气候統计

么枕生著

科学出版社

气候統計

么枕生著

科学出版社

1963

內 容 簡 介

本书主要闡述了数理統計学在气候統計中的应用和气候資料的統計整理方法二个方面. 全书共分为五章,在第一章緒論中,首先闡述了气候統計的概念与必要性. 在第二章中,則以气候統計为例,概要地介紹了数理統計学的基本原理. 第三章至第五章主要是应用第二章中的数理統計学原理,詳細地叙述了如何統計各种气候要素(包括气溫、降水、风向与风速、湿度、云量、日照以及大气現象等)的方法,并根据国內資料作了統計分析.

气候統計資料是分析研究天气和气候变化規律的基础,也是农林、水利、建筑等部門生产、規划、設計所必須参考的依据. 因此,本书不但可供气象、气候业务工作者和研究工作者以及有关高等院校师生閱讀参考,同时还可供农林、水利、建筑等部門有关工作者参考.

气 候 統 計

么 枕 生 著

*

科学出版社 出版 (北京朝阳門大街 117 号)

北京市书刊出版业营业許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷 新华书店总經售

*

1963 年 12月第 一 版　　书号：2929 字数：365,000

1963 年 12月第一次印刷　　开本：787×1092 1/16

(京) 0001—2,650　　印张：16

定价: 2.20 元

序

本书是著者自 1952 年以来，在南京大学气象系天气气候专业气候专門組多次講述气候統計的講稿，經逐年修改而成的，其中資料和一些数理統計应用方法与推导方法，都是著者多年来研究工作中已发表或未发表的成果．本书的主要內容包括数理統計学在气候中的应用与气候資料的整理方法二个方面，所以本书命名为“气候統計”．

本书的主要目的，就是叙述如何把数理統計学应用到气候統計方法中去，所以在內容的編排方面也以此为主．在第一章緒論中，首先闡述了用数理統計学处理气候統計的概念与必要性．在第二章中，以气候統計为示例，概要地介紹了数理統計学．从第三章到第五章，主要是应用第二章中的理論与方法，叙述了如何統計各种气候要素．数理統計学的內容是很为广泛的，仅仅在第二章以一章的篇幅叙述全部数理統計学，当然是有困难的，因此在后面各章中所提到的某些数理統計学理論或方法，有的在前面第二章中并未提到．凡遇有这种情况，著者大都附注文献，請讀者另行参考，或直接簡略加以叙述．

气候統計是研究气候学的重要工具，所以本书編写的另一个目的，就是为了推动气候学研究更进一步的发展．目前气候学的研究，固然在气候形成的理論研究上已具有很大的成就，但在气候資料的利用方面，却仍偏于概要的描述，因而使这門科学还不能很好地为国民經济建設服务．我們可以把同一气候資料用各种各样的方法来进行統計分析，然后得出各种各样經过加工的气候資料．这样的資料，不但可以直接供应国民經济各部門的需要，并且还能反映出更能密切結合国民經济各方面需要的，尤其是結合农业部門需要的气候学規律．当然，本书內容尚嫌貧乏，还不能很好地滿足这样高的要求，这仅仅是著者的愿望而已．

因为本书主要是企图闡明如何把数理統計学应用到气候統計中去，所以对有些学者的气候統計理論，闡述得并不詳尽．为了弥补这一方面的缺点，著者正在总結各学者在气候統計理論上的成就，希望将来能以书的形式提供大家参考．

著者才疏力薄，知識有限，书中缺点甚或錯誤，在所难免，希望讀者不吝賜教，慨予指正，以便再版时加以修改．

本书中的計算工作，主要由朱培如、馬宜珍等同志多年来代为計算的；原稿完成后又承蒙施永年同志閱讀，提出了宝貴的意見，著者一并在此謹致謝意．

1963 年 1 月 15 日么枕生志于南京大学

目　录

第一章　緒　論

§1. 气候統計的目的与含义

自然科学研究的目的，就是寻求自然規律，以便掌握和控制自然．为了达到这个总的目的，气候統計的目的有三：(1)推求量数，以便分析气候的客观規律；(2)运用实驗分布函数或推导分布函数分析气候，以便节省統計劳力；(3)訂正記录，以便求得均匀的气候記录．

