题 IV. 0342-44
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (96) 第 04428 号

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号

电 话 010—64054588

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

邮政编码 100009

传 真 010—64014048

经 销 新华书店北京发行所

排 版 高等教育出版社照排中心

印 刷 北京市朝阳区北苑印刷厂

开 本 787×1092 1/16

印 张 15

字 数 360 000

版 次 1997 年 3 月第 1 版

印 次 2001 年 4 月第 2 次印刷

定 价 12.40 元

凡购买高等教育出版社图书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请在所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

序

参照国家教委颁发的高等学校工科本科“结构力学课程教学基本要求”,特别是其中关于分析与计算能力培养的要求,本书编者以讲授工科结构力学课程多年积累的教学经验为基础,经过提炼,选择了富有启发性和代表性且能覆盖课程全部内容的 203 道分析计算题,从解题思路、分析方法和计算技巧等方面着手,力求作出示范性的解答。编者期望这本《结构力学解题指导》教学参考书,能为提高工科大学生的结构力学解题与计算能力作出一点贡献。

刚刚开始学习结构力学的大学生,应该坚持边复习、边勤于动手算题的良好学习方法。“功夫不负有心人”,初学者分析能力与计算能力的真正提高是见诸于勤学苦练之后的。

本书共分四章。第一章为体系几何组成分析,含题解 9 道;第二章为静定结构,包括各类静定结构内力分析、位移计算和虚功原理、影响线作法及其应用等内容,含题解 86 道;第三章为超静定结构,包括力法、位移法、渐近法、超静定结构影响线与矩阵位移法等内容,含题解 67 道;第四章为专题部分,包括动力计算、稳定计算、极限荷载与能量原理等内容,含题解 41 道。

参加本书编写的人有合肥工业大学戴贤扬(§2.1 及 §2.4),郑州工学院江素华、魏琴、寿楠椿(第四章全部及 §2.5 的部分题解),北方交通大学赵如骥、林小芬(第一章及 §2.2、§2.3、§2.6)和西南交通大学杜正国、彭俊生、刘蓉华(第三章全部、§2.5 大部分题解及 §2.7)。本书由戴贤扬、江素华、赵如骥、杜正国担任主编,全书由寿楠椿、杜正国教授与江素华副教授统稿。

本书编写过程中,中国工程院院士、国家教委高等学校工科力学课程教学指导委员会主任委员兼结构力学课程教学指导小组组长、清华大学龙驭球教授非常关心此项工作,对编写组成员作了热情的指导。湖南大学杨茆康、海南大学缪加玉两位教授仔细审阅了本书书稿并提出了许多宝贵的意见。高等教育出版社余美茵、易钟煌两位编审也对书稿提出了宝贵的指导性意见。所有这些对提高本书编写质量帮助很大。编者在此谨向他们致以衷心的感谢。

我们诚挚地欢迎使用本书的各方面读者对本书不足之处提出批评和改进意见。

编 者

1995 年 9 月 10 日

目 录

第一章 体系几何组成分析	1
第二章 静定结构	6
§ 2.1 静定梁及静定刚架内力分析	6
§ 2.2 静定平面桁架内力分析	22
§ 2.3 三铰拱内力分析	32
§ 2.4 静定组合结构的内力分析	35
§ 2.5 位移计算和虚功原理	38
§ 2.6 影响线及其应用	50
§ 2.7 静定结构综合题	67
第三章 超静定结构	74
§ 3.1 力法	74
§ 3.2 位移法	89
§ 3.3 渐近法	107
§ 3.4 超静定结构影响线	116
§ 3.5 矩阵位移法	129
§ 3.6 超静定结构综合题	144
第四章 专题部分	159
§ 4.1 结构动力计算	159
§ 4.2 结构稳定计算	182
§ 4.3 结构极限荷载	205
§ 4.4 能量原理	217

第一章 体系几何组成分析

题 1.1 试对图 1.1(1)所示体系作几何组成分析。

解：此体系只有三根支座链杆，且不全平行也不交于一点，故可暂时撇开地基及支座链杆而只分析体系内部的组成。取 $\triangle ABE$ 、 $\triangle GFH$ 和杆件 CD 为三刚片，如图 1.1(2)a 所示。三刚片分别由 BC 和 ED 、 AG 和 EF 以及 CF 和 DH 三对链杆组成的三个虚铰 O_{12} 、 O_{13} 和 O_{23} 连接。其中 CF 和 DH 平行，即虚铰 O_{23} 在无穷远处，但不在 O_{13} 、 O_{12} 的连线上，故三虚铰不共线，体系为几何不变，且无多余联系。

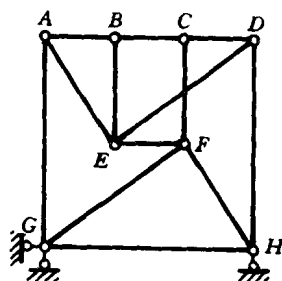


图 1.1(1)

错误解法举例：取 $\triangle ABE$ 、 $\triangle GFH$ 和 CF 杆件为三刚片，如图 1.1(2)b 所示，连接刚片 I、III 的虚铰 O_{13} 与连接刚片 II、III 的铰 O_{23} 之连线，与连接 I、II 刚片的链杆 BC 、 EF 平行，即虚铰 O_{12} 在 O_{13} 、 O_{23} 的延长线上，认为该体系是三铰共线的瞬变体系。

