惯性测量导论

〔德〕T·法尔卡斯·燕德 著

游存义 译

解放军出版社

惯性测量导论

【德】T·法尔卡斯·燕德 著

游存义 译

解 放 军 出 版 社

惯性测量导论

总参谋部测绘局

解放军出版社出版发行

（北京平安里三号）

（邮政编码100035）

一二〇一工厂印刷

787×1092毫米　32开本　3.125印张　62千字

1990年6月第1版

1990年6月（北京）第1次印刷

ISBN 7-5065-1446-X/E·771

内 容 简 介

惯性测量近年来发展较快，它已被广泛地用于各种工程测量，大地测量，地球外部重力测量等方面。此书系统地介绍了惯性测量系统的原理、解析结构、误差模型、数据处理以及惯性重力测量及其梯度测量原理等。其论述简明而清晰系统，是一本较佳的导论读物。

译文由沈绍虞副研究员作了技术校对，图表由袁维和滕衍文工程师绘制。

前　言

多年来大家熟知的惯性导航系统在最近十年已进一步发展成为多用途的惯性测量系统(*ISS*)。它成功地被使用于大地测量的水平和高程控制网内的大范围加密。更重要的使用范围是摄影测量控制点的测定，森林测量，交通道路和管道的定线；它也常被使用于城市测量中。惯性测量系统除用于测定点位外，也适用于测定相对重力加速度和垂线偏差。

为了使读者便于理解惯性测量系统且与许多著作中叙述较多的惯性测量系统的普通表述形式相比较，有必要顾及惯性测量系统的操作技术的实际结构原理去深入考察它的数学模型的内部结构。为了进行这样系统地理论阐述起见，本文讨论了不少重要问题和实时计算方法以及包括最后简短平差在内的事后数据处理等工作。本文还专门研究了地理稳定式测量系统的数学展开式，因为目前具有这样测量系统类型的仪器已在解大地测量问题时广泛使用了。它们现已达到的测量精度(标准偏差)是：

对水平位置和高程来说，根据最新发表的“公猪山森林试验网”内$11\times7km^2$范围的试测，(Caspary, Kõnig 1986)为8～18cm，在导线短于1km时(Rueger, 1985)小于10cm；
对相对重力加速度为几个mgal；
对垂线偏差的差值小于0.5″。

美国费尔门-利登(Firmen Litton, USA)和大不列颠费尔兰梯(Ferranti, GB)的地理稳定式惯性测量仪器的精度

预计很可能还能提高。把每个地面测站点仔细联结到测量系统的参考点上；除事先实时计算的数据外，对最后事后处理任务所需的原始观测数据的存储；导线的扩展，设计定型和其重大的交结点都还涉及必要的测量知识。仪器的改进有待于继续发展电子旋转敏感元件(激光陀螺)和重力仪(超导张量重力梯度仪)。这类仪器都适用于载体固定安装的(捷联的)测量系统。

在卫星大地测量中用多普勒和/或GPS接收机测定控制点时，同轨道计算一起利用惯性测量系统求得重力向量的三维分量有其特别的意义，因为这不要进行其他昂贵的高程测量就能测定扰动重力。

充分加密垂线偏差后可以使多普勒或GPS测站的大地高高差能直接由水准测量高差计算，而不要绕道去确定大地水准面，因为水准路线的每个仪器站点的水平倾斜都能利用内插垂线偏差加以改正；这同时也还可顾及到加入对精密高程测量会带来额外好处的潮汐改正。以亚秒级精度测定的垂线偏差之差还可扩大陀螺测量的使用范围，例如用在隧道网和坑道导线测量时。

我感谢卡尔斯鲁厄(Karlsruhe)大地测量研究所全体成员对本书的促进和援助。特别感谢制图特许工程师翁利克-麦尔兹小姐对本书的原稿、公式和图表利用CPT8525图文计算机进行了仔细地排稿。

T·法尔卡斯·燕德

1986年9月于卡尔斯鲁厄

目　　录

1. 物理基础和测量原理

物体在无重力作用的惯性空间中的动量向量$\underline{I}$为

$$\underline{I}=m\dot{\underline{r}}=m\underline{V} \tag{1-1}$$

式中 m 表示质量，$\dot{\underline{r}}$ 表示位置向量对时间的一阶导数，而$\underline{V}$表示速度向量(向量是在文字下面划一条横线)。

当力$\underline{K}$作用于物体时，动量向量$\underline{I}$依牛顿运动定律而变，即动量对时间求一阶导数得出的力为加速度$\underline{b}$的函数：

$$\underline{K}=\dot{\underline{I}}=m\ddot{\underline{r}}=m\dot{\underline{V}}=m\underline{b} \tag{1-2}$$