根据数理統計学的方法，我們可以把杂乱无章的記录分析清楚，找出記录中的气候客观規律．我們知道，現有气候記录只是总体(可能有的所有記录)中的一个随机样本．气候統計的目的，就是根据测得的样本，利用分布函数去分析未知的总体，以免被样本的偶然性所朦蔽．不过，这只能根据概率論与数理統計学，在某种概率标准上对有关总体方面的假設加以測驗而已．在拟定这些假設时，一方面必須应用数理統計学的理論，另一方面还必須参考气候学中有关气候形成的規律．所謂气候規律，就是各种气候要素与現象，因为受到气候因素(緯度、位置、水陆分布、地貌与地面特性等)的影响，所形成的在时間与空間上的变化特性．在气候統計工作中，固然应当广泛地应用数理統計学方法，但是也不能仅仅形式上采用一些統計公式，还应当考虑到統計假設是否和基本气候規律相符合．因此，气候統計与一般的数理統計学并不尽同，它应当在数理統計学的基础上，寻求符合于气候規律的另一种統計理論．其次，在气候統計中更为特殊的，就是在統計气候記录以前，首先需要訂正記录．我們知道，各地气候記录长短不一，因此在統計以前，首先必須把記录訂正到同样长短的年代，否則統計結果就有不同程度的誤差或錯誤．

§2. 气候統計的应用范围

用統計理論去整理气候資料的目的，不只是为了研究气候形成的規律，以及研究不同地区气候体系的特征，更主要的是为了广泛地为国民經济建設提供必要的气候資料．例如，在城市建設方面，工厂、机关与住宅的布置，首先需要了解当地的盛行风．在建造高大建筑物时，如鉄塔、水塔与烟囱等，就要考虑到风压．在建筑水力发电、灌溉工程、防洪防汛工程、鉄路、公路、矿山以及电力輸送綫时，必須考虑降水強度、暴雨特性、連續降水日数、降水年变化、降水变率等資料．又如在冻土地带鋪設地下水管、开凿下水道或各种工程的基础时，必須参考土温与冻土的資料．土壤温度的資料，不但对于地下工程建造的設計有关，对于其他的許多实际問題(如估計农作物成长的条件)也是必需的資料．有些工程，如水泥工程、暖气工程与冷气工程也必須考虑温度資料．在設計粮食仓庫、制药厂、印刷工业、造紙工业、冷气工程等还要参考湿度的資料．

随着社会主义建設事业的迅速发展，气候資料的基本統計与分析結果，已經不能满足經济建設方面日益增长的需要．为了使气候資料能密切配合国民經济部門的需要，特别是农业生产方面的迫切需要，必須进一步应用統計理論改进現有的統計方法．例如，对我

国农业生产影响最大的災害性現象——干旱与干风、霜冻与冰雹，以及暴风与长期霪雨等，气象部門首先必須根据数理統計理論提出其发生的規律，計算其出現的概率与累积概率，以便推测哪些气象災害在哪些地区和在哪些季节內是机会最多的，或是最少的，以供生产部門参考．一般的温度概率，在国民經济建設方面应用也是很广泛的．例如，建筑設計机构可以根据温度的統計資料，推断哪种温度情况是机会最多的，或者哪种温度情况是不易发生的，以便考虑决定房屋的取暖設計方案等．

总之，气候統計資料应用的范围是十分广闊的，因而气候統計的方法应当大力改进，以满足許多科学部門、国民經济、国防建設部門，尤其是支援农业上的迫切需要．

§3. 气候統計的基础——概率論

一个随机变量或随机变数就是一个量，其值和机会有关．随机变数可以具有某些值，而这些值又具有其相应的概率．因为这些变数是和概率相联系的，所以称为随机变数．所謂随机变数就是規定于样本空間的函数．在样本空間中，每一个样本点都有一个相应变数的值．例如，在 n 个柏努利（Bernoulli）测驗中，成功数目 r 就是一个函数．此函数規定于包括 2^n 个样本点的样本空間，所以 r 就是随机变数．在柏努利测驗中，每个样本点的出现都具有概率 $1/2^n$．

例如，我們可以把干湿年的演变看作是一种試驗．在此試驗中，我們并不能确切預知干年的出現（用 0 表示），也不能确切預知湿年的出現（用 1 表示）．但是，在气候演变过程中，所有可能出現結果的总体或集 $\{0,1\}$ 是完全可以描述的．因此，我們虽不能确切預知干年或湿年的出現，但干年或湿年出現的概率是可以計算的．如果历年气候干湿的变化彼此之間并无影响，那末这种試驗就称为随机試驗．試驗的結果就是典型的随机变数．这种所有可能出現的总体（集），就称为試驗空間或样本空間．这些試驗結果（干年或湿年）就是样本点．