由于该体系选取三刚片后还有六根杆件，此解法中 EF 杆重复使用了两次，而 ED 、 CD 和 DH 三根杆件尚未利用，故说明此解法有误。

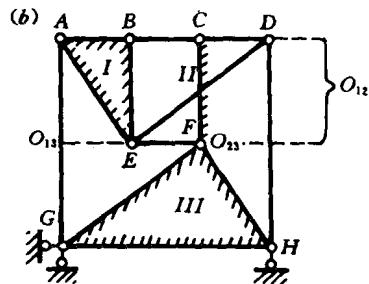
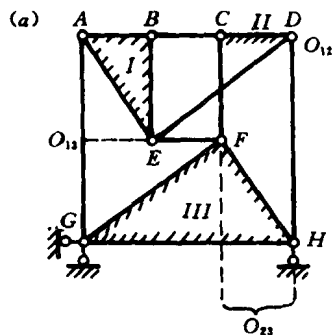


图 1.1(2)

当体系中只有三根不全平行也不交于一点的支座链杆与地基相连时，可只分析体系内部杆件的组成。对于自由度 $W=0$ 的体系，在选择刚片后，连接刚片的所有杆件都要用上，但不能重复使用。

题 1.2 试对图 1.2(1)所示铰接体系作几何组成分析。

解：视 $\triangle EFC$ 、杆件 BD 和地基为三刚片，分别用链杆 DE 和 BF 、 AD 和 B 支座链杆、 AE 和支座链杆 C 两两构成的三虚铰相连，三铰不共线，故体系为几何不变，且无多余联系，如图 1.2(2)所示。

对于计算自由度 $W=3m-2h-r=0$ ，支座链杆数 $r=3$ 的体系，必须将体系内部与地基组成一个整体来分析，也就是说在所选的三刚片中，必须选地基为一个刚片。否则若不考虑地基，

只分析体系内部的组成时,必然导致缺少联系的错误结论。

题 1.3 试作图 1.3(1)所示体系的几何组成分析。

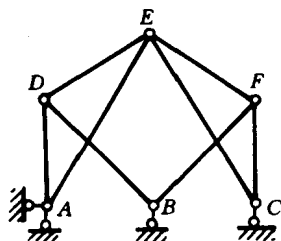


图 1.2(1)

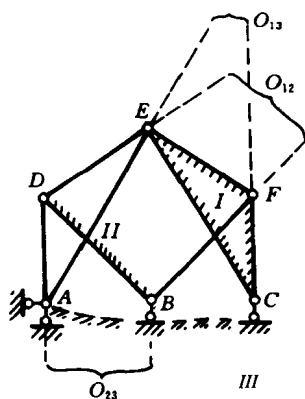


图 1.2(2)

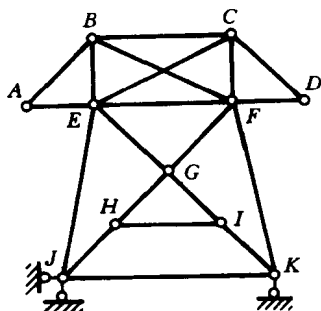


图 1.3(1)

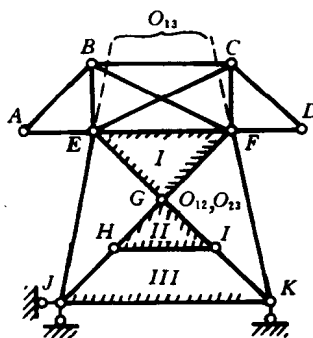


图 1.3(2)

解: 此铰接体系自由度 $W = 2J - b - r = 2 \times 11 - 20 - 3 = -1$ 。其中支座链杆只有三根,可只分析体系内部的组成。以 $\triangle EFG$ 、 $\triangle GHI$ 和杆件 JK 为三刚片,如图 1.3(2)所示,先分析体系的下面部分杆件的组成。由于连接刚片 I 、 II 的实铰 O_{12} 与连接 II 、 III 的虚铰 O_{23} 都在 G 点,故必与连接 I 、 III 的虚铰 O_{13} 共线,因此 $EFJK$ 为三铰共线的瞬变体系。再在刚片 I 上依次增加四个二元体和多余联系 BC 杆,整个体系仍为有一个多余联系的瞬变体系。

在体系中若有瞬变(或可变)的部分,则整体即为瞬变(或可变)体系,而不在于有无多余联系。通过增加或去掉二元体,简化原体系的分析方法,是几何组成分析中常用的方法。

题 1.4 对图 1.4(1)所示体系作几何组成分析。

解: 此体系的自由度 $W = -2$,有两个多余联系。视 ADB 、 BEC 及地面为三刚片,如图 1.4(2)所示。由于三个铰 O_{12} 、 O_{13} 、 O_{23} 在同一条直线上,故体系为瞬变。其中 AB 、 BC 杆为多余联系,该体系为具有多余联系的瞬变体系。可见计算自由度 $W \leq 0$ 仅仅是体系几何不变的必要条件,非充分条件。