在目前惯性测量精度情况下可不必顾及爱因斯坦相对论意义中的质量随时间的变化。由方程(1-2)得知，加速度不仅可由测量距离和时间按下式

$$\underline{b}=\frac{d^2\underline{r}}{dt^2}=\ddot{\underline{r}} \tag{1-3}$$

确定，还可从测量力按下式

$$\underline{b}=\frac{\underline{K}}{m} \tag{1-4}$$

确定。等式

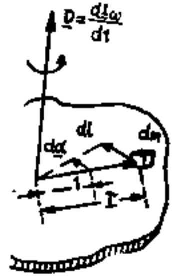
$$\ddot{\underline{r}}=\frac{\underline{K}}{m} \tag{1-5}$$

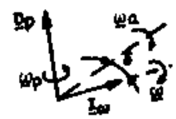
描述了惯性测量的测量原理。由地球重力场中测得的单位质量的力

$$f=\ddot{\underline{r}}-g \tag{1-6}$$

(g为重力加速度)得出微小短时间段(一般地ds<20毫秒)的加速度$\ddot{\underline{r}}$，转换至运算的无引力作用的惯性空间内，并在时间段dt<10秒内积分为速度$\underline{V}=\dot{\underline{r}}$。从起始测站$P_0$到观

表1　平移和旋转量（首标 d·表示微分量）

平移量			旋转量			
名称	公式及其符号	测量单位	名称	公式及其符号	测量单位	图形
位置向量	$\underline{r}$	m	半径向量	$\underline{r}$	m	
距离（位置变化）	$\underline{S}$	m	旋转角	α	rad	
			弧长（圆弧距离）	$\underline{l}=\underline{r}\cdot\underline{\alpha}$	m	
时间	t	S	时间	t	S	
速度	$\underline{V}=\frac{d\underline{S}}{dt}$	$\frac{m}{S}$	旋转（角）速度	$\underline{\omega}=\frac{d\underline{\alpha}}{dt}$	$\frac{rad}{S}$	
质量	m	kg	转动惯量（惯性力矩）	$\theta=\int r^2\cdot dm$	$m^2\cdot kg$	
动量	$\underline{I}=m\underline{V}$	$\frac{m\cdot kg}{S}$	动量矩（转矩）	$\underline{I}_\omega=\theta\cdot\underline{\omega}$	$\frac{m^2\cdot kg\cdot rad}{S}$	
加速度	$\underline{b}=\frac{d\underline{V}}{dt}$	$\frac{m}{S^2}$	旋转（角）加速度	$\dot{\underline{\omega}}=\frac{d\omega}{dt}$	$\frac{rad}{S^2}$	

平移量			旋转量			
名称	公式及其符号	测量单位	名称	公式及其符号	测量单位	图形
力	$\underline{K} = m \cdot \underline{b}$	$\frac{m \cdot kg}{S^2}$	旋转力矩	$\underline{D} = \theta \frac{d\underline{\omega}}{dt} = \frac{d\underline{I}_\omega}{dt}$	$\frac{m^2 \cdot kg \cdot rad}{S^2}$	
			陀螺力矩 (进动力矩)	$\underline{D}_p = \underline{I}_\omega \times \underline{\omega}_a$ $\lvert\underline{D}_p\rvert = \lvert\underline{I}_\omega\rvert \cdot \lvert\underline{\omega}_a\rvert \sin\sigma$	$\frac{m^2 \cdot kg \cdot rad^2}{S^2}$	

ω_a为作用角速度

$|\omega_p| = |\omega_a| \cdot \sin\delta$ = 进动角速度

测时间为T_i和T的瞬时观测站P_i的位置变化$r_i - r_0$通过对观测时间段$t = T_i - T_0$的两次积分而得出：

$$r_i - r_0 = \int_t \int_s \ddot{r} ds dt \qquad (1\text{-}7)$$

对于二重积分来说，除需知起始位置r_0外，还需知道起始速度$\dot{r}_0$。根据牛顿惯性原理知，$\dot{r}_0$＝常数相当于等速直线运动，而$\dot{r}_0 = 0$相当于静止状态。

只要用定向的或方向稳定的测量系统就可确定诸平移量；如位置变化，速度，动量，加速度和力等。此外，还可计算或校正诸旋转量；如旋转角，弧长，角速度，动量矩，角加速度，旋转力矩和陀螺力矩等。这些物理量连同其测量单位一并列于表一中