各种气候要素都具有不同的变化性，这些变化性就是气候变化的客观規律．这种客观規律就是由于自然世界的內在因素与外在因素随机（偶然）配合的結果．因此，气候現象，如温度、湿度、雨量、风向与风速以及其他气候現象等，都是随机变数．我們知道，气候变化的外界条件与初始条件（如太阳輻射的規律、地面不同的性質、目前的大气环流形势）固然是已知的，但是空气流动以后，大气和太阳輻射及其与地面性質間的錯綜复杂的情况是难以掌握的．某一时期的气候情况，只是这种錯綜复杂的大气过程中一种不可預测的机会事件．这种机会事件也可以看作随机变数．概率論的主要目的，就是寻求随机变数（机会事件）的出現概率，其大小可用数字表示．气候要素与現象旣然是随机变数，所以气候統計的基础就是概率論．

概率乃是一个統計量．如果我們能够确定某种气候要素或現象出現的頻数，那末如記录相当长，其概率就可以掌握．設 p 代表其概率，則 p 的意义就是：在一系列 n 次可能出現的机会（即 n 次观测）中，某种气候要素或現象平均出現 pn 次．pn 仅仅是平均数，个别出現的頻数是环繞着平均数 pn 而振动的．概率論的目的就是要估計这些个别頻数．

§4. 气候統計的发展

气候統計的发展是由于概率論应用于气候統計的結果．概率論乃是在 17 世紀起源

于解决賭博問題，至于建立概率論的理論基础，則应該归功于柏努利（Bernoulli，1654—1705）与拉普拉斯（de Laplace，1749—1827）等人的努力．自拉普拉斯时代以后，对于概率論貢献最大的是苏联学者，而近代的概率論也主要是由苏联学者如 A. H. 科尔莫格罗夫（Колмогров）等所建立起来的．

气候数理統計学是近 40 年来逐漸发展起来的，尤其在苏联这門科学发展得最快．在苏联由于計划經济的实施，各方面都需要各种精确的气候資料，所以这門科学在苏联发展得最为迅速．例如，苏联学者 A. A. 卡明斯基（Каминский）、E. C. 魯宾什登（Рубинштейн）、O. A. 德洛茨多夫（Дроздов）与 E. C. 庫茨涅佐夫（Кузнецов）等在奠定气候統計的理論基础方面都具有很大的成就．他們在把数理統計应用到气候統計的过程中，設計了許多气候統計方法，尤其在資料的訂正理論方面更有貢献．德罗茨多夫（1957）在“气象观测的气候学整理方法”一书中，就总結了苏联在气候統計方面的貢献．

奥地利气候学家 V. 康拉德（Conrad）自本世紀 20 年代以来，在气候統計方面也作了很多工作，并且在 1944 年写出了“气候学中的方法”一书，总結了以前各学者的工作以及他自己的工作．該书在 1950 年又由 L. W. 波拉克（Pollak）加以增补．L. W. 波拉克在本世紀 20 年代以来，特别在周期分析方面著述很多．英国气候学者 C. E. P. 布罗克斯（Brooks）从本世紀 20 年代到 50 年代，在气候統計方面也具有貢献，他和 N. 卡陆塞斯（Carruthers）在 1953 年合著了“气象学統計方法手册”一书，該书在数理統計学如何应用于气候統計的問題上，作了詳細的总結．高桥浩一郎也在 1944 年与 1956 年著有“气象統計”一书，在气候統計方面也提出了一些理論与方法．H. A. 潘諾夫斯基（Panofsky）与 G. W. 布瑞尔（Brier）1958 年曾著有“統計学在气象学中一些应用”一书．該书虽嫌簡略，但尚有独到之处．

近 30 年来，国内学者在气候統計方面也作了很多工作．尤其在祖国解放以后，由于党和毛主席的正确領导，在三面紅旗的光輝照耀下，我国气候工作者在气候統計方面也取得了很大的成績，在气候数理統計的建設工作中，也貢献出应有的力量．