分析某根杆件是否为多余联系,可视其两端是否与同一刚片相连,若是,则此杆件必定是多余联系,而不论该体系是否几何不变。有多余联系的体系仍然可能出现瞬变或可变的情况。

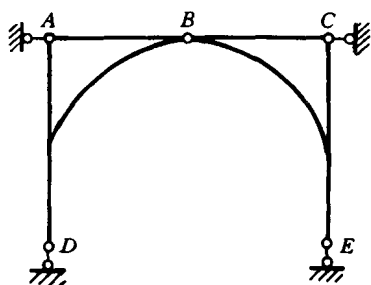


图 1.4(1)

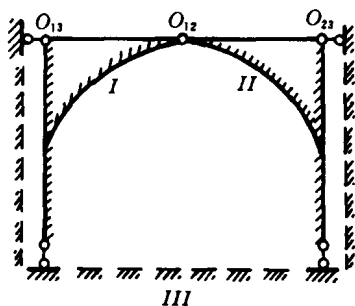


图 1.4(2)

题 1.5 试对图 1.5(1)所示体系作几何组成分析。

解: 该体系为 $W=0, r=4$, 取地基、杆件 BE 和 CF 为三刚片, 如图 1.5(2)a 所示。考察连接刚片 I、III 的虚铰 O_{13} 时, 注意杆件 DAB 相当于以 BD 连线为轴线的二力杆, 在几何组成分析时可以 BD 杆代替, 如图 1.5(2)b 所示。连接刚片 II、III 的虚铰 O_{23} 与 O_{13} 的连线, 与联结刚片 I、II 的两根平行链杆平行, 故该体系为三铰共线的瞬变体系。

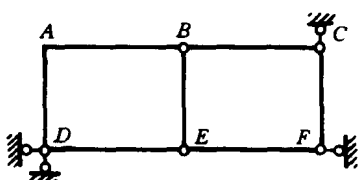
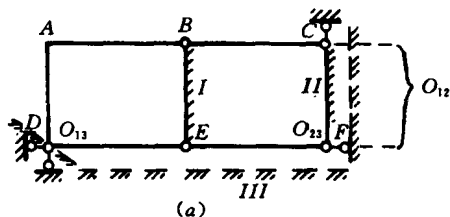
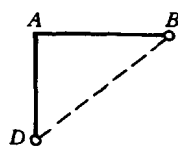


图 1.5(1)



(a)



(b)

图 1.5(2)

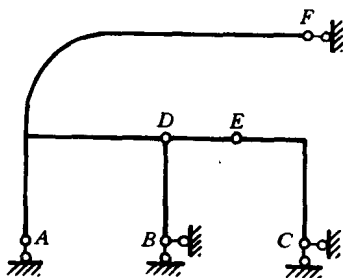


图 1.6(1)

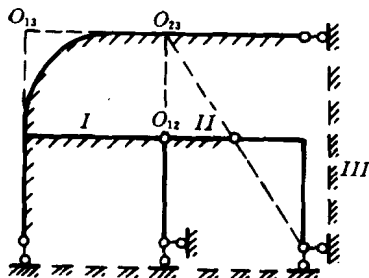


图 1.6(2)

解: 取杆件 AFD、DE 和地基为三刚片, 分别由支杆 A、F 组成的虚铰 O_{13} 和由杆件 BD 和 EC 组成的虚铰 O_{23} , 以及 I、II 刚片直接连结的实铰 O_{12} 相连, 此三铰不共线, 故体系为几何不变, 且无多余联系。如图 1.6(2)所示。

题 1.7 试对图 1.7 所示体系作几何组成分析。

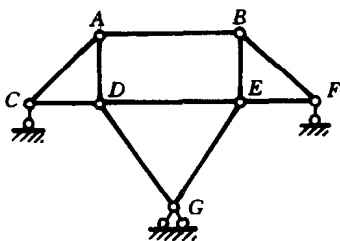


图 1.7

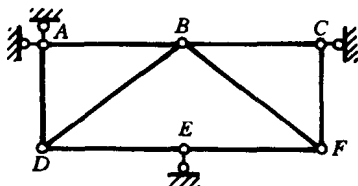


图 1.8(1)

解：视 $\triangle ACD$ 、 $\triangle BEF$ 和地基为三刚片，由 DG 和支杆 C 组成的虚铰， EG 和支杆 F 组成的虚铰，该两虚铰的连线平行于 AB 和 DE 杆，而 AB 、 DE 组成的无穷远处虚铰可视为在两虚铰的延长线上，故体系是三铰共线的瞬变体系。

题 1.8 试对图 1.8(1)所示体系作几何组成分析。

解：解法一：此体系的 $W=0$ ， $r=4$ 。选地基、 $\triangle BCF$ 和 DE 杆为三刚片，杆 DB 、 EF 组成虚铰 O_{12} ，杆 AD 、支杆 E 组成无穷远处虚铰 O_{23} ，而联结刚片 I 、 III 的 AB 杆与支杆 C 共线，其虚铰 O_{13} 可视为位于此直线上任一点处，故三铰共线，体系为瞬变的。

若将支杆 C 改为竖向，如图 1.8(2) b 所示，则虚铰 O_{13} 即在 C 点处，而 O_{13} 与 O_{12} 的连线不与 O_{23} 的平行链杆平行，此时体系为几何不变的。

解法二：采用零载法分析。静定结构解答的唯一性要求没有外载时，各杆件内力必为零。若没有荷载却存在着任意的能满足平衡的非零内力，则该体系为瞬变或可变的。由结点 C 可知 $N_{CF}=0$ ，再由结点 F 、 E 、 D 判断零杆，如图 1.8(3)所示。此时 H_A 、 H_C 、 N_{AB} 、 N_{BC} 共线，取任何相等的数值均能平衡，因此零载下有无穷多组非零内力解答，体系为瞬变的。