2. 惯性测量系统的结构原理和整置模式

在惯性测量中可借助于惯性测量装置(IMU)在很短的时间内求得诸平移和旋转量，并可在机载计算机上进一步算出测点时间的分配和粗数据的处理结果。

万用的加速度计(静力学的测力计)具有锁定的，相对于外壳观测系统固定的六个自由度，在保持试验体静止平衡时通过可测的运动量(力和/或旋转力矩)，原则上能够求得大地测量各种目的的所求量，但是它作为旋转转换器的敏感元件(角加速度计)今天还不充分灵敏。在惯性大地测量中迄今它仅能用在平移转换器方面，例如在人造地球卫星中作为"静重力仪"使用(Heitz 1980，1983)。

在惯用的惯性测量装置中(图1)，平移转换器敏感元件(图2)有三个单轴加速度计B_x，B_y，B_z，常以一个自由

度运动(移动或转动)而旋转转换器敏感元件有三个回转陀螺K_x，K_y，K_z，每个有一个自由度(图3)或者两个方向陀螺(例如K_x，K_z)，每个有两个自由度(图4)。

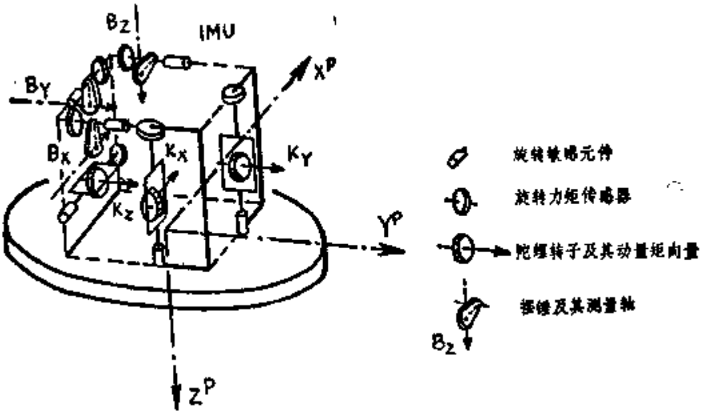


图1　惯性测量装置(IMU)

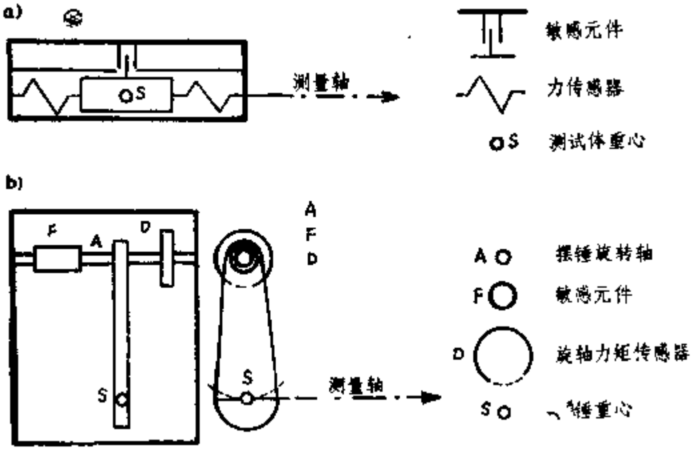


图2　a) 测量轴为直线的单轴加速度计
　　b) 测量轴为圆弧切线的单轴加速度计

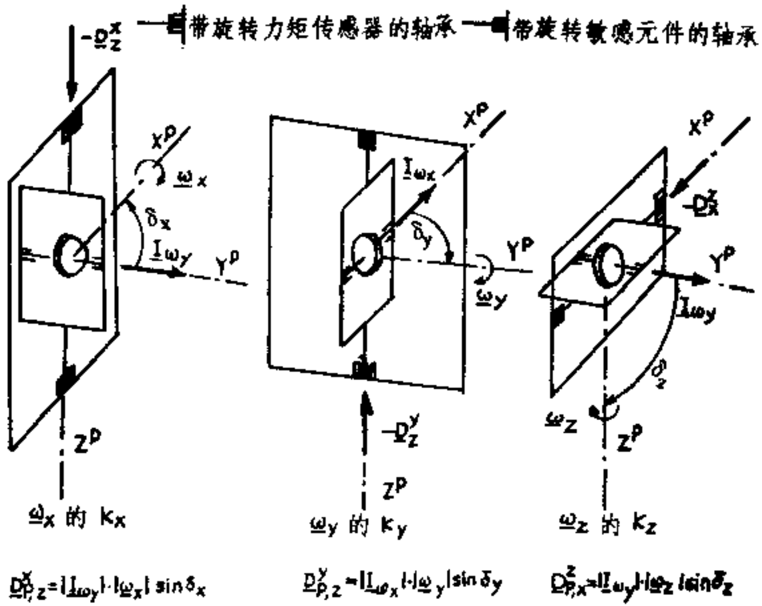


图3 回转陀螺 K_x，K_y，K_z 感受的角加速度 $\underline{\omega}_x$，$\underline{\omega}_y$，$\underline{\omega}_z$ 具有以旋转力矩 $\underline{D}_z^x$，$\underline{D}_z^y$，$\underline{D}_x^z$ 补偿的陀螺力矩 $\underline{D}_{p,z}^x$、$\underline{D}_{p,z}^y$、$\underline{D}_{p,z}^z$