在这些工作中，张宝堃（1929—1934）[1]曾統計分析了南京风向与天气的关系，并且在 1934 年統計过候温，又根据物候現象提出了中国的四季划分与分配[2]．吕炯（1938）[3]曾統計过逐候平均温度的年变化，提出了春季迴寒的問題．卢鋈（1939）[4]統計过东亚各地的月平均气压，并根据其分布分析了地面气流．朱炳海（1949）[5]曾統計过我国的降水相对系数，并用以說明我国的气候特征．楊鑑初（1949）[6]曾根据 1947 年我国夏季降水量的离差，統計分析了水旱災害．朱炳海（1955）[7]根据雨日降水量的計算，分析过我国夏季的降水強度，并且計算了某一年代内可能出現的絕对最大日降水量．徐淑英（1956）[8]曾計算过黃河流域各地区同时出現各种旱涝的概率（相对頻数），并且还計算了干旱的持續概率．朱炳海（1957）[9]根据他在降水強度以及降水变率与旱涝方面的研究，作出了中国的降水区划．著者曾分别在 1957 年[10]与 1959[11] 年計算过农业指标温度与积温，以及我国东部境内各地降水量的保証概率．楊鑑初（1958）[12]还計算过我国 1951—1955 年各月平均日际气压变率、平均日际变高与平均日际变温，以便分析气候变化的季节性．他并且于 1959 年[13]根据北半球海平面气压場的月偏距中心，討論了某些地区的气候特性．

涂长望在 1937 年 [14,15] 曾配合过迴归方程，作为我国低温和水旱預告的根据．

刘恩兰（1950）[16]、朱炳海（1957）[17]与著者（1958）[18]都曾先后統計过降水的变率，朱炳

海并且根据降水离差統計了我国旱涝的規律. 著者(1950)[19]在"論杭州气候"一文中，更努力于把統計学方法应用于区域气候的分析中.

程純枢(1942)[20]与朱崗昆(1947)[21]都曾分别作过气压年、日变化的分析与諧波分析，著者(1951)[22]更用諧波分析方法分析了中国大量台站的年温变化. 謝义炳(1943)[23]、涂长望与张汉松(1944)[24]曾用历史文献資料作过周期分析. 章基嘉等(1959)[25]曾根据自相关函数，計算过候降水量的自相关性，以便寻求其周期性. 王紹武(1961—1962)[26,27]与史久思、徐羣(1962)[28]还根据气象观測的資料，利用周期图法，分别分析了我国大气活动中心的周期，以及长江中下游5个台站5—9月降水量的周期.

在数理統計理論如何应用于气候統計的問題上也有許多工作. 例如，朱崗昆(1942)[29]提出变异分析法在气象記录中的应用問題. 徐尔灝(1950)[30]曾論述过年降水量是常态分配的. 中央气象局气象研究所气候研究室的同志們(1959)[31]曾提出計算平均差的簡化公式. 最近，著者(1962)[32]提出所謂干湿气候循环的概率分布函数，并且推导出我国气候变迁具有4年左右的基本周期.

气候資料的統計方法虽已有相当巩固的理論基础和各种各样的統計方法，但是随着科学的迅速发展与国民經济部門要求的不断提高，气候統計理論还远远落后于客观的需要. 因此，气候工作者必須滿足社会主义建設的迫切要求，繼續高举三面紅旗，为攀登更能結合实际的气候数理統計科学新高峯而共同努力.

第二章　数理統計学概要

§1. 概率論基础

1.1 概率的定义

某种事件出現的次数对于可能出現次数之比，就称为該事件的概率．这就是概率的古典定义．根据此定义，概率用 0 与 1 間的数字代表之．在极端情况下，如概率为零，就說明某事件出現是不可能的．反之，在另一极端情况下，如概率为 1，則某事件是必然出現的．

如在 n 次同等观測中，某事件出現的次数为 ν，則 ν 称为在 n 次观測中此事件的絕对頻数(見表 1 第 3 行)，而比值

$$f = \frac{\nu}{n}$$

称为相对頻数(見表 1 第 5 行)．在这里相对頻数也称之为概率．实际上，相对頻数 f 就是概率的实驗值(样本值)，概率的理論值就是某事件出現的眞实相对頻数或相对頻数的极限值．当观測次数愈多，則相对頻数愈能代表概率．当观測次数大到无限大时，則相对頻数就是眞正的概率．記录愈长，則計算概率的精度就愈大，不过并不是观測記录无限增长时，概率的精度就无限增大，而是漸近于一常数．因此，即使具有最长的观測数列，但仍有某些疑問．我們計算的概率仅仅是概率的估計值，眞正概率我們是无法知道的．因此，統計概率时，必須計算其誤差，給出其置信限界 (Confidence limits)（参見第三章 § 4.1）．

根据习惯，我們用大写字母 A, B, $\cdots$, 代表各事件．复合事件 AB 代表 A 与 B 同时出現的事件．$\bar{A}$ 代表 A 不出現的事件．$A \cup B$ 代表 A 或 B 出現的事件．E 代表永远出現的必然事件．事件 A 的概率用 $P(A)$ 代表之．于是，

$$P(E) = 1.$$

1.2 基 本 定 理

(1) 概率的加法定理(总概率定理)