题 1.9 试对图 1.9(1)所示体系作几何组成分析。

解：该体系无法用简单组成规则分析，可用零载法分析。

假设存在一组平衡的支座反力，如图 1.9(2)所示。设 $\alpha=45^\circ$ ，由结点 $A \rightarrow B \rightarrow E$ 求各杆内力，由 E 点可得 $N_{EF}=0$ 。而从 $B \rightarrow C \rightarrow F$ 点，由 F 点的平衡条件可得 $N_{FE}=-1$ 。同一根杆件由两个点得出不同值的内力，无法平衡，只有当 $N_{EF}=0$ ，才能同时满足上述平衡条件。此时由 F 、 C 、 H 、 G 、 D 、 E 、 B 、 A 的顺序，可知所有各杆及支反力均为零，故此体系为几何不变，且无多余联系。

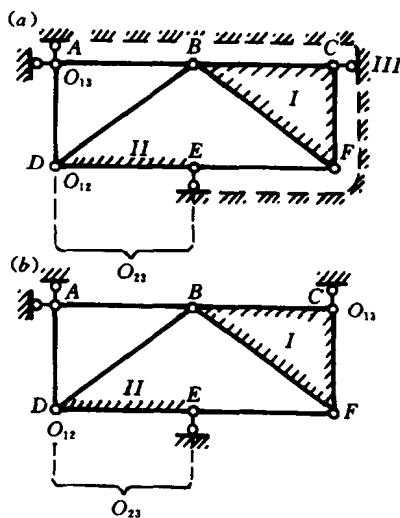


图 1.8(2)

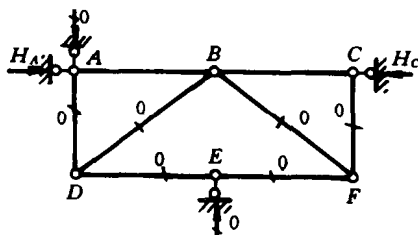


图 1.8(3)

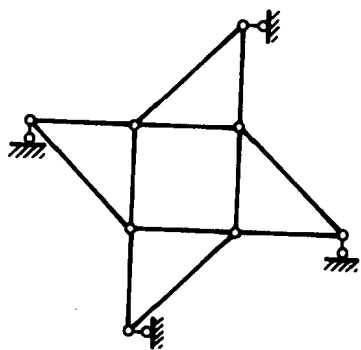


图 1.9(1)

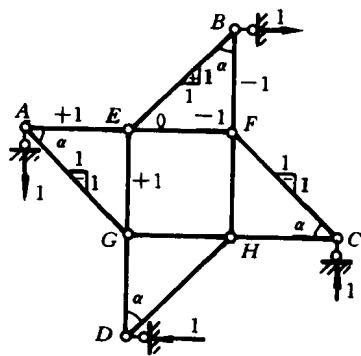


图 1.9(2)

第二章 静定结构

§ 2.1 静定梁及静定刚架内力分析

题 2.1.1 绘图 2.1.1(1)所示结构的弯矩图。

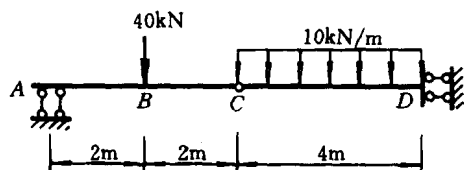


图 2.1.1(1)

解: D 支座为定向支座, 不能承受竖向力, 故 CD 部分通过铰 C 传递铰 C 的约束反力为 $V_C = 10\text{kN/m} \times 4\text{m} = 40\text{kN} (\uparrow)$

据此, 不必求出支座 A 、 D 的反力和反力矩, 而分别取 CD 和 AC 段为隔离体, 即可作出 M 图如图 2.1.1(2)所示。

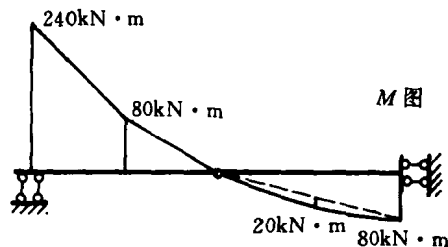


图 2.1.1(2)

题 2.1.2 绘图 2.1.2(1)所示伸臂梁的弯矩图及剪力图。

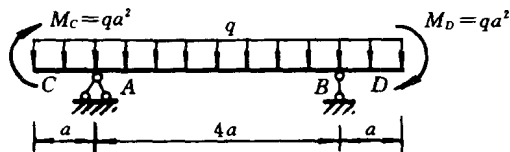


图 2.1.2(1)