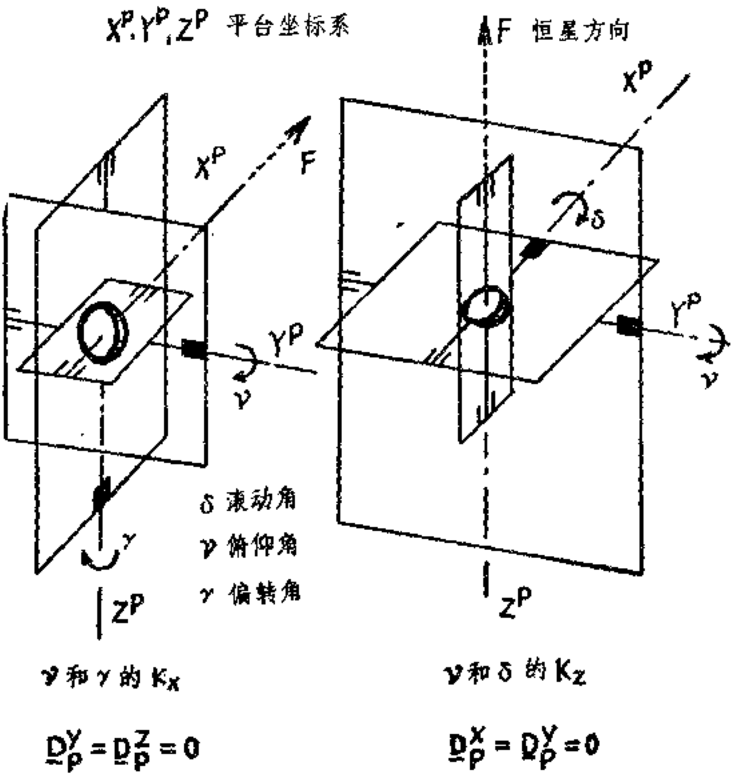


图4 具有完全卡尔丹支架的方向陀螺K_x，K_z开始时（在参考点上）用转子轴向北或按垂线方向定位。因为无陀螺力矩发生，转子轴保持在恒星方向上。

校正加速度计坐标系(X^B, Y^B, Z^B)和陀螺坐标系(X^K, Y^K, Z^K)的测量轴尽可能平行于平台直角坐标系(X^P, Y^P, Z^P)的轴。

当前的惯性测量系统采用的单轴加速度计和静力学式的，因为它附有力传感器或旋转力矩传感器的测试体相对

于外壳都保持静力平衡，不论测试体围绕一个轴是可移动还是可转动。以围绕一个轴可转动的测试体，即物理摆为例说明惯性测量装置的实际应用(图5)。

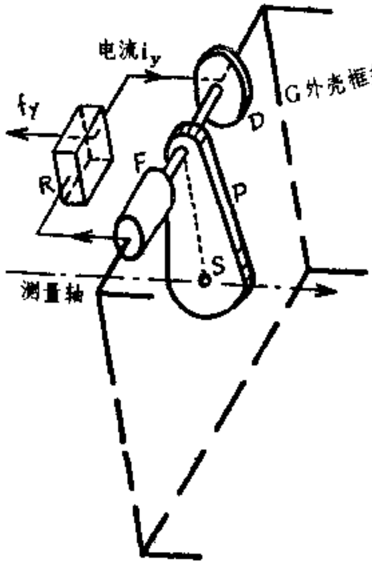


图5 单轴静力(锁定物理摆)B_y的原理图

摩擦甚微的机壳内在轴向上摆动的物理摆P仅有一个运动的自由度。这样运动的摆(其重心为S)的切线方向就是测量轴的方向(加速度计的轴)。在惯性测量装置的加速度为b时，从加速度计B_Y只能测得加速度分量b_Y。由于摩擦甚微装置的微小力的传递之故，B_Y的物理摆P在$b_Y>0$时也几乎保留加速度为零，并此摆企图要落后于固定机壳的运动敏感元件F一瞬间，但它借助旋转力矩传感器D而保持了相对静止位置。