定理 1　如两事件 A 与 B 是彼此相斥的，那末或此或彼的出現概率就等于每个事件出現概率的和：

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B). \tag{1.1}$$

設有二个以上的事件 A_1, A_2, $\cdots$ A_n，其中每两个事件是彼此相斥的，則一般化或此或彼的概率为

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n). \tag{1.2}$$

設 $A = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$，則

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n). \tag{1.3}$$

概率 $P(A_1)$, $P(A_2)$, $\cdots P(A_n)$ 为 A 的各个相斥形式的部分概率, $P(A)$ 为 A 的总概率. (1.3)式就是下面的定理.

定理 2 事件 A 的概率为其各个相斥形式 $(A_1, A_2, \cdots A_n)$ 的概率之和.

如事件 $A_1, A_2, \cdots A_n$ 不仅是相互排斥的,而且是穷举的(即在 A 的各个形式中必有一个形式出现),于是

$$P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)=1. \tag{1.4}$$

例如, $P(A)+P(\bar{A})=1$, 所以

$$P(\bar{A})=1-P(A), \tag{1.5}$$

并且我們知道 $P(A)$ 至多为 1, 即

$$0 \leqslant P(A) \leqslant 1. \tag{1.6}$$

(2) 概率的乘法定理(复合概率定理)

定理 3 两事件 A 与 B 都出現的概率等于一个事件的絕对概率和另一个事件的条件概率的乘积:

$$\begin{aligned} P(AB) &= P(A)P(B|A) \\ &= P(B)P(A|B), \end{aligned} \tag{1.7}$$

此处 $P(B|A)$ 是在 A 出現的条件下, B 的条件概率. 为了和 $P(B|A)$ 分别起見, $P(B)$ 常称为 B 的絕对概率. $P(A|B)$ 与 $P(A)$ 的意义同此.

如一般化,则

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1}). \tag{1.8}$$

定理 4 如二事件是随机无关的, 那末二事件都出現的概率就等于每个事件出現概率的乘积:

$$P(AB)=P(A)P(B). \tag{1.9}$$

如为上述一般化的情况,且每一个事件对于其余事件都是随机无关的,则

$$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n). \tag{1.10}$$

設 $A_1, A_2, \cdots A_n$ 为 n 个相斥的事件,其中一个事件必然出現,即

$$E=A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n.$$

其次,設任何事件 B 仅能联同事件 A_i 出現,或写作如下符号:

$$B=BA_1\cup BA_2\cup\cdots\cup BA_n. \tag{1.11}$$

因为 BA_i 是相互排斥的,所以根据加法定理与乘法定理,求得

$$P(B)=\Sigma P(B|A_i)P(A_i). \tag{1.12}$$

这就是总概率定理的另一形式.

1.3 二 項 分 布

設一事件 A 在单个測驗时具有成功(出現)的概率 p, 失敗(不出現)的概率 $q=1-p$. 我們作 n 次測驗, 不計其次序, 在每次測驗中其結果和以前的結果是随机不相联系的, 且 p 不变. 这种測驗就是所謂柏努利測驗. 設在 n 次柏努利測驗中, r 次出現的概率为 $p_n(r)$, 则

$$p_n(r)=\binom{n}{r}p^rq^{n-r}. \tag{1.13}$$

换句話說，n 个柏努利測驗的样本空間包括有 $\binom{n}{r}$ 个样本点，每个点具有概率 $p^r q^{n-r}$.

例如，設湿月(月降水量 > 月标准值)的概率为 p. 如果沒有月降水量恰好等于标准值的月份，則干月(月降水量 < 月标准值)的概率为 $1-p=q$. 現在設 $p=q=\frac{1}{2}$，間在一年之內湿月与干月出現的概率如何?