解: 1. 求反力

列整体平衡方程

$$\sum M_A = 0, V_B = \frac{2qa^2 + 6qa \times 2a}{4a} = 3.5qa (\uparrow)$$

$$\Sigma M_B = 0, V_A = \frac{6qa \times 2a - 2qa^2}{4a} = 2.5qa (\uparrow)$$

$$\Sigma X_A = 0, H_A = 0$$

2. M 图及 Q 图如图 2.1.2(2) b 、 c 所示

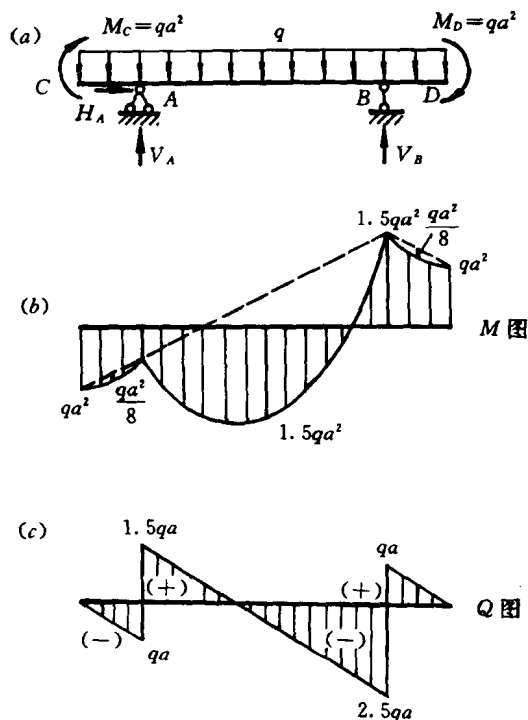


图 2.1.2(2)

此外,本题的 M 图亦可不求反力而由叠加法直接绘出,读者可自行练习。

题 2.1.3 比较图 2.1.3(1) a 、 b 、 c 所示简支斜梁的内力图。

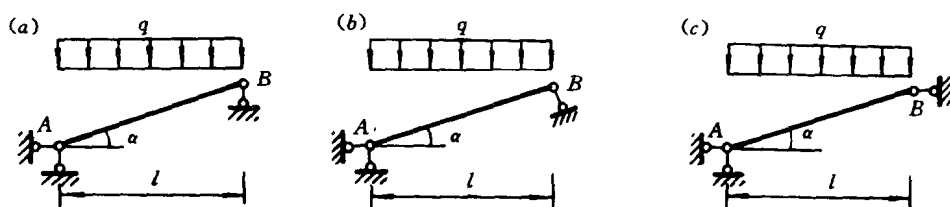


图 2.1.3(1)

解: 图 2.1.3(1) a 、 b 、 c 所示简支斜梁的弯矩图与跨长为 l 的相应水平简支梁的弯矩图相同,如图 2.1.3(2) a 所示。三者的剪力图亦相同,如图 2.1.3(2) b 所示。而轴力图有所不同,分别如图 2.1.3(2) c 、 d 、 e 所示。

题 2.1.4 绘图 2.1.4(1)所示多跨静定梁的内力图。

解: 根据直梁无荷载区段弯矩图为直线,剪力图为与梁轴平行的直线,铰结点处弯矩为零的特点,可直接先绘出梁的 M 图,如图 2.1.4(2) a 所示。由 M 图的斜率绘出 Q 图,如图 2.1.4(2) b 所示。其轴力图如图 2.1.4(2) c 所示。

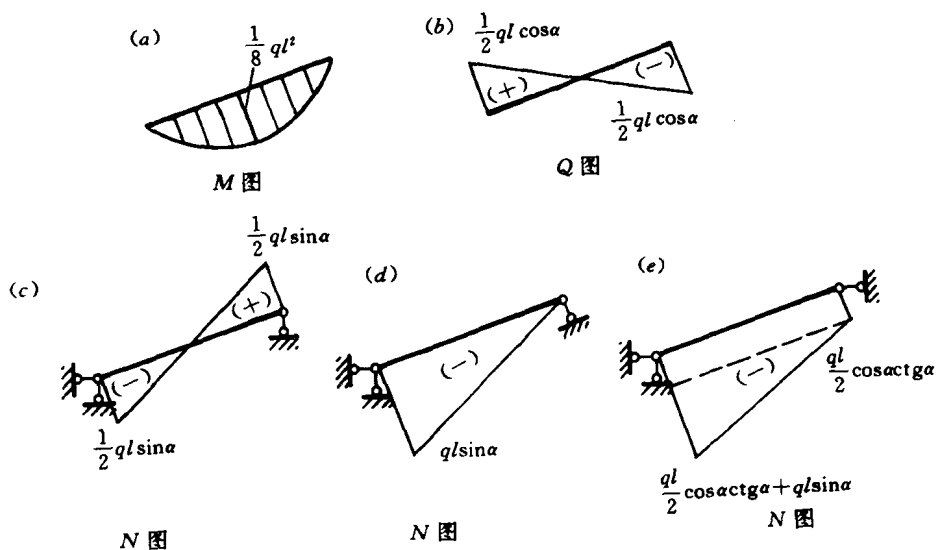


图 2.1.3(2)

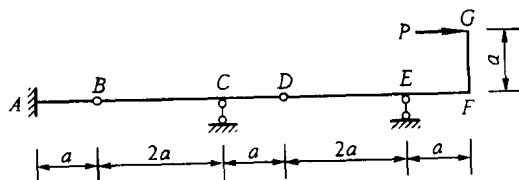


图 2.1.4(1)