加速度计不仅对它的机壳的加速度有感应，重力加速

度也是起作用的。当机壳的重力加速度受到把机壳固定在平台或运载工具的支架上的阻碍时，物理摆P就在测量轴方向上加速。每个加速度计的读数则是总加速度$\underline{f}$（单位质量的力向量）的一个分量。这是符合惯性空间中牛顿第二定律的。用一组三个互相正交的加速度计则可得到惯性测量装置的加速度$\underline{b}=\ddot{\underline{r}}$和物理摆$P$的重力加速度$\underline{g}=\underline{G}+\underline{Z}$（$G$=引力加速度，$Z$=离心力加速度）之差值：

$$\underline{f}=\ddot{\underline{r}}-\underline{g} \qquad (2\text{-}1)$$

在加速度计的控制电路F，R，D中敏感元件F的控制信号经过调节器R相应地以电流i供给旋转力矩传感器D。在控制电路中发生的旋转力矩使物理摆在测量轴方向上产生加速度，并使它在返回到出发位置时对敏感元件F差不多没有延迟。瞬时总加速度分量$\underline{f}_n$($n=X$，Y，Z）可由旋转力矩发生的电流强度$\underline{i}_n$与比例因子P_n(加速度计B_n的校正常数)得到

$$\underline{f}_n=P_n\underline{i}_n \qquad (2\text{-}2)$$

静止直立于地面上并与其测量轴垂直指向的加速度计显示出重力加速度值$\underline{f}_n=\underline{g}$。于是利用已知重力加速度的测站就能用来校正加速度计(确定它的比例因子P_n)。此种方法是与爱因斯坦的一般相对论的加速度等量原理相符合的。加速度$\ddot{\underline{r}}$和$\underline{g}$的相对地相等这点表明，当$\underline{g}$以充分的精度已知时，地面位置变化可仅由加速度计显示的读数f_n而得到。为了只由加速度计显示的读数同时测定位置变化和重力值，在地面测站P_i上有必要暂停行驶3至5分钟进行特殊观测(零速适时修正$=ZUPT\text{-}s$)。在停止行进时检测速度为零。因此$ZUPT\text{-}s$被视作速度误差$\delta\underline{V}$。回转陀螺对于惯性测量装置的控制操纵的实际应用以一例子来加以说

明。

具有动量矩(转矩)$\underline{I}_{\omega y}$的回转陀螺 K_Z(图6)以绕 X-轴的陀螺力矩(进动旋转力矩)

$$\underline{D}^{Z}_{p,X}=\underline{I}_{\omega y}\times\underline{\omega}_{Z} \tag{2-3}$$

感受到绕Z-轴的角速度$\underline{\omega}_Z$，所以

$$|\underline{D}^{Z}_{p,X}|=|\underline{I}_{\omega Y}|\cdot|\underline{\omega}_Z|\sin\delta \tag{2-4}$$

即为了使$\underline{D}^{Z}_{p,X}$视其旋转方向不同，在转矩轴的天底角$\delta=0$或$\delta=200$百分度时达到静止位置，要努力使动量矩轴Y^K与

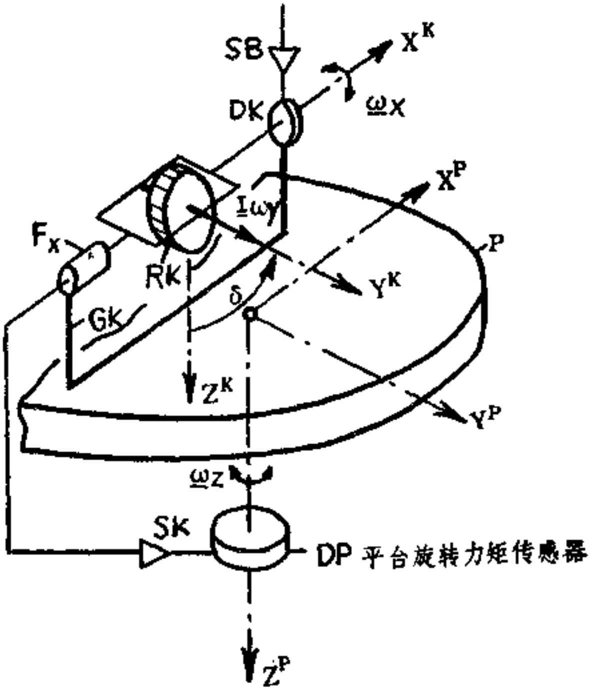


图6　回转陀螺K_z的原理图