在我們的問題中，$n=12$, $p=q=\frac{1}{2}$, $r=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12$.

$$P_{12}(0)=\binom{12}{0}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{12}=1\cdot\frac{1}{4096}=\frac{1}{4096}=0.0002441,$$

$$p_{12}(1)=\binom{12}{1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{11}=12\cdot\frac{1}{4096}=\frac{12}{4096}=0.0029297,$$

$$p_{12}(2)=\binom{12}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=66\cdot\frac{1}{4096}=\frac{66}{4096}=0.0161133,$$

$$p_{12}(3)=\binom{12}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{9}=220\cdot\frac{1}{4096}=\frac{220}{4096}=0.0537109,$$

$$p_{12}(4)=\binom{12}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{8}=495\cdot\frac{1}{4096}=\frac{495}{4096}=0.1208497,$$

$$p_{12}(5)=\binom{12}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{7}=792\cdot\frac{1}{4096}=\frac{792}{4096}=0.1933593,$$

$$p_{12}(6)=\binom{12}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{6}=924\cdot\frac{1}{4096}=\frac{924}{4096}=0.2255860,$$

$$p_{12}(7)=\binom{12}{7}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^7\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}=792\cdot\frac{1}{4096}=\frac{792}{4096}=0.1933593,$$

$$p_{12}(8)=\binom{12}{8}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^8\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}=495\cdot\frac{1}{4069}=\frac{495}{4069}=0.1208497,$$

$$p_{12}(9)=\binom{12}{9}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^9\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3}=220\cdot\frac{1}{4096}=\frac{220}{4096}=0.0537109,$$

$$p_{12}(10)=\binom{12}{10}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2}=66\cdot\frac{1}{4096}=\frac{66}{4096}=0.0161133,$$

$$p_{12}(11)=\binom{12}{11}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{11}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{1}=12\cdot\frac{1}{4096}=\frac{12}{4096}=0.0029297,$$

$$p_{12}(12)=\binom{12}{12}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{12}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0}=1\cdot\frac{1}{4096}=\frac{1}{4096}=0.0002441.$$

上面各数分別代表一年內湿月随机出現 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 与 12 次的概率. 因为湿月概率 p 等于干月概率 q，所以干月随机出現 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 与 12 次的概率也有如上列一样的各数，并且干月和湿月組合的方式如下:

0 湿月与 12 干月	4 湿月与 8 干月
1 湿月与 11 干月	5 湿月与 7 干月
2 湿月与 10 干月	6 湿月与 6 干月
3 湿月与 9 干月	7 湿月与 5 干月

8 湿月与 4 干月

9 湿月与 3 干月

10 湿月与 2 干月

11 湿月与 1 干月

12 湿月与 0 干月

現在假設有 100 年降水資料，则湿月与干月的各种組合应有下列頻数：

一年內各月都为湿月	0.02
一年內 1 个月为干月，11 个月为湿月	0.29
一年內 2 个月为干月，10 个月为湿月	1.61
一年內 3 个月为干月，9 个月为湿月	5.37
一年內 4 个月为干月，8 个月为湿月	12.08
一年內 5 个月为干月，7 个月为湿月	19.34
一年內 6 个月为干月，6 个月为湿月	22.56
一年內 7 个月为干月，5 个月为湿月	19.34
一年內 8 个月为干月，4 个月为湿月	12.08
一年內 9 个月为干月，3 个月为湿月	5.37
一年內 10 个月为干月，2 个月为湿月	1.61
一年內 11 个月为干月，1 个月为湿月	0.29
一年內各月都为干月	0.02

一年之內 12 个月都为湿月或都为干月的概率最小，一万年內只有 2 年．一年中 6 个月为湿月，6 个月为干月的概率最大，一百年內有 23 年如此．干湿月实际是不相联系的，所以如有长年資料，干湿月的分配就接近于此．

1.4 多 項 定 理

設有事件 $A_1, A_2, \cdots A_k$．我們現在要求在 n 次測驗中，A_1 出現 r_1 次，A_2 出現 r_2 次，$\cdots$ A_k 出現 r_k 次的概率为 $Pr_1, r_2, \cdots, r_k$，而 $r_1 + r_2 + \cdots + r_k = 1$，則

$$Pr_1, r_2, \cdots, r_k = \frac{n!}{r_1!\, r_2! \cdots r_k!} p_1^{r_1} p_2^{r_2} \cdots p_k^{r_k}. \tag{1.14}$$

(1.14)式就称为多項定理．二項定理就是 $k = 2$ 的特殊情形．

§ 2. 一个变数的实驗頻数分配

2.1 頻 数 表

为了节省时間，記录要分組，即記录相差不远者分为一組．要分多少組(組距的大小)是和記录的长短与精度有关的．

根据經驗，一般以分 10—20 組为宜．組数决定以后，就要确定組界．最后計算每組应有的記录次数，这就是把記录分組为頻数表(如表 1)．

在表 1 中，把頻数从上向下累加时，就求得累积頻数，此值說明上海 10 月絕对最低温度在某值以下的总頻数．