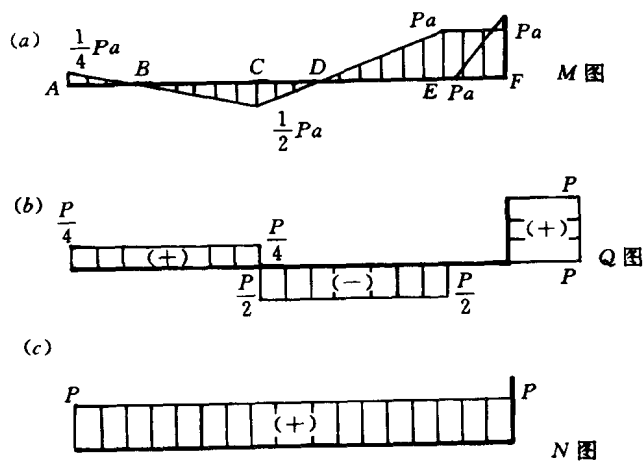


图 2.1.4(2)

题 2.1.5 绘图 2.1.5(1)所示多跨静定梁的弯矩图及剪力图。

解： EBCF 为梁的基本部分，GAE、FD 为附属部分，其支承关系如图 2.1.5(2)a 所示。先绘附属部分的 M、Q 图，并将有关的约束反力反向加于基本部分，即可绘出全梁的 M、Q 图如图 2.1.5(2)b、c 所示。

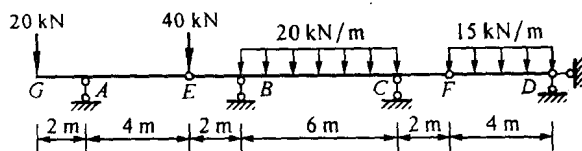


图 2.1.5(1)

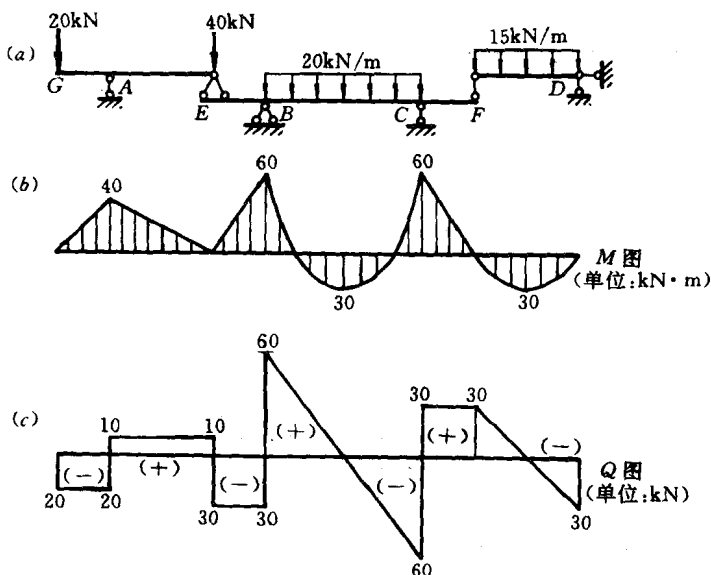


图 2.1.5(2)

题 2.1.6 绘图 2.1.6(1)所示多跨静定梁的弯矩图及剪力图。

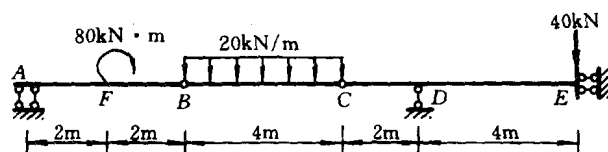


图 2.1.6(1)

解: BC 为附属部分, AB、CDE 为基本部分, 其支承关系如图 2.1.6(2)a 所示。先绘 BC 部分的 M、Q 图, 并将有关的约束反力反向加于梁的基本部分, 即可绘出 M、Q 图如图 2.1.6(2)a、b 所示。

题 2.1.7 绘图 2.1.7(1)所示多跨静定梁的弯矩图及剪力图。

解: 先求出各链杆传给梁 ABCD 的荷载, 如图 2.1.7(2)a 所示, 然后按几何组成的相反次序, 依次绘出 DI、IG、GA 各杆的 M 图及 Q 图, 如图 2.1.7(2)b、c 所示。

题 2.1.8 图 2.1.8 所示梁可看作三跨静定梁, 按截面 A、D 处弯矩与梁 BC 中间截面 E 处弯矩的绝对值相等条件, 确定 B、C 两铰的位置。

解: 设铰 B、C 距两端均为 x , 则

$$M_E = \frac{1}{8} q (2l - 2x)^2 = \frac{1}{2} q (l - x)^2$$

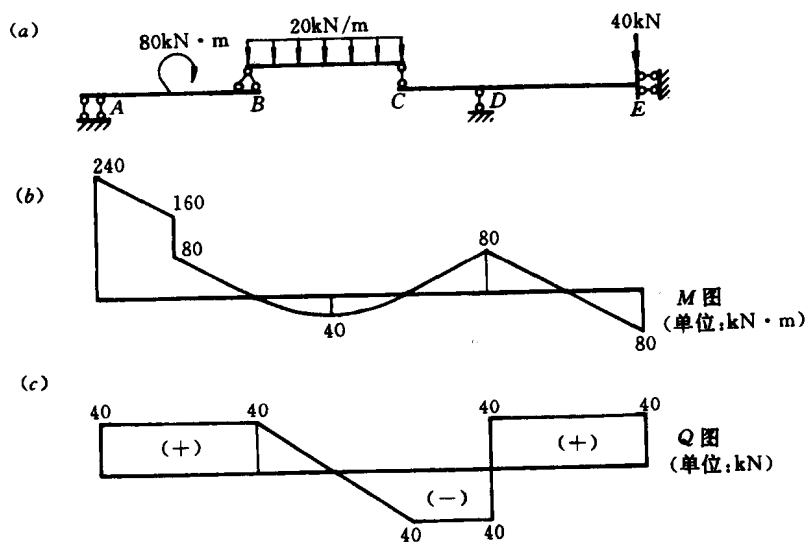


图 2.1.6(2)

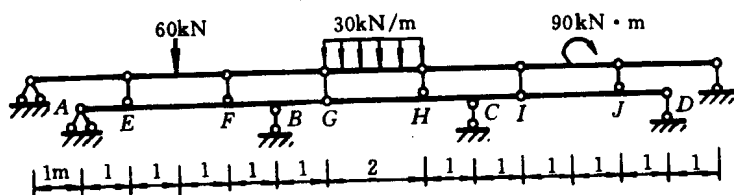


图 2.1.7(1)

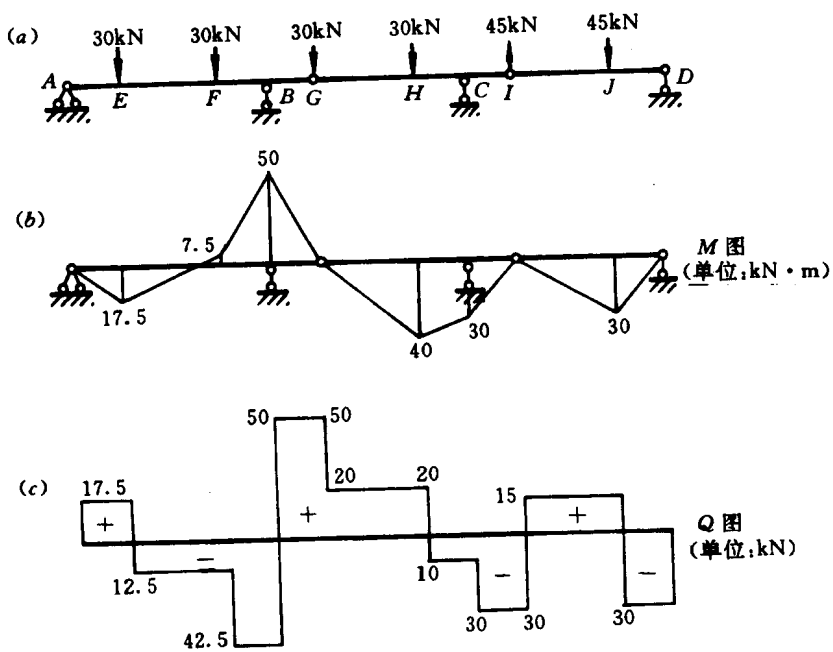


图 2.1.7(2)

$$|M_A| = |M_D| = \frac{1}{2}q(2l-2x) \cdot x + \frac{1}{2}qx^2$$

$$= qlx - \frac{1}{2}qx^2$$

根据条件 $M_E = |M_A|$, 有

$$\frac{1}{2}q(l-x)^2 = qlx - \frac{1}{2}qx^2$$

$$x^2 - 2lx + \frac{1}{2}l^2 = 0$$

解得

$$x = 0.293l$$

题 2.1.9 计算图 2.1.9(1) 所示结构的内力。

解: 首先利用整体平衡条件计算支座反力。

$$\Sigma M_A = 0, H_B = \frac{1}{a}(P \cdot a) = P(\leftarrow)$$

$$\Sigma X = 0, H_A = 0$$

$$\Sigma Y = 0, V_A = 0$$

分段作出 M 图如图 2.1.9(2) b 所示, AE 段无荷载作用, 故 $M=0$ 。

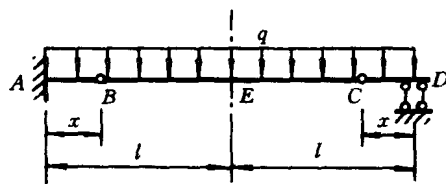


图 2.1.8

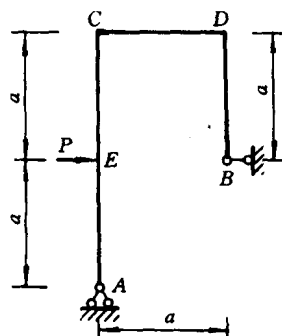


图 2.1.9(1)

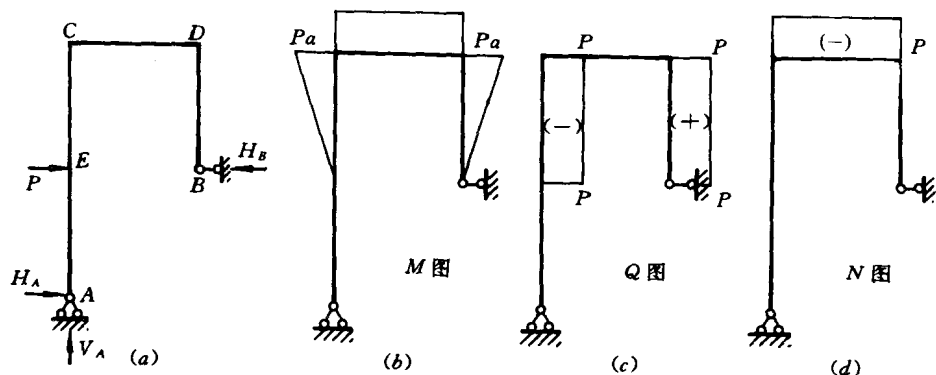


图 2.1.9(2)

依次作出 Q 图、 N 图如图 2.1.9(2) c 、 d 所示。

显然, 荷载 P 与支座反力 H_B 构成平衡力系, 而其作用范围 $ECDB$ 本身为几何不变部分, 故根据静定结构的特性, 内力图仅发生在该部分。

题 2.1.10 计算图 2.1.10(1) 所示结构的内力。

解: 利用整体平衡条件计算支座反力。

$$\Sigma M_A = 0, V_A = \frac{1}{a}(P \cdot a) = P(\uparrow)$$

$$\Sigma X = 0, H_A = P(\leftarrow)$$

$$\Sigma Y = 0, V_A = V_B = P$$

分段作出各杆 M 图如图 2.1.10(2) b 所示。

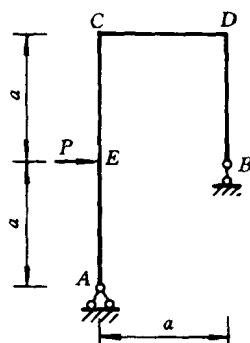


图 2.1.10(1)

作出 Q 图、 N 图如图 2.1.10(2)c、d 所示。

与前题比较可看出,由于支座 B 处链杆方向不同,内力就不相同。

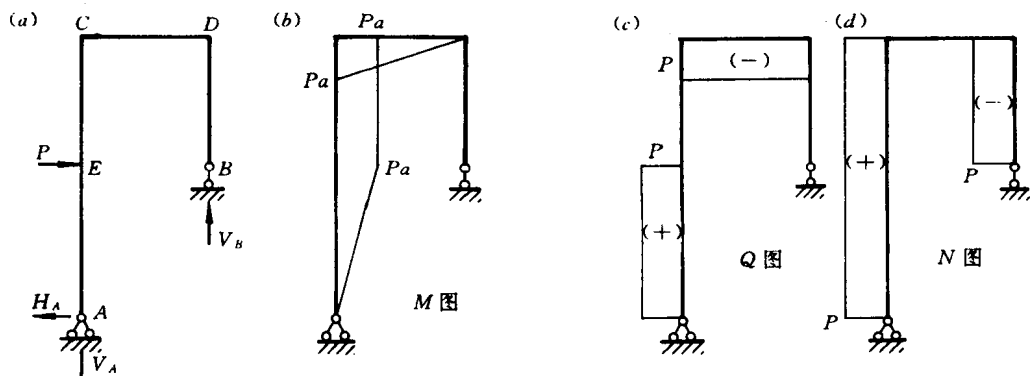


图 2.1.10(2)

题 2.1.11 计算图 2.1.11(1)所示结构的内力。

解: 利用整体平衡条件计算支座反力[图 2.1.11(2)a]

$$\Sigma M_A = 0, H_B = P$$

$$\Sigma X = 0, H_A = 0$$

$$\Sigma Y = 0, V_A = 0$$

逐杆作出 M 图如图 2.1.11(2)b 所示。

作 Q 图、 N 图如图 2.1.11(2)c、d 所示。

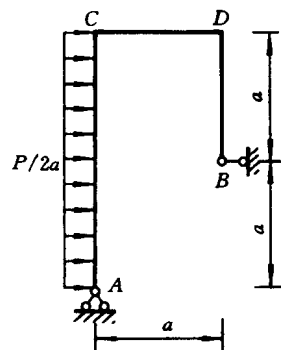


图 2.1.11(1)

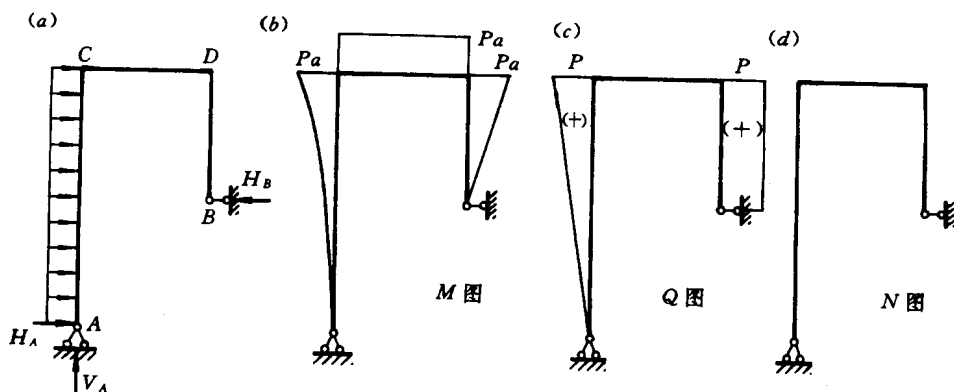


图 2.1.11(2)

题 2.1.12 绘图 2.1.12(1)所示刚架的弯矩图。

解: 此题有四个支座反力。先利用整体平衡条件有

$$\Sigma Y = 0, V_B = 0$$

$$\Sigma M_A = 0, H_D = 0$$